Artificial Intelligence

1. 命题逻辑

罗晓鹏

xpluo@nju.edu.cn

工管 · 南京大学 · 2022 秋

Outline

1. 导言
2. 逻辑学的诞生和发展
3. 预备
4. 命题与复合命题
5. 运算和替换规则
6. 命题形式与真值表的对应
7. 论证和有效性
8. 公理化形式系统 L
9. 系统 L 中的论证
10. L 的性质
11. 小结

导言

逻辑学及其任务

- 逻辑学
  - ▷ 推理方法的分析
- 逻辑学的任务
  - ▷ 建立区分正确推理与不正确推理的原理和方法

- 上帝悖论:

  上帝不是万能的

  因为上帝不能创造出一块自己无法举起的石头

  如果上帝能创造出一块自己无法举起的石头

  那么上帝仍然不是万能的

- 该悖论是否证明了上帝不是万能的?

例：谁是说谎者？

- 有 A, B, C 三人，要么说谎要么说真话

  A 说：B 和 C 都是说谎者

  B 说：A 和 C 都是说谎者

  C 说：A 和 B 中至少有一个说谎者

- 问：谁是说谎者？

逻辑学的诞生和发展

逻辑学的诞生

- 古希腊的哲学辩论
  - ▷ 智者与诡辩术
  - ▷ 归谬法：苏格拉底、柏拉图发展论战的方法论
  - ▷ 三段论：亚里士多德的形式逻辑学 (《工具论》)
  - ▷ 《原本》：欧几里得的几何形式公理系统
- 中国古代的《墨经》
  - ▷ 《小取》：推也者，以其所不取之同于其所取者予之也
- 古印度的因明学：佛学的论辩术

发展历程

- 古典逻辑：三段论
- 符号逻辑：符号化与逻辑运算
- 布尔代数：逻辑运算体系
- 逻辑系统：
  - ▷ 命题逻辑
  - ▷ (一阶)谓词逻辑
  - ▷ 高阶逻辑与模糊逻辑
- 逻辑电路
- 计算机科学/人工智能中的逻辑

预备

预备

- 朴素认知
  - ▷ 自然语言、符号
  - ▷ 自然数、集合、列表、函数……
- 反证法
  - ▷ 如：$\sqrt{2}$ 不是有理数
- 最小数原理/数学归纳原理
  - ▷ 归纳法
  - ▷ 强归纳法

命题与复合命题

定义1.1 (命题)

非真即假的语句称为命题，即在$\{T, F\}$ 中取值.

简单命题，记为大写字母$A, B, C, \cdots$

定义1.2 (命题变元)

任意非特指的命题称为命题变元，用小写字母 $p, q, r, \cdots$ 表示.

注意：

- 命题符号 $A, B, C, \cdots$ 是特定命题的抽象符号
- 命题变元 $p, q, r, \cdots$ 则是可代入任何特定命题的变量

逻辑连接词与复合命题

- 简单命题与复合命题
- 逻辑连接词：

$$\neg, \quad \wedge, \quad \vee, \quad \to, \quad \leftrightarrow$$

- “合法”的复合命题
  - ▷ 合法：$\neg A$, $A \wedge B$
  - ▷ 不合法：$\to A$, $A \neg B$
- “合法”复合命题的真值
- 真值表与命题形式

用真值表定义逻辑连接词$_1$

定义1.3a 否 $\neg$

p	$\neg p$
T	F
F	T

(一个真值表对应于一个“朴素”观念下的“真值函数”)

用真值表定义逻辑连接词$_2$

定义1.3b 合取 $\wedge$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

定义1.3c 析取 $\vee$

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

定义1.3d 蕴含 $\rightarrow$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(为什么第3、4行被定义为 T?)

定义1.3e 双蕴含 $\leftrightarrow$

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \to q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	(T)	F
F	F	T	F	F	(T)	T

定义1.4 (命题形式)

命题形式是一个含有命题变元和逻辑连接符的表达式，并且只能由以下规则构成：

(i) 任一变元是一个命题形式.

(ii) 如果 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{B}$ 是命题形式，那么 $\neg\mathscr{A}$, $\mathscr{A} \wedge \mathscr{B}$, $\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$, $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ 和 $\mathscr{A} \leftrightarrow \mathscr{B}$ 是命题形式.

命题形式，记为花写字母$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}, \cdots$

例1.5

试证明 $(p \vee q) \rightarrow (\neg(p \wedge r))$ 是一个命题形式。

具有递归结构的定义，以区分域“不合法”的命题“表达式”

形式化

- 从具体命题到命题形式
  - ▷ 人都会死，张三是人；故张三会死
  - ▷ 猫都喜欢鱼，Gordon 是只猫；故 Gordon 喜欢鱼
- $(A \wedge B) \to C$

例1.6

试写出 $\neg p \vee q$ 的真值表.

命题形式的真值表:

- 命题形式的一个真值指派:命题变元的一种取值
- 含n个命题变元的命题形式,真值表的内容共有2^n行
- 不同命题形式,可以对应于相同的真值表
- 对应于相同的真值表的不同命题形式,可自然地将它们定义为"逻辑等价",但这显然不是一种方便的定义

定义1.7 (重言式、矛盾式、可满足)

假设 $\mathscr{A}$ 是一个命题形式，那么：

(i) $\mathscr{A}$ 称为重言式，如果对于其命题变元的任何真值指派，它总是取真值为 T.

(ii) $\mathscr{A}$ 称为矛盾式，如果对于其命题变元的任何真值指派，它总是取真值为 F.

(iii) $\mathscr{A}$ 称为可满足的，如果对于其命题变元的某种真值指派，它取真值为 T.

例1.8

(a) $p \vee \neg p$.

(b) $p \wedge \neg p$.

定义1.9

设 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{B}$ 是命题形式. 称 $\mathscr{A}$ 逻辑蕴含 $\mathscr{B}$，如果 $\mathscr{A} \to \mathscr{B}$ 是重言式；称 $\mathscr{A}$ 逻辑等价于 $\mathscr{B}$，如果 $\mathscr{A} \leftrightarrow \mathscr{B}$ 是重言式.

两个命题形式逻辑等价当且仅当它们对应于同一个真值表.

试证明:

例1.10

(a) $p \wedge q$ 逻辑蕴含 p.

(b) $\neg(p \wedge q)$ 逻辑等价于 $\neg p \vee \neg q$.

(c) $\neg(p \vee q)$ 逻辑等价于 $\neg p \wedge \neg q$.

运算和替换规则

命题1.11 (运算规则)

如果 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{A} \to \mathscr{B}$ 是重言式，那么 $\mathscr{B}$ 是重言式.

“直接”推演的方法

Proof.

(板书) □

讨论：

(1) 数学归纳法对建立逻辑系统的意义

(2) 反证法对建立逻辑系统的意义

命题1.12 (替换规则)

设 $\mathscr{A}$ 是含命题变元 $p_1, \cdots, p_n$ 的命题形式. 如果 $\mathscr{A}$ 是重言式，那么对于任意的命题形式 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$，在 $\mathscr{A}$ 中替换全部 p_i 为 $\mathscr{A}_i$ 后得到的命题形式 $\mathscr{B}$ 是重言式.

“用命题形式替换命题变元”推演的方法

Proof.

(练习·板书) □

替换规则的应用

推论1.13

对于任意的命题形式 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{B}$，总有：

(a) $\neg(\mathscr{A} \wedge \mathscr{B})$ 逻辑等价于 $(\neg\mathscr{A}) \vee (\neg\mathscr{B})$. (摩根律)

(b) $\neg(\mathscr{A} \vee \mathscr{B})$ 逻辑等价于 $(\neg\mathscr{A}) \wedge (\neg\mathscr{B})$. (摩根律)

(c) $\mathscr{A} \to \mathscr{B}$ 逻辑等价于 $\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$. (实质蕴涵律)

(d) $\neg\neg\mathscr{A}$ 逻辑等价于 $\mathscr{A}$. (双重否定律)

替换规则1.12可以拓展到“等价命题形式替换”的情形：

命题1.14 (等价替换规则)

设 $\mathscr{B}_1$ 是在命题形式 $\mathscr{A}_1$ 中由 $\mathscr{B}$ 替换 $\mathscr{A}$ 得到的命题形式. 如果 $\mathscr{B}$ 逻辑等价于 $\mathscr{A}$，那么 $\mathscr{B}_1$ 逻辑等价于 $\mathscr{A}_1$.

Proof.

(练习·板书) $\square$

推论1.13的摩根律可以推广到有限个命题形式:

推广的摩根律

对于任意的命题形式 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$，总有:

(a) $\neg(\wedge_{i=1}^{n}\mathscr{A}_i)$ 逻辑等价于 $\vee_{i=1}^{n}(\neg\mathscr{A}_i)$.

(b) $\neg(\vee_{i=1}^{n}\mathscr{A}_i)$ 逻辑等价于 $\wedge_{i=1}^{n}(\neg\mathscr{A}_i)$.

我们将考虑其更一般的形式.

命题1.15

假设 $\mathscr{A}$ 是一个仅含连接词 $\neg, \wedge, \vee$ 的任意命题形式. 如果 $\mathscr{A}^*$ 是在 $\mathscr{A}$ 中先互换 $\wedge$ 与 $\vee$, 再把每个命题变元替换为它的否定之后形成的命题形式，那么 $\mathscr{A}^*$ 逻辑等价于 $\neg\mathscr{A}$.

Proof.

(板书) □

推论1.16 (推广的摩根律)

对于任意的命题变元 $p_1, \cdots, p_n$，总有:

(a) $\neg(\wedge_{i=1}^{n} p_i)$ 逻辑等价于 $\vee_{i=1}^{n}(\neg p_i)$.

(b) $\neg(\vee_{i=1}^{n} p_i)$ 逻辑等价于 $\wedge_{i=1}^{n}(\neg p_i)$.

命题形式与真值表的对应

- 对于任意的命题形式，能构造对应的真值表(为什么?)
- 对于任意的真值表，是否总能构造出对应的命题形式?
- 思考：可能的构造思路?

命题1.17

对于任意的真值表，存在仅含连接词 $\neg, \wedge, \vee$ 的命题形式与之相对应.

Proof.

(板书) □

两种标准形式(范式)

推论1.18

任意的非矛盾命题形式逻辑等价于一个形如 $\vee_{i=1}^{m}(\wedge_{j=1}^{n}Q_{ij})$ 的命题形式(析取范式)，其中 Q_{ij} 为命题变元或其否定.

Proof.

(练习·板书) $\square$

推论1.19

任意的非重言命题形式逻辑等价于一个形如 $\wedge_{i=1}^{m}(\vee_{j=1}^{n}Q_{ij})$ 的命题形式(合取范式)，其中 Q_{ij} 为命题变元或其否定.

Proof.

(练习·板书) $\square$

推论1.20

$\{\neg, \wedge, \vee\}$ 是一个连接词的完全集.

命题1.21

$\{\neg, \wedge\}$,$\{\neg, \vee\}$, 和 $\{\neg, \to\}$ 都是连接词的完全集.

Proof.

(练习)提示：$(\mathscr{A} \to \mathscr{B}) \leftrightarrow (\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B})$ $\square$

思考：是否能够定义只有一个连接词的完全集?

论证和有效性

定义1.22 (论证形式)

一个论证形式是命题形式的一个有限序列 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n;\ \therefore \mathscr{A}$，其中，$\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$ 称为前提，$\mathscr{A}$ 称为结论.

例 (论证形式的有效性)

$$\begin{aligned} & p \to q, \\ & p, \\ \therefore\ & q \end{aligned}$$

定义1.23 (论证形式的有效性)

一个论证形式 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n;\ \therefore \mathscr{A}$ 被称为是有效的，如果对于命题变元任意使得前提 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$ 取值为真的真值指派，结论 $\mathscr{A}$ 的取值均为真.

命题1.24

一个论证形式 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n;\ \therefore \mathscr{A}$ 是有效的，当且仅当命题形式 $(\mathscr{A}_1 \wedge \cdots \wedge \mathscr{A}_n) \to \mathscr{A}$ 是一个重言式.

Proof.

(练习·板书) $\square$

一些常见的有效论证形式

1.析取三段论：$P \vee Q$, $\neg P$, $\therefore Q$

2.肯定前件式：$P \to Q$, P, $\therefore Q$

3.否定后件式：$P \to Q$, $\neg Q$, $\therefore \neg P$

4.假言三段论：$P \to Q, Q \to R, \therefore P \to R$

5.构造式二难：$(P \to Q) \wedge (R \to S), P \vee R,$

$\therefore Q \vee S$

6.吸收律：$P \to Q$, $\therefore P \to (P \wedge Q)$

7.简化律：$P \wedge Q$, $\therefore P$

8.合取律：P, Q, $\therefore P \wedge Q$

9.附加律：P, $\therefore P \vee Q$

10.摩根律：$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$

$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$

11.交换律：$P \vee Q \leftrightarrow Q \vee P$, $P \wedge Q \leftrightarrow Q \wedge P$

12.结合律：$P \vee (Q \vee S) \leftrightarrow (P \vee Q) \vee S$

$P \wedge (Q \wedge S) \leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge S$

13.分配律：$S \wedge (P \vee Q) \leftrightarrow (S \wedge P) \vee (S \wedge Q)$

$S \vee (P \wedge Q) \leftrightarrow (S \vee P) \wedge (S \vee Q)$

14.双重否定：$P \leftrightarrow \neg\neg P$

15.易位律：$P \to Q \leftrightarrow \neg Q \to \neg P$

16.实质蕴含：$P \to Q \leftrightarrow \neg P \vee Q$

17.实质等价:$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \to Q) \wedge (Q \to P)]$

$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge \neg P)]$

18.输出律：$P \wedge Q \to S \leftrightarrow P \to (Q \to S)$

19.重言律：$P \leftrightarrow (P \vee P)$, $P \leftrightarrow (P \wedge P)$

应用常见的有效论证形式

1. 下面的论证有效吗?
   - 如果 A, $A \to \neg A$, 那么 $\neg A$
   - A, $A \to \neg A$, $\therefore \neg A$
2. 试证明:
   - 同一律: $A \to A$
   - 排中律: $A \vee \neg A$
   - 矛盾律: $A \wedge \neg A$ 是假命题

公理化形式系统 L

- 从真值表到公理系统
  - ▷ 真值表：便于判定论证形式的有效性
  - ▷ 公理系统：便于生成有效的论证形式
- 公理系统的构造：

(1) 选择基本的连接词列表：

例如，选择 $\neg, \rightarrow$，则

▷ $\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$ 是 $\neg\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ 的缩写

▷ $\mathscr{A} \wedge \mathscr{B}$ 是 $\neg(\mathscr{A} \rightarrow (\neg\mathscr{B}))$ 的缩写

(2) 用公理刻画所选逻辑连接词的含义

(3) 选择基本的推理规则

- 系统组成:
  - ▷ 符号 (字)
  - ▷ 公式 (词、句)
  - ▷ 公理 (转化规则)
  - ▷ 推理规则

定义1.25

形式系统 L 被定义为：

1. 符号：

$$\neg,\ \ \rightarrow,\ (,\ ),\ p_1, \cdots, p_n, \cdots$$

2. 公式的归纳规则：

   (i) 对于每个 i，p_i 是公式 (well-formed formula, wff).

   (ii) 如果 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{B}$ 是公式，那么 $\neg\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ 是公式.

   (iii) 所有公式均由(i)和(ii)生成.

(to be continued.)

定义1.25 (continued.)

3. 公理：对任意的公式 $\mathscr{A},\mathscr{B},\mathscr{C}$,

$$L1: \mathscr{A} \to (\mathscr{B} \to \mathscr{A}).$$

$$L2: (\mathscr{A} \to (\mathscr{B} \to \mathscr{C})) \to ((\mathscr{A} \to \mathscr{B}) \to (\mathscr{A} \to \mathscr{C})).$$

$$L3: (\neg\mathscr{B} \to \neg\mathscr{A}) \to (\mathscr{A} \to \mathscr{B}).$$

4. 规则：对任意的公式 $\mathscr{A},\mathscr{B}$,

$$\mathscr{A},\ \mathscr{A} \to \mathscr{B};\ \ \therefore \mathscr{B}.\quad \text{(Modus ponens, MP)}$$

公理 $L1, L2, L3$ 在系统 L 中无需证明.

命题1.26

命题形式 $L1, L2, L3$ 都是重言式.

Proof.

仅简述 $L3$，其余留作练习 $\square$

Table 1: $L3$: Step 1

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \to \neg p$	$p \to q$	$L3$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

Table 2: $L3$: Step 1

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \to \neg p$	$p \to q$	$L3$
T	T	F	F		T	
T	F	F	T		F	
F	T	T	F		T	
F	F	T	T		T	

Table 3: $L3$: Step 3

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \to \neg p$	$p \to q$	$L3$
T	T	F	F	T	T	
T	F	F	T	F	F	
F	T	T	F	T	T	
F	F	T	T	T	T	

Table 4: $L3$: Step 4

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \to \neg p$	$p \to q$	$L3$
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

系统 L 中的论证

定义1.28 (L 中的证明)

L 中的论明是一个公式序列 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$，其中每个公式 $\mathscr{A}_i$ 或者是 L 的一个公理，或者是由它前面的两个公式和 MP 规则推出的结论. 这样的证明被称为 $\mathscr{A}_n$ 在 L 中一个的证明，$\mathscr{A}_n$ 被称为 L 中的一个定理，记为 $\vdash_L \mathscr{A}_n$.

- $\vdash$ 不是 L 中的符号.
- 花体字母也不是，但为了方便用其表示非特定公式.
- 对于任意的 $k < n$, $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_k$ 是 L 中的一个定理.
- 显然，L 中的论明是完全从公理出发的演绎.
- 一般的演绎具有限制条件.

定义1.29 (L 中从 Γ 出发的证明)

令 Γ 是 L 中的公式集，其中的公式可以是或不是L 中的定理.

L 中的公式序列 $\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_n$ 被称为是从 Γ 出发的一个证明，

如果其中每个公式 $\mathscr{A}_i$：

(i) 或者是 L 的一个公理,

(ii) 或者是 Γ 的一个成员,

(iii) 或者是由它前面的两个公式和 MP 规则推出的结论.

这样的证明被称为 $\mathscr{A}_n$ 在 L 中从 Γ 出发的一个证明，或者称 Γ 推出了 $\mathscr{A}_n$，记为 $\Gamma \vdash_L \mathscr{A}_n$.

注意

L 外的公式是既定事实补充, L 内的公式则用于简化证明.

例1.30

对任何 L 中的公式 $\mathscr{A}, \mathscr{B}$，试证：

(i) $\vdash_L (\mathscr{A} \to \mathscr{A})$.

(ii) $\vdash_L (\neg\mathscr{B} \to (\mathscr{B} \to \mathscr{A}))$.

Proof.

(练习·板书) $\square$

命题1.31 (演绎定理)

设 $\mathscr{A},\mathscr{B}$是 L 中的公式且 Γ 是 L 中的公式集. 如果 $\Gamma \cup \{\mathscr{A}\} \vdash_L \mathscr{B}$，那么 $\Gamma \vdash_L (\mathscr{A} \to \mathscr{B})$.

Proof.

(板书) 归纳+分类：(i) 对从 $\Gamma \cup \{\mathscr{A}\}$ 到 $\mathscr{B}$ 之证明序列的公式数目做归纳; (ii) 对 $\mathscr{B}$ 的来源分类. □

命题1.32 (逆演绎定理)

在1.31假设下, 如果 $\Gamma \vdash_L (\mathscr{A} \to \mathscr{B})$, 那么 $\Gamma \cup \{\mathscr{A}\} \vdash_L \mathscr{B}$.

Proof.

(练习) □

推论1.33 (假言三段论)

对任何 L 中的公式 $\mathscr{A},\mathscr{B},\mathscr{C}$,

$$\{(\mathscr{A}\to\mathscr{B}),(\mathscr{B}\to\mathscr{C})\}\vdash_L(\mathscr{A}\to\mathscr{C}).$$

Proof.

(练习) □

推论1.34 (归结)

对任何 L 中的公式 $\mathscr{C}_1,\mathscr{C}_2,\mathscr{M}$,

$$\{(\mathscr{C}_1\vee\mathscr{M}),(\mathscr{C}_2\vee\neg\mathscr{M})\}\vdash_L(\mathscr{C}_1\vee\mathscr{C}_2).$$

Proof.

(练习) □

命题1.35 (反证法的特例)

对任何 L 中的公式 $\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{R}$, $\{\mathscr{A}, \mathscr{B}, (\neg\mathscr{R} \wedge \mathscr{A}) \to \neg\mathscr{B}\} \vdash_L \mathscr{R}$.

Proof.

(练习) $\square$

命题1.36

对任何 L 中的公式 $\mathscr{A}$,

(i) $\vdash_L (\neg\mathscr{B} \to (\mathscr{B} \to \mathscr{A}))$.

(ii) $\vdash_L (\neg\mathscr{A} \to \mathscr{A}) \to \mathscr{A}$.

Proof.

(练习·板书) $\square$

推论1.37

设 Γ 是 L 中的公式集且 Γ 中包含矛盾 $\mathscr{B}$ 和 $\neg\mathscr{B}$. 那么对于 L 中的任何公式 $\mathscr{A}$，都有 $\Gamma \vdash_L \mathscr{A}$.

Proof.

(练习) □

注

- 突出了一致的重要性.
- 是否会有公式 $\mathscr{A}$ 使得 $\vdash_L \mathscr{A}$ 且 $\vdash_L \neg\mathscr{A}$?
- 直到现在，集合论ZF公理系统的一致性还是未知的.

L 的性质

命题1.38

(a) L 的每个定理都是重言式.

(b) 不存在 L 中的公式 $\mathscr{A}$ 使得 $\mathscr{A}$ 和 $\neg\mathscr{A}$ 都是 L 中的定理.

(c) 如果 $\mathscr{A}$ 是 L 中的一个公式且是重言式，那么 $\vdash_L \mathscr{A}$.

(d) 存在一种可行的方法判定 L 中的给定公式是否为定理.

Proof.

(板书) □

注

1. (a)-(d)依次称为可靠性、一致性、完全性、以及可判定性.
2. 注意(c)的证明思路，以及过程中引入的一系列概念.

再看上帝悖论

- 上帝不是万能的

  因为上帝不能创造出一块自己无法举起的石头

  如果上帝能创造出一块自己无法举起的石头

  那么上帝仍然不是万能的

- 逻辑演绎系统内的规则

再看说谎者问题

- 有 A, B, C 三人，要么说谎要么说真话

  A 说：B 和 C 都是说谎者

  B 说：A 和 C 都是说谎者

  C 说：A 和 B 中至少有一个说谎者

  问：谁是说谎者？

- 试用逻辑表达式写出所有前提
- 假设-归谬法

小结

小结

(1) 命题

(2) 命题变元

(3) 逻辑连接词

(4) 命题形式

(5) 重言式、矛盾式、可满足式

(6) 逻辑蕴含、逻辑等价

(7) 论证形式

(8) 论证形式的有效性

(9) 公理化系统 L

(10) L 中的证明

(11) L 中从 Γ 出发的证明

END