

理论作业二 量子测量与量子算法

王晓宇 3220104364

2024 年 10 月 29 日

1. 假设有初始化为 $|1\rangle$ 态的量子寄存器若干, 给出分别使用酉算子 H 、 X 、 T 、 S 进行测量的结果。

1. 使用 H 算子进行测量。

$$|1\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

2. 使用 X 算子进行测量。

$$|1\rangle \xrightarrow{X} |0\rangle$$

3. 使用 T 算子进行测量。

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle \xrightarrow{T} e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle$$

4. 使用 S 算子进行测量。

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle \xrightarrow{S} i|1\rangle$$

2. 证明 Grover 算法中的算子 G 每次作用时使量子态向 $|\beta\rangle$ 方向旋转角度 θ 。

3. 根据 Grover 算法中 M 、 N 的定义, 令 $\gamma = M/N$, 证明在 $|\alpha\rangle$ 、 $|\beta\rangle$ 基下, Grover 算法中的算子 G 可以写为 $\begin{bmatrix} 1-2\gamma & -2\sqrt{\gamma-\gamma^2} \\ 2\sqrt{\gamma-\gamma^2} & 1-2\gamma \end{bmatrix}$ 。

Bonus: 给出 RSA 算法加密、解密过程的证明, 即证明明文为 $a \equiv C^d \pmod{n}$ 。