МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-109
Гречух Тарас
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018 р.

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій.

Мета: Набути практичних вмінь та навичок при комп’ютерній реалізації комбінаторних задач.

Завдання з додатку 1 (варіант 3) та їх розв’язання:

1. У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових- з французької. Кожен день він готовиться до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?

Розв'язання:

Якщо вважати, його підготовку кожного дня тижня, тоді він має усього 7 днів. (Це підтверджує наявність 4+3=7 груп, кожна з яких займається по 1 разу на тиждень). В один день він може готувати одну з двох мов. Нам достатньо знайти різні варіанти розподілення однієї з мовних груп, адже всі дні, що залишуться будуть днями для іншої мовної групи. Отже:

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{5\cdot\cancel{6}\cdot 7}{\cancel{2\cdot 3}} = 35$$

В: 35 способами.

2. Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?

Розв'язання:

Нехай у перший день він посадить усі 10 дерев і в наступні два по 0 і таких можливих три варіанти, коли ці 10 дерев будуть посаджені на 2 і на 3 день. Якщо ж припустити, що він посадить 9 дерев у перший і 1 в другий і 0 в третій, або 9 у перший 0 в другий і 1 в третій, то бачимо що кількість варіантів збільшується на 1 (ніж було при 10 на початку). У випадку 9 є так само ще 3 варіанти розташування 9 і решти дерев (ці 3 варіанти будуть присутні у всіх спробах тому рахуємо лише можливі спроби коли наше число перше (у перший день) а потім домножимо все на 3). Ця закономірність є невипадковою і очевидно, що при 8 на початку уже буде 3 різні варіанти і т.д.

Наочно:

10 0 0
9 1 0
9 0 1
8 0 2
8 2 0
8 1 1
7 0 3
7 3 0
7 2 1
7 1 2 …

Але тут присутній один нюанс… Після наших комбінацій з числом 5 усе повториться (наприклад є уже спосіб 9 1 0 і такий самий спосіб буде коли ми будемо перевіряти число 1 і його розташування по середині, і це без вийнятку пошириться на усю половину способів). Отже ми додаватимемо не усі 10 способів а лише 6 перших (включно до числа 5)=>

1+2+3+4+5+6=21 і не забуваємо що кожне з них має ще 3 різні розташування (по середині і вкінці, тобто на 2 або 3 день), тому домножуємо отримане на 3 => 21 * 3 = 63.

В: 63 способами.

3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

Розв'язання:

4. Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

Розв'язання:

Для кожного числа з даних (як чисельника) є пара іншого (як знаменника). Тобто для числа 2 є (n-1) варіантів дробів (де n загальна кількість чисел, сам дріб 2/2 не враховуємо, бо він автоматично скоротний). Для кожного числа є така ж кількість комбінацій парування. Але потрібно врахувати що для деяких чисел існують пари з якими вони будуть скоротними. Таких випадків є небагато тому їх можна перелічити: для числа 2 відпадуть комбінації з числами 4 та 6 тобто уже (n-1) - 2 комбінації для числа 2. Для числа 3 відпаде комбінація лише з числом 6 отже (n-1) -1 комбінацій. Для числа 4 – (n-1) - 2 комбінації і для числа 6 – (n-1) - 3 комбінації. Усі решта чисел не матимуть зайвих пар. Додамо кількість комбінацій для кожного числа (як чисельника) => отримаємо (10n – 18). Підставимо n = 10 отримаємо 100 – 18 = 82. => В: 82 дроба.

5. З цифр 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п’ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

Розв'язання:

Фіксуємо числа 6 і 8 у нашому 5 цифровому числі. Нехай число 68abc – наше шукане число. Для числа a можемо підставити одне з 5 значень, для b уже одне з 4, що залишилися і відповідно для с уже одне з 3 чисел. Тобто у випадку коли числа 6 і 8 стоять перші (і 6 перед 8) є можливих 5*4*3 = 60 комбінацій чисел. У даному випадку є 4 випадки коли 8 стоїть після 6 (68abc, 6a8bc, 6ab8c, 6abc8). Нехай 6 стоятиме на другій позиції (8 знову після 6) тоді буде ще 3 випадки розташування 8. Коли 6 на третій позиції то є ще 2 випадки розташування 8, і нарешті коли 6 на 4 позиції то існує лише 1 випадок розташування 8 (abc68). Тобто таких випадків 4 + 3 + 2 + 1 = 10. І для кожного з цих випадків є можливість комбінувати інші числа (а їх 60 комбінацій), отже можливих розташувань (коли 6 перед 8) є 10 * 60 = 600. Для 8 обраховувати все спочатку не потрібно, операції аналогічні тому просто множимо на 2. => 600 * 2 = 1200.

В: 1200 різних чисел.

6. Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

Розв’язання:

Це упорядковане розбиття, де n=6, n1=n2=n3=2. Тобто можливих способів буде –

$$C_6^{2,2,2} = \frac{6!}{2!2!2!} = 90$$

7. У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 – у хокей, 18 – у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом – 7, волейболом і хокеєм – 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

Розв'язання:

За формулою включень та виключень маємо:

N(загальна к-сть людей)=38, N_0(ті, хто не займається жодним спортом)=0, S_1(ті, хто займаються спортом)=16+17+18=51, S_2(ті, хто займається одразу двома видами спорту)=4+7+5=16 => $N_0 = N - S_1 + S_2 - S_3$(ті, хто займається одразу трьома видами спорту), тоді $S_3 = N - S_1 + S_2 - N_0 = 38-51+16 = 3$.

В: 3 чоловік займається одразу трьома видами спорту.

Завдання з додатку 2 (варіант 3):

Запрограмувати за варіантом обчислення кількості розміщення(перестановок, комбінацій, алгоритму визначення наступної лексикографічної сполуки, перестановки) та формулу Ньютона і побудувати за допомогою неї розклад за варіантом.

Задане додатне ціле число n і невід'ємне ціле число r (r <= n). Розташувати у лексикографічному порядку всі розміщення без повторень із елементів множини {1, 2, …, n}. Побудувати розклад $(x + y)^6$.

Розв'язання:

Результат виконаної програми:

Висновок: *Я* набув практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.