

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-109
Гречух Тарас

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2018 р.

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій.

Мета: Набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

Завдання з додатку 1 (варіант 3) та їх розв'язання:

1. У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових - з французької. Кожен день він готовиться до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?

Розв'язання:

Якщо вважати, його підготовку кожного дня тижня, тоді він має усього 7 днів. (Це підтверджує наявність $4+3=7$ груп, кожна з яких займається по 1 разу на тиждень). В один день він може готувати одну з двох мов. Нам достатньо знайти різні варіанти розподілення однієї з мовних груп, адже всі дні, що залишуться будуть днями для іншої мовної групи. Отже:

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4! 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35$$

В: 35 способами.

2. Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?

Розв'язання:

Нехай у перший день він посадить усі 10 дерев і в наступні два по 0 і таких можливих три варіанти, коли ці 10 дерев будуть посаджені на 2 і на 3 день. Якщо ж припустити, що він посадить 9 дерев у перший і 1 в другий і 0 в третій, або 9 у перший 0 в другий і 1 в третій, то бачимо що кількість варіантів збільшується на 1 (ніж було при 10 на початку). У випадку 9 є так само ще 3 варіанти розташування 9 і решти дерев (ци 3 варіанти будуть присутні у всіх спробах тому рахуємо лише можливі спроби коли наше число перше (у перший день) а потім домножимо все на 3). Ця закономірність є невипадковою і очевидно, що при 8 на початку уже буде 3 різні варіанти і т.д.

Наочно:

10 0 0
9 1 0
9 0 1
8 0 2
8 2 0
8 1 1
7 0 3
7 3 0
7 2 1
7 1 2 ...

Але тут присутній один нюанс... Після наших комбінацій з числом 5 усе повториться (наприклад є уже спосіб 9 1 0 і такий самий спосіб буде коли ми будемо перевіряти число 1 і його розташування по середині, і це без винятку пошириється на усю половину способів). Отже ми додаватимемо не усі 10 способів а лише 6 перших (включно до числа 5)=>

$1+2+3+4+5+6=21$ і не забуваємо що кожне з них має ще 3 різні розташування (по середині і вкінці, тобто на 2 або 3 день), тому домножуємо отримане на 3 => $21 * 3 = 63$.

В: 63 способами.

3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

Розв'язання:

Спершу оберемо 10 листівок з 10 сортів, а потім ще 2 листівки з 10 сортів і значення перемножимо. Вибірка у нас буде невпорядкована і з повторюваними елементами, бо ми можемо взяти кілька листівок одного і того ж сорту.

$$C_{10+10-1}^{10} \cdot C_{10+2-1}^2 = 5\ 080\ 790$$

В: 5 080 790 способами.

4. Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

Розв'язання:

Для кожного числа з даних (як чисельника) є пара іншого (як знаменника). Тобто для числа 2 є $(n-1)$ варіантів дробів (де n загальна кількість чисел, сам дріб $2/2$ не враховуємо, бо він автоматично скоротний). Для кожного числа є така ж кількість комбінацій парування. Але потрібно врахувати що для деяких чисел існують пари з якими вони будуть скоротними. Таких випадків є небагато тому їх можна перелічити: для числа 2 відпадуть комбінації з числами 4 та 6 тобто уже $(n-1) - 2$ комбінацій для числа 2. Для числа 3 відпаде комбінація лише з числом 6 отже $(n-1) - 1$ комбінацій. Для числа 4 – $(n-1) - 2$ комбінацій і для числа 6 – $(n-1) - 3$ комбінацій. Усі решта чисел не матимуть звичайних пар. Додамо кількість комбінацій для кожного числа (як чисельника) \Rightarrow отримаємо $(10n - 18)$. Підставимо $n = 10$ отримаємо $100 - 18 = 82$. \Rightarrow

В: 82 дроба.

5. З цифр 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п'ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

Розв'язання:

Фіксуємо числа 6 і 8 у нашому 5 цифровому числі. Нехай число 68abc – наше шукане число. Для числа a можемо підставити одне з 5 значень, для b уже одне з 4, що залишилися і відповідно для c уже одне з 3 чисел. Тобто у випадку коли числа 6 і 8 стоять перші (і 6 перед 8) є можливих $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ комбінацій чисел. У даному випадку є 4 випадки коли 8 стоїть після 6 (68abc, 6a8bc, bab8c, babc8). Нехай 6 стоятиме на другій позиції (8 знову після 6) тоді буде ще 3 випадки розташування 8. Коли 6 на третій позиції то є ще 2 випадки розташування 8, і нарешті коли 6 на 4 позиції то існує лише 1 випадок розташування 8 (abc68). Тобто таких випадків $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. І для кожного з цих випадків є можливість комбінувати інші числа (а їх 60 комбінацій), отже можливих розташувань (коли 6 перед 8) є $10 \cdot 60 = 600$. Для 8 обраховувати все спочатку не потрібно, операції аналогічні тому просто множимо на 2. $\Rightarrow 600 \cdot 2 = 1200$.

В: 1200 різних чисел.

6. Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

Розв'язання:

Це упорядковане розбиття, де $n=6$, $n_1=n_2=n_3=2$. Тобто можливих способів буде –

$$C_6^{2,2,2} = \frac{6!}{2!2!2!} = 90$$

7. У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 – у хокей, 18 – у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом – 7, волейболом і хокеєм – 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

Розв'язання:

За формулою включення та виключень маємо:

$N(\text{загальна к-сть людей})=38$, $N_0(\text{ті, хто не займається жодним спортом})=0$, $S_1(\text{ті, хто займається спортом})=16+17+18=51$, $S_2(\text{ті, хто займається одразу двома видами спорту})=4+7+5=16 \Rightarrow N_0 = N - S_1 + S_2 - S_3(\text{ті, хто займається одразу трьома видами спорту})$, тоді $S_3 = N - S_1 + S_2 - N_0 = 38 - 51 + 16 = 3$.

В: 3 чоловік займається одразу трьома видами спорту.

Завдання з додатку 2 (варіант 3):

Запрограмувати за варіантом обчислення кількості розміщення(перестановок, комбінацій, алгоритму визначення наступної лексикографічної сполучки, перестановки) та формулу Ньютона і побудувати за допомогою неї розклад за варіантом.

Задане додатне ціле число n і невід'ємне ціле число r ($r \leq n$). Розташувати у лексикографічному порядку всі розміщення без повторень із елементів множини $\{1, 2, \dots, n\}$. Побудувати розклад $(x+y)^n$.

Розв'язання:

Біном:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>

using namespace std;

unsigned long int factorial(size_t n)
{
    if (n == 1 || n == 0) return 1;
    return n * factorial(n - 1);
}

unsigned long int comb(size_t n, size_t k)
{
    return factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k));
}

void binom()
{
    bool sign;
    int pow;
    char temp;

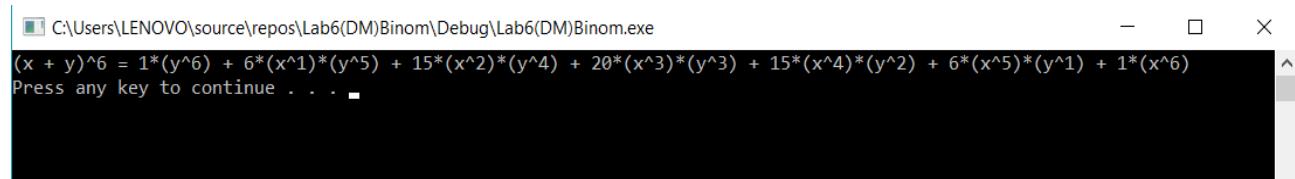
    cout << "(x ";
    cin >> temp;
    system("cls");
    cout << "(x " << temp;
    if (temp == '+')
        sign == true;
    else if (temp == '-')
        sign = false;
    else
        throw exception();
    cout << " y)^";
    cin >> pow;
    system("cls");
    cout << "(x " << temp << " y)^" << pow << " = ";

    for (size_t k = 0; k <= pow; k++)
    {
        cout << comb(pow, k) << "*";
        if (k != 0) cout << "(x^" << k << ")";
        if ((k != 0) && ((pow - k) != 0)) cout << "*";
        if ((pow - k) != 0) cout << "(y^" << pow - k << ")";
        if (k != pow) cout << (sign ? " + " : ((pow - k) % 2 ? " - " : " + "));
    }

    cout << endl;
}

int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "Ukr");
    binom();
    system("pause");
    return 0;
};
```

Результат виконаної програми:



```
C:\Users\LENOVO\source\repos\Lab6(DM)\Binom\Debug\Lab6(DM)\Binom.exe
(x + y)^6 = 1*(y^6) + 6*(x^1)*(y^5) + 15*(x^2)*(y^4) + 20*(x^3)*(y^3) + 15*(x^4)*(y^2) + 6*(x^5)*(y^1) + 1*(x^6)
Press any key to continue . . .
```

Лексикографічний порядок:

```
#include <vector>
#include <string>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;

bool CheckSameCharInString(string str)
{
    sort(str.begin(), str.end());

    for (size_t i = 0; i < str.size() - 1; i++)
    {
        if (str[i] == str[i + 1])
            return 1;
    }
    return 0;
}

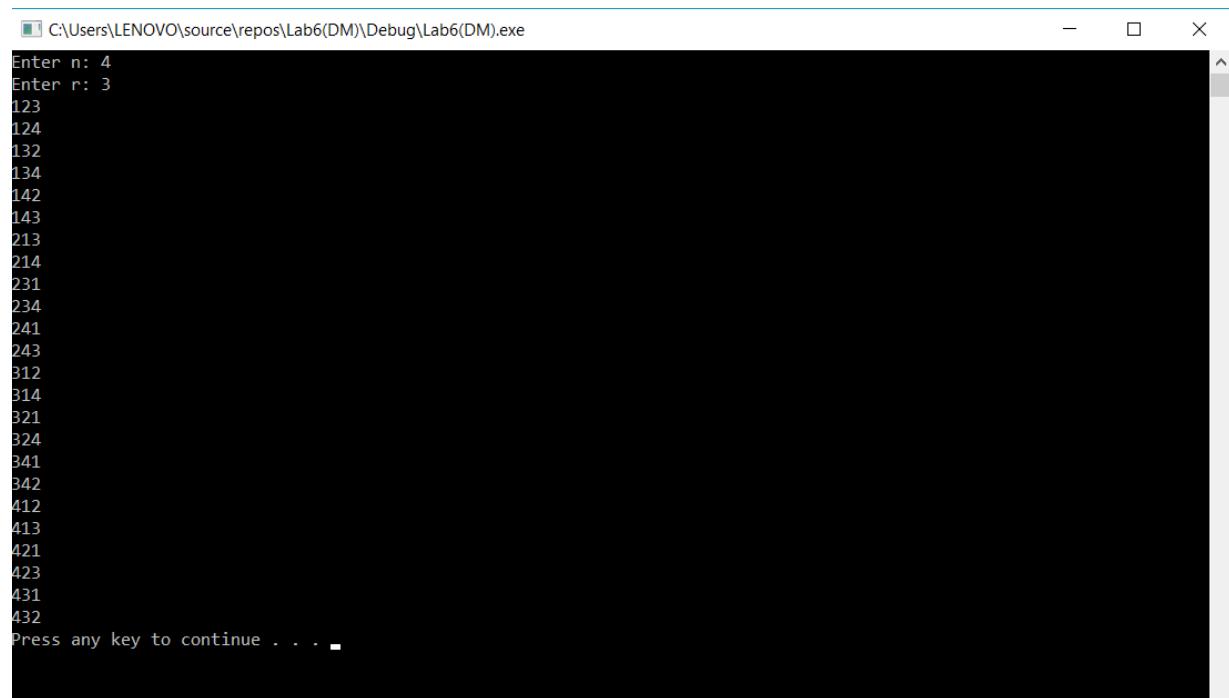
void Lexicologic(size_t size, size_t r)
{
    int bord = pow(size, r);
    vector<string> res;

    for (size_t i = 0; i < bord; i++)
    {
        res.push_back("");
        for (size_t j = 0; j < r; j++)
            res[i] += '0' + (((int)(i / pow(size, r - j - 1))) % size + 1);
    }

    for (size_t i = 0; i < bord; i++)
    {
        if (!CheckSameCharInString(res[i]))
        {
            cout << res[i] << endl;
        }
    }
}

int main()
{
    size_t n;
    size_t r;
    cout << "Enter n: ";
    cin >> n;
    cout << "Enter r: ";
    cin >> r;
    Lexicologic(n, r);
    system("pause");
    return 0;
}
```

Результат виконаної програми:



```
C:\Users\LENOVO\source\repos\Lab6(DM)\Debug\Lab6(DM).exe
Enter n: 4
Enter r: 3
123
124
132
134
142
143
213
214
231
234
241
243
312
314
321
324
341
342
412
413
421
423
431
432
Press any key to continue . . .
```

Висновок: Я набув практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.