

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Лабораторна робота №6**

з дисципліни  
«Дискретна математика»

**Виконав:**  
студент групи КН-109  
Гречух Тарас  
**Викладач:**  
Мельникова Н.І.

Львів – 2018 р.

**Тема:** Генерація комбінаторних конфігурацій.

**Мета:** Набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

**Завдання з додатку 1 ( варіант 3) та їх розв'язання:**

1. У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових- з французької. Кожен день він готується до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?

Розв'язання:

Якщо вважати, його підготовку кожного дня тижня, тоді він має усього 7 днів. (Це підтверджує наявність  $4+3=7$  груп, кожна з яких займається по 1 разу на тиждень). В один день він може готувати одну з двох мов. Нам достатньо знайти різні варіанти розподілення однієї з мовних груп, адже всі дні, що залишаться будуть днями для іншої мовної групи. Отже:

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 35$$

В: 35 способами.

2. Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?

Розв'язання:

Нехай у перший день він посадить усі 10 дерев і в наступні два по 0 і таких можливих три варіанти, коли ці 10 дерев будуть посаджені на 2 і на 3 день. Якщо ж припустити, що він посадить 9 дерев у перший і 1 в другий і 0 в третій, або 9 у перший 0 в другий і 1 в третій, то бачимо що кількість варіантів збільшується на 1 (ніж було при 10 на початку). У випадку 9 є так само ще 3 варіанти розташування 9 і решти дерев (ці 3 варіанти будуть присутні у всіх спробах тому рахуємо лише можливі спроби коли наше число перше (у перший день) а потім домножимо все на 3). Ця закономірність є не випадковою і очевидно, що при 8 на початку уже буде 3 різні варіанти і т.д.

Наочно:

10 0 0
9 1 0
9 0 1
8 0 2
8 2 0
8 1 1
7 0 3
7 3 0
7 2 1
7 1 2 ...

Але тут присутній один нюанс... Після наших комбінацій з числом 5 усе повториться (наприклад є уже спосіб 9 1 0 і такий самий спосіб буде коли ми будемо перевіряти число 1 і його розташування по середині, і це без винятку пошириться на усю половину способів). Отже ми додаватимемо не усі 10 способів а лише 6 перших (включно до числа 5)=>

$1+2+3+4+5+6=21$  і не забуваємо що кожне з них має ще 3 різні розташування (по середині і вкінці, тобто на 2 або 3 день), тому домножуємо отримане на 3 =>  $21 * 3 = 63$ .

В: 63 способами.

3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

Розв'язання:

Спершу оберемо 10 листівок з 10 сортів, а потім ще 2 листівки з 10 сортів і значення перемножимо. Вибірка у нас буде неупорядкована і з повторюваними елементами, бо ми можемо взяти кілька листівок одного і того ж сорту.

$$C_{10+10-1}^{10} \cdot C_{10+2-1}^2 = 5\,080\,790$$

В: 5 080 790 способами.

4. Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

Розв'язання:

Для кожного числа з даних (як чисельника) є пара іншого (як знаменника). Тобто для числа 2 є  $(n-1)$  варіантів дробів (де  $n$  загальна кількість чисел, сам дріб  $2/2$  не враховуємо, бо він автоматично скоротний). Для кожного числа є така ж кількість комбінацій парування. Але потрібно врахувати що для деяких чисел існують пари з якими вони будуть скоротними. Таких випадків є небагато тому їх можна перелічити: для числа 2 відпадуть комбінації з числами 4 та 6 тобто уже  $(n-1) - 2$  комбінації для числа 2. Для числа 3 відпаде комбінація лише з числом 6 отже  $(n-1) - 1$  комбінацій. Для числа 4 –  $(n-1) - 2$  комбінації і для числа 6 –  $(n-1) - 3$  комбінації. Усі решта чисел не матимуть зайвих пар. Додамо кількість комбінацій для кожного числа (як чисельника)  $\Rightarrow$  отримаємо  $(10n - 18)$ . Підставимо  $n = 10$  отримаємо  $100 - 18 = 82$ .  $\Rightarrow$

В: 82 дроба.

5. З цифр 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п'ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

Розв'язання:

Фіксуємо числа 6 і 8 у нашому 5 цифровому числі. Нехай число  $68abc$  – наше шукане число. Для числа  $a$  можемо підставити одне з 5 значень, для  $b$  уже одне з 4, що залишилися і відповідно для  $c$  уже одне з 3 чисел. Тобто у випадку коли числа 6 і 8 стоять перші (і 6 перед 8) є можливих  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  комбінацій чисел. У даному випадку є 4 випадки коли 8 стоїть після 6 ( $68abc$ ,  $6a8bc$ ,  $6ab8c$ ,  $6abc8$ ). Нехай 6 стоятиме на другій позиції (8 знову після 6) тоді буде ще 3 випадки розташування 8. Коли 6 на третій позиції то є ще 2 випадки розташування 8, і нарешті коли 6 на 4 позиції то існує лише 1 випадок розташування 8 ( $abc68$ ). Тобто таких випадків  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ . І для кожного з цих випадків є можливість комбінувати інші числа (а їх 60 комбінацій), отже можливих розташувань (коли 6 перед 8) є  $10 \cdot 60 = 600$ . Для 8 обраховувати все спочатку не потрібно, операції аналогічні тому просто множимо на 2.  $\Rightarrow 600 \cdot 2 = 1200$ .

В: 1200 різних чисел.

6. Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

Розв'язання:

Це упорядковане розбиття, де  $n=6$ ,  $n_1=n_2=n_3=2$ . Тобто можливих способів буде –

$$C_6^{2,2,2} = \frac{6!}{2!2!2!} = 90$$

7. У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 – у хокей, 18 – у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом – 7, волейболом і хокеєм – 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

Розв'язання:

За формулою включень та виключень маємо:

$N$ (загальна к-сть людей)=38,  $N_0$ (ті, хто не займається жодним спортом)=0,  $S_1$ (ті, хто займаються спортом)=16+17+18=51,  $S_2$ (ті, хто займається одразу двома видами спорту)=4+7+5=16  $\Rightarrow N_0 = N - S_1 + S_2 - S_3$ (ті, хто займається одразу трьома видами спорту), тоді  $S_3 = N - S_1 + S_2 - N_0 = 38 - 51 + 16 = 3$ .

В: 3 чоловік займається одразу трьома видами спорту.

## Завдання з додатку 2 ( варіант 3):

Запрограмувати за варіантом обчислення кількості розміщення(перестановок, комбінацій, алгоритму визначення наступної лексикографічної сполуки, перестановки) та формулу Ньютона і побудувати за допомогою неї розклад за варіантом.

Задане додатне ціле число  $n$  і невід'ємне ціле число  $r$  ( $r \leq n$ ). Розташувати у лексикографічному порядку всі розміщення без повторень із елементів множини  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Побудувати розклад  $(x + y)^n$ .

## Розв'язання:

### Біном:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>

using namespace std;

unsigned long int factorial(int n)
{
    if (n == 1 || n == 0) return 1;
    return n * factorial(n - 1);
}

unsigned long int comb(int n, int k)
{
    return factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k));
}

void binom()
{
    bool sign = true;
    int pow;
    char temp;

    cout << "(x ";
    cin >> temp;
    system("cls");
    cout << "(x " << temp;
    if (temp == '+')
        sign == true;
    else if (temp == '-')
        sign = false;

    cout << " y)^";
    cin >> pow;
    system("cls");
    cout << "(x " << temp << " y)^" << pow << " = ";

    for (int k = 0; k <= pow; k++)
    {
        cout << comb(pow, k) << '*';

        if (k != 0)
            cout << "(x^" << k << ")";
        if ((k != 0) && ((pow - k) != 0))
            cout << '*';
        if ((pow - k) != 0)
            cout << "(y^" << pow - k << ")";
        if (k != pow)
            cout << (sign ? " + " : ((pow - k) % 2 ? " - " : " + "));
    }

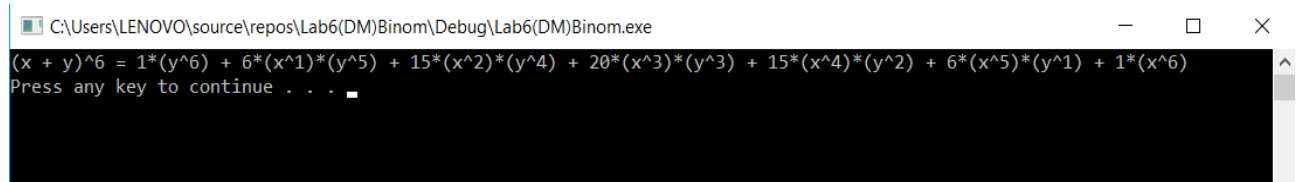
    cout << endl;
}

int main()
{
    binom();

    system("pause");
}
```

```
    return 0;
}
```

## Результат виконаної програми:



## Лексикографічний порядок:

```
#include <vector>
#include <string>
#include <iostream>
#include <algorithm>

using namespace std;

bool CheckSameCharInString(string str)
{
    sort(str.begin(), str.end());

    for (int i = 0; i < str.size() - 1; i++)
    {
        if (str[i] == str[i + 1])
            return 1;
    }
    return 0;
}

void Lexicoligic(int size, int r)
{
    int bord = pow(size, r);

    vector <string> res;

    for (int i = 0; i < bord; i++)
    {
        res.push_back("");
        for (int j = 0; j < r; j++)
            res[i] += '0' + (((int)(i / pow(size, r - j - 1))) % size + 1);
    }

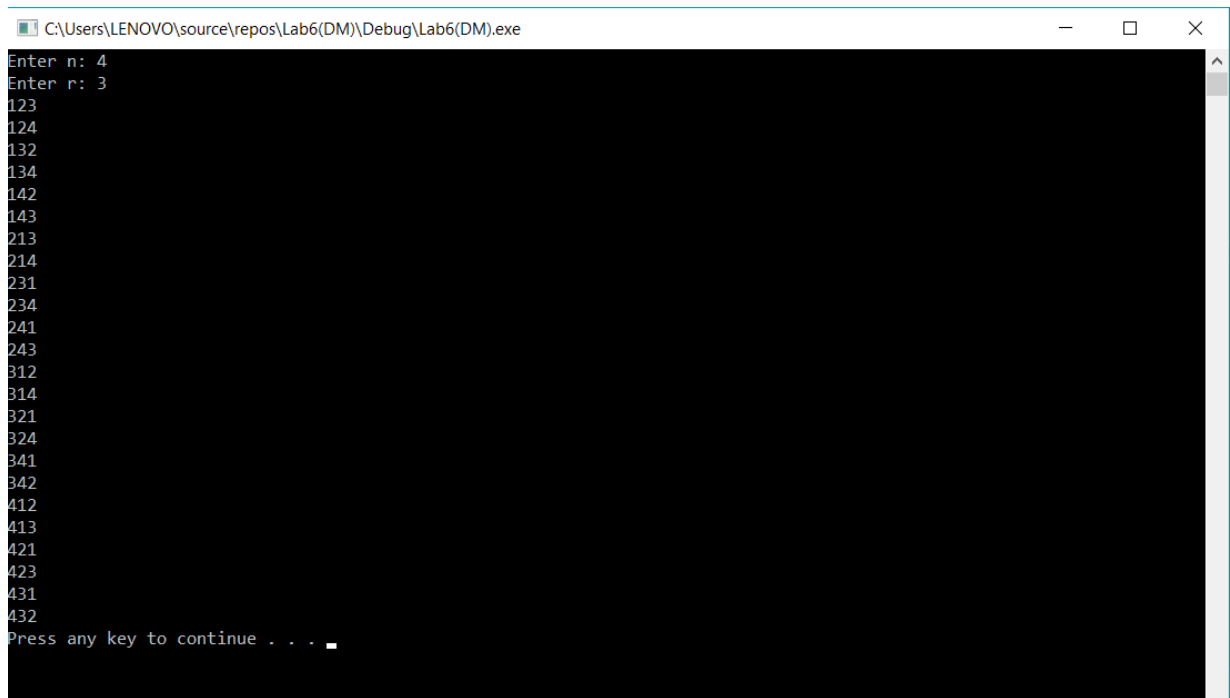
    for (int i = 0; i < bord; i++)
    {
        if (!CheckSameCharInString(res[i]))
        {
            cout << res[i] << endl;
        }
    }
}

int main()
{
    int n;
    int r;

    cout << "Enter n: ";
    cin >> n;
```

```
    cout << "Enter r: ";  
    cin >> r;  
  
    Lexicoligic(n, r);  
  
    system("pause");  
    return 0;  
}
```

### Результат виконаної програми:



```
C:\Users\LENOVO\source\repos\Lab6(DM)\Debug\Lab6(DM).exe  
Enter n: 4  
Enter r: 3  
123  
124  
132  
134  
142  
143  
213  
214  
231  
234  
241  
243  
312  
314  
321  
324  
341  
342  
412  
413  
421  
423  
431  
432  
Press any key to continue . . .
```

**Висновок:** Я набув практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.