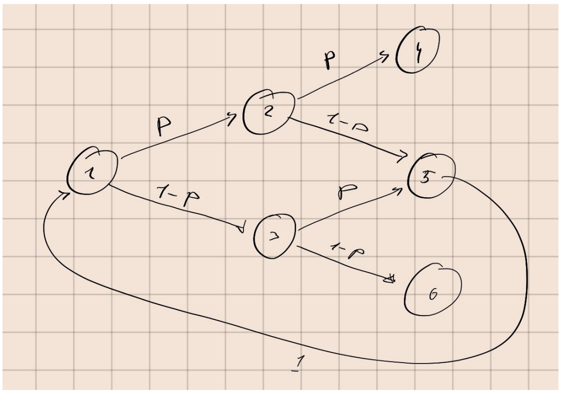

Рис. 1: Так виглядає дерево і структура марківського процессу для цієї задачі

Стан 1 це початок, стан 2 це (1, 0), стан 3 це (0, 1) стан 4 це виграш першого (2, 0), стан 5 це (1, 1), а стан 6 це виграш другого

Виведення формул для другого завдання.
Імовірність виграти в раунді k тобто

$$P_{\text{п}}^{\text{k}} = p^2$$

Імовірність нічиєї в раунді k

$$P_{\text{н}}^{\text{k}} = (2p(1-p))^k$$

Таким чином імовірність виграти за N раундів буде імовірність виграти в першому раунді додати імовірність виграти в другому, якщо нічия в першому, імовірність виграти в третьому якщо нічия в двох поспіль і так далі отже:

$$P^{\text{N}} = p^2 + \sum_{\text{k}=2}^{\text{N}} p^2(2p(1-p))^{k-1}$$

Імовірність виграти за всі раунди складатиме

$$P = p^2 + p^2 \sum_{\text{k}=2}^{+\infty} (2p(1-p))^{k-1}$$

З цього зробимо два висновки:

Перший це те, що цей ряд обчислюється як сума нескінченної спадної геометричної прогресії з першим членом $b1 = (2p(1-p))$ і кроком $q = (2p(1-p))$ а отже $S = \frac{2p(1-p)}{1-2p(1-p)}$
тоді загальна імовірність виразиться наступним чином

$$P = p^2(1 + \frac{2p(1-p)}{1-2p(1-p)}) = \frac{p^2}{1-2p(1-p)}$$

Отже замість того, щоби використовувати дерево, можно розрахувати імовірність однією простою формулою

Наступний висновок стосується реалізації цього метода за допомогою матриці переходу Марківського процессу.

Нехай нам задана точність у вигляді $eps = 10^{-M}$ ми хочемо підібрати таке N починаючи з якого $\left|P - P^{\mathrm{N}}\right| < eps$ тобто $\left|P - P^{\mathrm{N}}\right| < 10^{-M}$ тобто ми хочемо апроксимувтаи нашу імовірність N ітераціями марківського процесу.Для цього розглянемо залишок ряду

$$\begin{aligned}\left|P - P^{\mathrm{N}}\right| &= \left|\sum_{\mathrm{k=N+1}}^{+\infty} p^2(2p(1-p))^{k-1}\right| \leq \sum_{\mathrm{k=N+1}}^{+\infty} \left|p^2(2p(1-p))^{k-1}\right| \\ &= p^2(2p(1-p))^N + \sum_{\mathrm{k=N+2}}^{+\infty} p^2(2p(1-p))^{k-1}\end{aligned} \tag{1}$$

тепер оцінемо $p^2(2p(1-p))^N < 10^{-M}$ маємо що

$$Nlog_{10}2p(1-p) + 2log_{10}p < -M$$

звідси маємо що

$$N > \frac{M + 2log_{10}p}{-log_{10}2p(1-p)}$$

отже можемо покласти

$$N = \lfloor \frac{M + 2log_{10}p}{-log_{10}2p(1-p)} \rfloor + 1$$

```
prob calculated with tree: 0.5
prob calculated with markov: 0.4990234375
difference between them: 0.0009765625
```

Рис. 2: Результати роботи алгоритму для $eps = 10^{-3} p = 0.5$