一阶线性递推式

2018年8月10日　　0:52

求解：T(n)=rT(n-1)+g(n)

求解方式：Iteration top down/ Induction bottom up

公式1 T(n)=rT(n-1)+a，T(0) =b

$$T(n) = r^n b + a\frac{1 - r^n}{1 - r}$$

必须化简到几何级数这一步

公式2 T(n)=rT(n-1)+g(n)

$$T(n) = r^n a + \sum_{i=1}^{n} r^{n-i} g(i).$$

公式3 T(n)=aT(n-1)+n

Theorem. For any real number $x \neq 1$,

$$\sum_{i=1}^{n} i x^i = \frac{n x^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2}.$$

Divide and conquer: 分治

T(n)=aT(n/m)+g(n)

Ex1 mergesort ：	T(n)=2T(n/2)+n	O(nlogn)
Ex2 binaryserach:	T(n)=T(n/2)+1	O(logn)
Ex3	T(n)=T(n/2)+n	O(n)
Ex4	T(n)=3T(n/3)+n	O(nlogn)
Ex5	T(n)=4T(n/2)+n	O(n^2)

主定理:

弱:

- **Theorem** Suppose that we have a recurrence of the form
$$T(n) = aT(n/2) + n,$$
where a is a positive integer and $T(1)$ is nonnegative. Then we have the following big Θ bounds on the solution:

1. If $a < 2$, then $T(n) = \Theta(n)$.
2. If $a = 2$, then $T(n) = \Theta(n \log n)$.
3. If $a > 2$, then $T(n) = \Theta(n^{\log_2 a})$

Case3 的证明需要注意一下

强：

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$

If $a < b^d$, then $T(n) = \theta(n^d)$

If $a = b^d$, then $T(n) = \theta(n^d*\log n)$

If $a > b^d$, then $T(n) = \theta(n^{\log_b a})$

证明：

数学归纳法