

命题逻辑

2019年4月21日 23:08

命题定义

一个陈述性的有真值的判断句

◇ She is very talented.

不是, 指代不明!!!!

逻辑连接符

■ Logical connectives:

- ◇ $\neg p$ (*Negation*)
- ◇ $p \wedge q$ (*Conjunction*)
- ◇ $p \vee q$ (*Disjunction*)
- ◇ $p \oplus q$ (*Exclusive or*)
- ◇ $p \rightarrow q$ (*Implication*)
- ◇ $p \leftrightarrow q$ (*Biconditional*)

证明的五种基本法:

1. 直接证明
2. 逆否命题
3. 反证法
4. 分类讨论
5. 等价证明

辨析

逆命题、否命题、逆否命题
不同于一般的直觉

Converse 表示逆命题,

永真 tautology 矛盾

逻辑等价式

■ Identity laws

- ◇ $p \wedge T \equiv p$
- ◇ $p \vee F \equiv p$

■ Double negation laws

- ◇ $\neg(\neg p) \equiv p$

■ Domination laws

- ◇ $p \vee T \equiv T$
- ◇ $p \wedge F \equiv F$

■ Commutative laws

- ◇ $p \vee q \equiv q \vee p$
- ◇ $p \wedge q \equiv q \wedge p$

■ Idempotent laws

- ◇ $p \vee p \equiv p$
- ◇ $p \wedge p \equiv p$

■ Associative laws

- ◇ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
- ◇ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

题

而inverse 表示否命题

contradiction 可满足 contingency

Distributive laws

$$\diamond p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\diamond p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

De Morgan's laws

$$\diamond \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

$$\diamond \neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

Others

$$\diamond p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$\diamond p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Absorption laws

$$\diamond p \vee \neg p \equiv T$$

$$\diamond p \wedge \neg p \equiv F$$

Negation laws

$$\diamond p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

逻辑等价证明举例：

- **Example:** Show that $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$.

$$\begin{aligned}\text{Proof: } \neg q \rightarrow \neg p &\equiv \neg(\neg q) \vee (\neg p) \\ &\equiv q \vee (\neg p) \\ &\equiv (\neg p) \vee q \\ &\equiv p \rightarrow q\end{aligned}$$

Useful
Double neg
Communta
Useful

- **Example:** Show that $(p \wedge q) \rightarrow p$ is a tautology.

$$\begin{aligned}\text{Proof: } (p \wedge q) \rightarrow p &\equiv \neg(p \wedge q) \vee p \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee p \\ &\equiv (\neg q \vee \neg p) \vee p \\ &\equiv \neg q \vee (\neg p \vee p) \\ &\equiv \neg q \vee T \\ &\equiv T\end{aligned}$$

Useful
De Morgan
Communta
Associative
Negation
Domination

gation
tive

n's
tive
e

n