

Mathematische Berechnung

Niklas Leukroth

September 4, 2022

1 Grundlegendes

$$G = 6.673 \cdot 10^{-11}$$

$$AU = 149597870.700km = 149597870700m$$

$$MP = 6.72006 \cdot 10^{33}kg$$

Newtonsches Gravitationsgesetz

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Daraus folgende Berechnungen

$$\vec{a}_i = \Delta t \cdot \sum_{i \neq j} \frac{G \cdot m_j}{\|p_i - p_j\|_2^3} \cdot (p_j - p_i)$$

$$\vec{v}_i = \Delta t \cdot (\vec{v}_i + \vec{a}_i)$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_i + \vec{v}_i$$

2 Verwendete Optimierungen

Da $F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i}$ gilt, kann die Kraft F zwischen 2 Objekten nur einmal berechnet werden und auf beide Objekte angewendet werden. Die eigentliche entstehende Beschleunigung hängt von der eigenen Richtung und Masse ab. Folglich wird zunächst $F_{i \rightarrow j}$ in der Richtung $i \rightarrow j$ berechnet und auf Objekt o_i angewendet. Dieses Objekt teilt den eingehenden Vektor durch seine eigene Masse und addiert das Ergebnis mit Zeitfaktor multipliziert. Anschließend wird der selbige Vektor mit dem Faktor -1 auf Objekt o_j in gleicher Vorgehensweise angewendet.

Daraus resultierend sind die Mengen die jedes Objekt betrachtet wie folgt aufgebaut:

$$\begin{aligned}
s_1 &= \{o_2, o_3, \dots, o_n\} \\
s_2 &= \{o_3, o_4, \dots, o_n\} \\
&\vdots \\
s_{n-1} &= \{o_n\} \\
s_n &= \{\}
\end{aligned}$$

Da die Masse für die Sonne $m_{\text{Sonne}} = 1.9891 \cdot 10^{30} \text{kg}$ beträgt, wird diese aufgeteilt. Somit ist für die Sonne exemplarisch die Speicherung nur wie folgt: $m_{\text{Sonne}} = 1.9891 \cdot 10^{20} \cdot 10^{10}$. Der Faktor 10^{10} wird aus allen Massen entnommen und in der anschließenden Berechnung wieder betrachtet. Da die Berechnung über $F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$ erfolgt, die eigene Masse über $a = \frac{F}{m}$ allerdings wieder dividiert wird, muss die Skalierung der Masse nur einmal in der Berechnung betrachtet werden. Folglich beträgt die angepasste Formel:

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 10^{10}}{r^2}$$

und nicht:

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{10}}{r^2}$$

3 Finale Formeln

Durch die Anpassungen im JSON Skript, um die Daten speicherbar zu machen, ergeben sich folgende Anpassungen:

Achtung: Die folgenden Änderungen sind exemplarisch und repräsentieren nicht garantiert die eigentlich verwendete Skalierung. Diese ändert sich durch die Umstellung der Parameterliste aktuell sehr oft und ist nicht final.

$$\begin{aligned}
F &= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{p_2 - p_1}{\|p_2 - p_1\|_2} = F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 10^{10}}{AU^2 \cdot \|p_2 - p_1\|_2^3} \cdot (p_2 - p_1) \\
F &= \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 10^{10}}{AU^2 \cdot \|p_2 - p_1\|_2^3} \cdot (p_2 - p_1) = F = \frac{6.673 \cdot m_1 \cdot m_2}{AU^2 \cdot 10 \cdot \|p_2 - p_1\|_2^3} \cdot (p_2 - p_1)
\end{aligned}$$