Probabilité
QFM 2023 _UM6P

TD et TP

Elhoucine AIT BOUGNSA
Elhoucine.AITBOUGNSA@um6p.ma

Exercice 0.0.1. Réaliser la simulation de la loi de Bernoulli de paramètre p et en déduire la simulation de la loi Binomiale de paramètres(n, p) et la simulation de la loi géométrique de paramètre p

Exercice 0.0.2. Soit Y une V.A tel que :

$$Y(\Omega) = \{1, 0, 4\} \; et \; \mathbb{P}(Y = 1) = 0.1, \mathbb{P}(Y = 0) = 0.4$$

Réaliser une simulation de la loi de Y

Exercice 0.0.3. Soit X suit la loi de exponentielle paramètre λ et $Y = int(X) + 1$ avec $int(x)$ est la partie entière de x

1. réaliser $X(\lambda)$ une fonction python qui génère des observations selon la loi exponentielle de paramètre λ
2. Montrer que Y suit la loi géométrique et déterminer son paramètre en fonction de λ
3. En déduire une méthode pour simuler la loi géométrique de paramètre p
4. réaliser la simulation de la loi géométrique de paramètre p

Exercice 0.0.4. Soit U_n une suite de VA iid de même loi uniforme sur $]0, 1[$. Soit

$$X_n = -\frac{Log(U_n)}{\lambda} \; et \; S_n = \sum_1^n X_k$$

1. Montrer que X_n suit la loi exponentielle de paramètre λ
2. Par récurrence montrer que S_n suit la loi $gamma(n, \lambda)$ de paramètres (n, λ)

   La densité de la loi $gamma(n,)$ est :

$$f(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1}}{n!} e^{-\lambda t}$$

3. En déduire une méthode pour simuler la loi gamma
4. Soit
$$T = inf(n - 1/S_n > 1)$$
   Montrer que T suit la loi de poisson de paramètre λ
   indication : $\{T = 0\} = \{S_1 > 1\} \; et \; \{T = n + 1\} = \{S_n \leq 1, S_{n+1} > 1\}$
5. Réaliser la simulation de la loi de poisson de paramètre λ

Exercice 0.0.5. Soit X et Y deux variables aléatoires de densités respectivement f_X et f_Y tel que :

$$f_X(t) = \frac{1}{2} e^{-|t|}, \; f_Y(t) = \frac{1}{\pi(1 + t^2)}$$

1. Réaliser la simulation de X et Y (Il faut utiliser la méthode de loi inverse)
2. Réaliser la simulation de Z tel que $f_Z = \frac{1}{3} f_X + \frac{2}{3} f_Y$