

Introduction à la modélisation numérique

Imad Elmahi

Master 1 QFM - UM6P, Ben Guérir, Octobre 2023

Introduction à la modélisation

Modélisation : remplacer un système complexe en un objet simple qui reproduit les comportements principaux du système à étudier.

- Modèle réduit.
- Expérience au laboratoire.
- Modèle numérique.

Modélisation numérique : remplacer le problème physique, chimique, biologique, économique ou industriel par des équations mathématiques (**EDP**).

Quelques domaines d'applications

- *L'environnement* : Pollution de l'air, de l'eau, du sol.
- *L'aviation* : Aérodynamique autour des avions, matériaux composites.
- *Météorologie* : Simulation du climat → Equations de Navier-Stokes
- *Biologie et médecine* : Evolution des épidémies, modèles en cardiovasculaire.
- *Océans* : Vagues, tsunamis.
- *Finance* : Évolution des options → Equations de Black & Scholes

Etapes de la modélisation numérique :

- ❶ Établissement d'un modèle mathématique qui décrit le problème physique ou industriel que l'on veut résoudre.
- ❷ Discrétisation des équations ce qui permet d'avoir un modèle mathématique posé en un nombre fini de noeuds du maillage du domaine du calcul.
- ❸ Méthodes numériques pour la résolution du problème discret.
- ❹ Mise en oeuvre informatique.
- ❺ Analyse, interprétation des résultats et évaluation de la précision du modèle et des méthodes utilisées.

Validité d'une simulation numérique

La simulation numérique permet de :

- Minimiser le coût de prototypes (avions, ponts, barrages, voitures,...)
- Prédire des phénomènes tels que la météo, l'évolution des épidémies, écoulements marins, inondations,...
- Simuler des systèmes complexes dont l'expérience ne peut réaliser.

Une simulation numérique efficace consiste en :

- 1 un bon modèle mathématique décrivant le problème physique à résoudre.
- 2 une méthode numérique précise et efficace, c'est à dire, capable de résoudre aussi les structures raides du problème.

- 1 Méthodes de résolution des systèmes linéaires
- 2 Méthode des différences finies pour les EDPs : Principes et applications