# MATLAB – Berechnungen mit Vektoren und Matrizen

## 1 Berechnung von Determinanten und Umkehrmatrizen

| **Determinante** einer quadratischen Matrix A **det(A), Inverse** Matrix **inv(A)** |
|---|

1. Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen.
   Für welche Matrizen existieren die Umkehrmatrizen? Berechnen Sie diese.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -6 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 2 Vektorprodukt

*Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier dreidimensionaler Vektoren a und b ist ein Vektor v,* $v = a \times b$, *der senkrecht auf a und b steht, mit ihnen ein Rechtssystem bildet und betragsmäßig gleich* $|v| = |a| \cdot |b| \cdot \sin\alpha$ *ist (Parallelogrammfläche). Aus den Komponenten von a und b berechnet er sich als*

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \text{ mit } v_1 = a_2 b_3 - b_2 a_3,\ v_2 = -a_1 b_3 + b_1 a_3,\ v_3 = a_1 b_2 - b_1 a_2 .$$

| **cross(a,b)** berechnet das Kreuzprodukt |
|---|

2. Berechnen Sie $a \times b$ für $a = (1\ 1\ 0)$ , $b = (2\ \ -4\ \ 1)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem 'zu Fuß' berechneten.

3. Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks mit den Eckpunkten $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

## 3 Spatprodukt

*Für drei dreidimensionale Vektoren a, b, c erhält man das Spatprodukt* $c \circ (a \times b)$ *als*

$$c \circ (a \times b) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}, \textit{ der Betrag ist gleich dem Volumen des von a, b, c aufgespannten Spats.}$$

4. Berechnen Sie das Spatprodukt der Vektoren [1 1 1], [3 2 1], [1 0 3]

## 4 Drehmatritzen

Die Matrix $A = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$ beschreibt eine Abbildung, die einen Punkt in der Ebene um den Winkel $\phi$ im negativen Sinn dreht, Drehzentrum (0,0)

5. Drehen Sie einen festgelegten Punkt x um $\phi = 10^0$ .
6. Schreiben Sie ein M-file, das die fortlaufende Drehung eines Punktes um $\phi = 10^0$ beschreibt. Stellen Sie die Bewegung grafisch dar.

## MATLAB – Berechnungen mit Vektoren und Matrizen

### 5 Ergänzende Aufgaben

1. Belegen Sie folgende Matrix mit moeglichst wenig Befehlen. (zwei = Optimum)

```
B = [0  0  0  4  0  0  0
     0  0  0  0  5  0  0
     1  1  1  0  0  8  0
     1  1  1  0  0  0  9];
```

2. Belegen Sie v und A:

```
v = [1;2;3];
A = [4 5 6;7 8 9;10 11 12];
```

Führen Sie folgende Operationen aus und rekapitulieren Sie Matrizenregeln

```
s = v'*v;
M = v*v';
z = v'*A*v;
B = A*A;
C = A'*A;
D = A*A';
AP = (A + A')/2;
```

Wie nennt man die Matrizen C, D und AP;

```
AM = (A - A')/2;
```

Wie nennt man die Matrix AM?

Bilden Sie den Einheitsvektor von v.

3. Die folgenden beiden mathematischen Funktionen sind gegeben:

```
h(x)=1 für |x|<=0.5 ; sonst 0
g(x)=0 für x<0; g(x)=1 für x>1; sonst g(x)=sin(pi*x/2)
```

Erstellen Sie die Matlab-Functions fh(x) für h(x) und fg(x) für g(x).
Anschließend sind die Funktionswerte der Funktionen g(x) und h(x) zu plotten.
Der Plot soll den Titel 'Funktionswerte von g und h' tragen.
Die Achsen sind zu beschriften und eine Zuordnung zu den Graphen mittels Legende sei anzugeben. Die Lesbarkeit soll mittels Raster und Grapheneigenschaften (Farbe, Punkte etc.) erhöht werden.

Der Definitionsbereich x soll von -2 und +2 dargestellt werden, wobei die Auflösung exakt 0,04 betragen soll.
Berechnen Sie die Funktionswerte von g(x) sowie h(x) in Schleifen, in denen Sie die Funktionen fg(x) und fh(x) aufrufen.

4. Erstellen Sie eine Funktion fA(n), welche eine n x n Matrix erzeugt und diese wie folgt belegt:

A = [ 1 2 3 . . . n

```
2  3  4  .  .  .  n+1
...
...
n  n+1  n+2  .  .  .  2*n-1]
```

Testen Sie die Funktion `fA`(*n*)