

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный
исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и вычислительной техники

Отчет

По лабораторной работе №2

по дисциплине «Математическая статистика»

Вариант 1/1

Выполнила: Старостина Е. П., группа Р3219

Преподаватель: Лимар И. А.

г. Санкт-Петербург
2025

Цель работы:

Попрактиковаться в построении доверительных интервалов, использовании ЦПТ, распределения хи-квадрат и Стьюдента.

Задание 1:

$$SE = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{0.5}{n}} = \sqrt{\frac{1.5}{n}}$$

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$\tau = \mu_1 - \mu_2 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Доверительный интервал: } \tau \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} * SE = 1 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{1.5}{n}}$$

Как видно из формулы, увеличение n приведет к уменьшению диапазона доверительного интервала. Так, при $n=25$ доверительный интервал (0.5199; 1.4801), а при $n=10000$ доверительный интервал (0.975995; 1.024)

Результат запуска программы:

Вероятность попадания при маленькой выборке: 0.953

Вероятность попадания при большой выборке: 0.961

Как видно, вероятность попадания в доверительный интервал возрастает при увеличении выборки – уменьшается стандартная ошибка, выборочные оценки менее «рассеянные».

Задание 2:

$$\mu = \ln(2) \approx 0.6931$$

Плотность распределения:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \lambda = 1$$

$$f(\ln(2)) = \frac{1}{2}$$

Асимптотическая дисперсия медианы:

$$Var(\widetilde{X}_n) = \frac{1}{4n * \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1 \Rightarrow SE = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

По ЦПТ:

$$\frac{\widetilde{X}_n - \mu}{SE} \approx N(0, 1)$$

$$\text{Доверительный интервал: } \mu \pm SE * z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \ln(2) \pm \frac{1.96}{\sqrt{n}}$$

При $n=25$ доверительный интервал: (0.301; 1.085)

При $n=10000$ доверительный интервал: (0.674; 0.713)

Как видно, аналогично с предыдущим заданием, при увеличении размера выборки доверительный интервал сужается.

Результат запуска программы:

Вероятность попадания при маленькой выборке: 0.951

Вероятность попадания при большой выборке: 0.958

Как видно, вероятность попадания в доверительный интервал возрастает при увеличении выборки.

Выводы по работе:

В ходе лабораторной работы я попрактиковалась в построении доверительных интервалов, использовании ЦПТ, распределения хи-квадрат и Стьюдента.

Приложение:

Ссылка на код:

https://github.com/Starostina-elena/math_stat_lab2