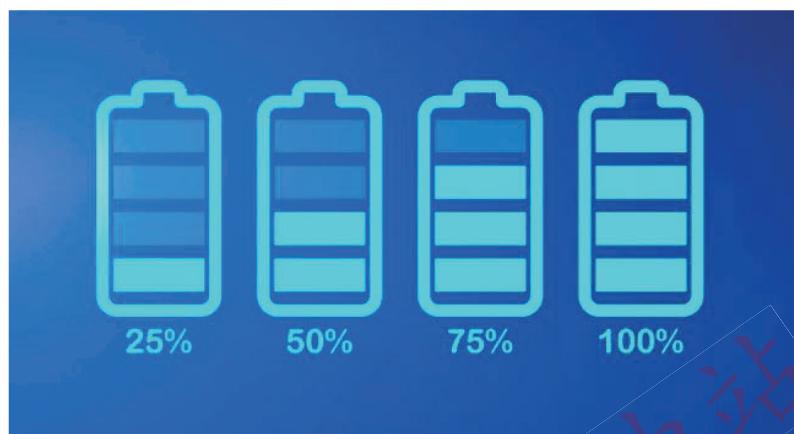


2026 MCM

A 题：智能手机电池耗电建模



智能手机已成为现代生活中不可或缺的工具，但其电池表现常常显得难以预测。有时手机能坚持一整天；有时却在午饭前就迅速耗尽。虽然有些用户将其归因于“重度使用”，但电量消耗的真正驱动因素更为复杂。功耗取决于屏幕尺寸与亮度、处理器负载、网络活动，以及即使设备看似空闲仍会持续耗电的后台应用等多种因素的相互作用。环境条件（如温度）会进一步增加复杂性：一些电池在寒冷天气下有效容量下降，并可能在持续重负载使用时过热。电池行为还会受到其历史状态以及整个生命周期中充电方式的影响。

你的任务是建立一个连续时间的智能手机电池数学模型，在现实使用条件下输出电池荷电状态（State of Charge, SOC）随时间变化的函数，用于预测不同条件下的剩余“耗尽时间”（time-to-empty）。你应假设手机使用的是锂离子电池。

要求

1. 连续时间模型

建立一个模型，用连续时间方程或方程组来表示 SOC。你可以先从最简单且合理的电量消耗描述出发，再扩展纳入额外因素，如屏幕使用、处理器负载、网络连接、GPS 使用以及其他后台任务等。

数据用于支撑而非替代模型：

你可以收集或使用数据进行参数估计与验证。如果开放数据集有限，你可以使用已发表的测量结果或规格参数（需正确引用），前提是参数必须清晰论证并验证其合理性。然而，仅基于离散曲线拟合、时间步回归或黑箱机器学习、且缺少明确连续时间模型的项目，不符合本题要求。所有使用的数据都必须文档齐全、可自由获取，并且在开放许可下可自由使用。

2. 耗尽时间（Time-to-Empty）预测

用你的模型在不同初始电量与使用场景下计算或近似 time-to-empty。将预测与观测到的或合理的行为进行比较，量化不确定性，并指出模型在哪些情形表现良好或较差。

- 展示你的模型如何解释这些结果差异，并识别各情形下导致快速耗电的具体驱动因素。
- 哪些活动或条件对电池续航的缩短最大？
- 哪些因素对模型影响出乎意料地小？

3. 灵敏度与假设

研究当你改变建模假设、参数取值以及使用模式波动时，你的预测将如何变化。

4. 建议

将你的发现转化为对手机用户的实用建议。例如：哪些用户行为（降低亮度、禁用后台任务、切换网络模式等）能带来最大的续航提升？操作系统如何基于你的模型洞见实现更有效的省电策略？同时考虑电池老化如何降低有效容量，或你的建模框架如何推广到其他便携设备。

报告应包含

- 对模型与控制方程的清晰描述
- 设计选择背后的假设与理由
- 参数估计方法与验证结果
- 优点、局限与可能的扩展讨论
- 一份“高管式”摘要，突出主要结果、洞见与建议

重要：你的模型必须建立在清晰定义的物理或机械机理推导之上；与电池行为的明确连续时间描述脱节的离散曲线拟合或其他数学形式，不能满足要求。仅依赖离散拟合或统计回归且缺少清晰连续时间模型的项目，同样不符合本题要求。

提交的 PDF (不超过 25 页) 应包括

- 1 页 Summary Sheet (摘要页)
- 目录
- 完整解答
- 文内引用与参考文献列表
- AI 使用报告 (如使用 AI；不计入 25 页限制)

说明

本题对完整的 MCM 提交没有规定最低页数。你的解答部分最多可用 25 页，并可包含你希望加入的其他信息（例如：图示、示意图、计算、表格等）。允许提交部分解答。

我们允许谨慎使用如 ChatGPT 等 AI（但并非完成本题所必需）。若选择使用生成式 AI，你必须遵守 COMAP 的 AI 使用政策。这将需要在 PDF 解答文件末尾附加一份 AI 使用报告，该报告不计入 25 页总页数限制。

术语表 (Glossary)

- Smartphone (智能手机)：一种移动设备，结合了传统手机功能与高级计算能力。
- Power Consumption (功耗)：设备从电池或电源中消耗电能的速率。
- Processor Load (处理器负载)：处理器在某一时刻实际承担的工作量。
- State of Charge (SOC) (荷电状态)：电池剩余能量相对于满电容量的比例，以百分比表示。
- Time-to-Empty (耗尽时间)：电池完全放电前预计剩余的时间。