3. Задачи.

№1)

$N \geq 0$

а) $\Delta = N p (1-p)^{(N-1)}$ ~~$\cdot N$~~ $\xrightarrow{\max: p}$?

Для максимизации, возьмём производную по p:

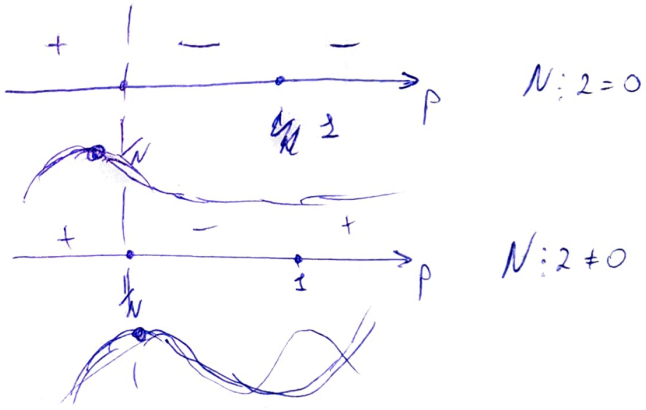
$$\Delta'_p = -Np(N-1)(1-p)^{(N-2)} + N(1-p)^{(N-1)} = N(1-p)^{(N-2)}(1-p-p(N-1)) =$$

$$= -N(1-p)^{(N-2)}(Np-1)$$

Экстремум достигается при $\Delta'_p = 0$:

$$N(1-p)^{(N-2)}(1-Np) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} p = 1 \\ p = \frac{1}{N} \end{array}\right.$$



Max: $\frac{1}{N}$.

б) Т/к $\lim\limits_{N\to\infty} N \cdot \frac{1}{N}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{(N-1)} = \lim\limits_{N\to\infty}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{(N-1)}$

Из 2-го замечательного предела знаем, что $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k \Leftrightarrow$

$$\lim_{N\to\infty}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{(N-1)} = \lim_{N\to\infty}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{N} = e^{-1} = \frac{1}{e}.$$

Ответ: Эффективность протокола, при $p = \frac{1}{N}$ равна $\frac{1}{e}$.

Задача №3.

Так как мы используем отдельный узел для опроса, хотим понять, сколько нужно передавать бит в опросный узел для к/о узла, т.к. от него зависит пропускная способность.

Пусть это будет T.

Тогда, пропускная способность: $P = \frac{T}{d_{опр} \cdot N + \frac{T}{R}} = \frac{1}{\frac{d_{опр} \cdot N}{T} + \frac{1}{R}}$.

Для P_{max} $\underset{по\ T}{\longrightarrow}$ P_{max} при $T \to +\infty$

Т.к. Мы ограничиваем кол-во бит, передаваемых к/ным узлом в раунде опроса, тогда T ограничена сверху: $T_{max} = N \cdot Q$.

$$P_{max} = \frac{1}{\frac{d_{опр}}{Q} + \frac{1}{R}}.$$