5.2

(1) 선택한 문제를 또 선택할 수 있으면 이항확률변수이라고 할 수 있으나 그렇지 않은 경우 이항확률변수라고 할 수 없음

(2) 선택한 문제를 또 선택할 수 없다는 가정 하에 $X \sim H(5,2,2)$

(3) $E(X) = 2(2/5) = 4/5$, $Var(X) = 2(2/5)(3/5)(5-2)/(5-1) = 0.36$

(4) 1번부터 5번까지의 번호는 중복가능하도록 무작위로 선택

5.3

(1) 엄밀하게 보면 이항확률변수가 아니지만 문제가 1000개이고 2개를 선택함으로 이항분포에 가깝다고 볼 수 있음

(2) 정확분포: $P(Y=y) = \dfrac{\binom{400}{y}\binom{600}{2-y}}{\binom{1000}{2}}$, 이항근사 : $P(Y=y) \approx \binom{2}{y}\left(\dfrac{400}{1000}\right)^{y}\left(\dfrac{600}{1000}\right)^{2-y}$

(3) $E(Y) = 2(400/1000) = 0.8$

5.4 X = 옳은 결정의 수 $X \sim B(5,0.6)$

(1) $P(X=5) = 0.6^5 = 0.0778$

(2) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 0.6826$

(3) $P(X=0) = 0.4^5 = 0.0156$

5.5

(1) ① $X \sim H(5,3,2)$

(a) $f(x) = \dfrac{\binom{3}{x}\binom{2}{2-x}}{\binom{5}{2}}, x = 0,1,2$

(b) $P(정_1|정_2) = \dfrac{P(정_1 \cap 정_2)}{P(정_2)} = \dfrac{(3/5)(2/4)}{3/5} = 1/2$

② $Y \sim B(5,0.6)$

(a) $P(Y=2) = \binom{5}{2}0.6^2 0.4^3 = 0.2304$

(b) $E(Y) = np = 3,\ Var(Y) = np(1-p) = 6/5$

③ (a) $\Omega = \{불, 정불, 불불정, ...\}$

(b) $P(불불정) = 0.6^2 \times 0.4 = 0.144$

(2) $X =$불량품의 수 $\Rightarrow$ $X \sim B(200,0.01) \approx P(2)$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - e^{-2} - 2e^{-2} = 0.5940$

5.6 (1) A: 가구자산 2.51억 이상, B: 연소득 3800만원 이상

$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1 = 0.5 + 0.5 - 1 = 0$

(2) $X \sim B(5,0.5)$ $\Rightarrow$ $P(X=2) = \binom{5}{2}0.5^5 = 0.3125$

(3) $X \sim B(100,0.5)$ $\Rightarrow$ $E(X) = np = 50,\ Var(X) = np(1-p) = 25$

5.7

(1) $X \sim B(10, 0.946) \;\Rightarrow\; P(X=10) = 0.946^{10} = 0.5740$

(2) $X \sim B(100, 0.054) \;\Rightarrow\; P(X \le 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{100}{x} 0.054^x 0.946^{100-x} = 0.0887$

$\lambda = 100 \times 0.054 = 5.4 \;\Rightarrow\; P(X \le 2) \approx \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-5.4} 5.4^x}{x!} = 0.0948$

(3) $0.946^{52} = 0.0558$

5.8

(1) $X \sim B(20, 0.003) \;\Rightarrow\; P(X \ge 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.997^{20} = 0.05832$

(2) $X \sim B(1000, 0.003)$

① $E(X) = np = 3$

② $P(X \le 2) \approx \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-3} 3^x}{x!} = 0.4232$

(3) $X \sim G(0.003) \;\Rightarrow\; f(x) = (1-p)^{x-1} p,\; x = 1, 2, \ldots$ 여기서 $p = 0.003$

$P(X \le 100) = \sum_{x=1}^{100} (1-p)^{x-1} p = p \frac{(1-(1-p)^{100})}{p} = 1 - 0.997^{100} = 0.2595$

5.9

(1) $20/100 = 1/5$

(2) $f(x) = \frac{\binom{20}{x}\binom{N-20}{10-x}}{\binom{N}{10}},\; x = \max(0, 30-N), \ldots, 10$

(3) $E(X) = 10\frac{20}{N} \approx 4 \;\Rightarrow\; \hat{N} = \frac{200}{4} = 50$

5.10

(1) $P(FFFFS) = 0.95^4 \times 0.05 = 0.0407$

(2) $\binom{9}{1}(0.05)(0.95)^8(0.05) = 0.0149$

(3) $E(X) = np = 10 \;\Rightarrow\; n = 10/0.05 = 200$

5.11

(1) $0.28^2 = 0.0784$

(2) $X \sim B(10, 0.34) \;\Rightarrow\; P(X=3) = 0.2573$

(3) $(X, Y) \sim M(10, 0.34, 0.28) \;\Rightarrow\; \frac{10!}{3!2!5!} 0.34^3 0.28^2 (1 - 0.34 - 0.28)^5 = 0.0615$

(4) $X \sim B(400, 0.11) \;\Rightarrow E(X) = np = 400 \times 0.11 = 44$