

7장 표집분포

7.1

(1) $X \sim B(100, 0.8) \simeq N(80, 16)$

$$P(X \geq 75) \approx P\left(Z \geq \frac{74.5 - 80}{4}\right) = 0.9154$$

(2) $X \sim B(54, 0.8) \simeq N(43.2, 8.64)$

$$P(X \geq 50) \approx P\left(Z \geq \frac{49.5 - 43.2}{\sqrt{8.64}}\right) = 0.016$$

7.2 $X =$ 전달과정에서 각 기계에서 신호가 바뀐 수 $\Rightarrow X \sim B(4, 0.2)$

\Rightarrow 짝수이면 제대로 전달, 홀수이면 잘못전달 : $P(X=1, 3) = 0.4352$

$Y =$ 50개 신호 중 잘못 전달된 신호의 수 $\Rightarrow Y \sim B(50, 0.4352)$

$\Rightarrow E(Y) = 21.76, \text{ Var}(Y) = 12.29$

7.3 $P(\text{불량}) = 0.2 \times 0.15 + 0.5 \times 0.08 + 0.3 \times 0.1 = 0.1$

$X:$ 400개중 불량품의 개수 $\Rightarrow X \sim B(400, 0.1)$

$$P(X \geq 42) \approx P\left(Z \geq \frac{41.5 - 40}{6}\right) = 0.4013$$

7.4

(1) $X:$ 배달되는데 걸리는 시간 $\Rightarrow E(X) = 2.1, \text{ Var}(X) = 0.79$

(2) $Y:$ 3일 이상 걸린 택배의 수 $\Rightarrow Y \sim B(4, 0.25)$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - 0.75^4 = 0.6836$$

(3) $Y \sim B(100, 0.5) \simeq N(50, 5^2)$

$$P(Y \leq 55) \approx P\left(Z \leq \frac{55.5 - 50}{5}\right) = 0.8643$$

7.5

(1)

$X_2 \backslash X_1$	0	1	2	3
0	0.09	0.135	0.06	0.015
1	0.135	0.2025	0.09	0.0225
2	0.06	0.09	0.04	0.01
3	0.015	0.0225	0.01	0.0025

$Y:$ 합 \Rightarrow

y	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y)$	0.09	0.27	0.3225	0.21	0.085	0.02	0.0025

(2) $E(X) = 1, E(X^2) = 1.7, \text{ Var}(X) = 0.7 \Rightarrow Y \simeq N(56, 56(0.7))$

$$P(Y < 56) \approx P\left(Z < \frac{55.5 - 56}{\sqrt{56(0.7)}}\right) = 0.4682$$

(3) $Y \simeq N(280, 280(0.7))$

$$\frac{y-280}{\sqrt{280(0.7)}} = 1.645 \Rightarrow y = 303.03 \Rightarrow 304\text{명 이상}$$

7.6 $X \sim N(30, 5^2)$, Y : 200곳 중 생산량이 32.55kg 이상인 지역의 수 $\Rightarrow Y \sim B(200, p)$

$$p = P(X \geq 32.55) = P(Z \geq 0.51) = 0.3050$$

$$P(Y \geq 65) \approx P\left(Z \geq \frac{64.5 - 61}{\sqrt{42.395}}\right) = 0.2954$$

7.7

x	9	10	11
$P(X=x)$	3/10	4/10	3/10

(1)

$X_1 \backslash X_2$	9	10	11
9	9/100	12/100	9/100
10	12/100	16/100	12/100
11	9/100	12/100	9/100

\Rightarrow

$(9,9) \Rightarrow s^2 = 0$
 $(9,10) \Rightarrow s^2 = 0.5$
 $(9,11) \Rightarrow s^2 = 2$
 \dots

s^2	0	0.5	2
$P(S^2 = s^2)$	17/50	24/50	9/50

(2) $E(X) = 9(3/10) + 10(4/10) + 11(3/10) = 10$,

$$E(X^2) = 9^2(3/10) + 10^2(4/10) + 11^2(3/10) = 100.6 \Rightarrow \text{Var}(X) = 0.6$$

$$\Rightarrow E(\bar{X}) = 10, \text{Var}(\bar{X}) = 0.06$$

(3) Y : 60개의 평균 $\simeq N(10, 0.6/60)$

① 낙찰업체가 없는 경우: $P(Y > 10.18) \approx P\left(Z_g > \frac{10.18 - 10}{0.1}\right) = 0.0359$

② $P(9.83 \leq Y < 9.95) \approx P\left(\frac{9.83 - 10}{0.1} \leq Z < \frac{9.95 - 10}{0.1}\right) = 0.2640$

7.8

(1) $X \sim B(100, 0.5)$

$$P(X \geq 44) \approx P\left(Z \geq \frac{43.5 - 50}{5}\right) = 0.9032$$

(2) $Y \sim B(100, 0.5)$

$$P(Y \geq 60) \approx P\left(Y \geq \frac{59.5 - 50}{5}\right) = 0.1841$$

(3) $X + Y \sim B(200, 0.5)$

$$E(X + Y) = 100, \text{Var}(X + Y) = 50$$

(4) $P(X + Y \geq 104) \approx P\left(Z \geq \frac{103.5 - 100}{\sqrt{50}}\right) = 0.3103$

7.9

(1) X : 타르함량 $\Rightarrow X \sim N(4.5, 0.5^2)$

$$P(X \geq 4.5) = P(Z \geq 0) = 0.5$$

$$(2) \quad \bar{X} \sim N(4.5, 0.5^2/40)$$

$$P(\bar{X} \geq 4.6) \approx 0.1030$$

$$(3) \quad Y: 100\text{개의 타르함량 합} \Rightarrow Y \sim N(450, 5^2)$$

$$P(Y \geq 460) = P(Z \geq 2) = 0.0228$$

7.10

$$(1) \quad X: \text{이송시간} \Rightarrow X \sim N(25, 5^2)$$

$$P(X \leq 30) = 0.8413$$

$$(2) \quad Y: 10\text{명 중 위험상태에 있는 사람의 수} \Rightarrow Y \sim B(10, 0.1587)$$

$$P(Y = 2) = \binom{10}{2} (0.1587)^2 (0.8413)^8 = 0.2844$$

$$(3) \quad W: 100\text{명 중 위험상태에 있는 사람의 수} \Rightarrow W \sim B(100, 0.1587) \simeq N(15.87, 13.3514)$$

$$P(W \geq 20) \approx P\left(Z \geq \frac{19.5 - 15.87}{\sqrt{13.3514}}\right) = 0.1584$$