

# Τεχνητή Νοημοσύνη – Χειμερινό Εξάμηνο 2021-2022

## Τέταρτη Εργασία

**ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ ΧΑΤΖΗΛΟΪΖΟΣ**

**1115201800212**

### Πρόβλημα 1:

**Σύμβολα Σταθερών:** Giannis, ArtificialIntelligence, DataBases, LogicProgramming

### **Σύμβολα Κατηγορημάτων:**

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Student* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Φοιτητής.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Clever* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Έξυπνος.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Course* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Μάθημα

Το δυαδικό κατηγορημα *Siblings* που δηλώνει τη δυαδική σχέση Αδελφού

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Woman* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Γυναίκα.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Man* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Άνδρας.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Triangle* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Τρίγωνο

Το μοναδιαίο κατηγορημα *RightTriangle* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Ορθογώνιο Τρίγωνο

Το μοναδιαίο κατηγορημα *LineSeg* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Ευθύγραμμο Τμήμα

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Angle* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Γωνία

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Polygon* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Πολύγωνο

Το δυαδικό κατηγορημα *Synteknoi* που δηλώνει τη δυαδική σχέση Σύντεκνου

### **Σύμβολα Ρημάτων:**

*Likes(x,y)* δηλώνει ότι ο x συμπαθεί τον y

*Takes(x,y)* δηλώνει ότι ο x παίρνει το μάθημα y

*Succeds(x,y)* δηλώνει ότι ο x πετυχαίνει στο μάθημα y

*Misleads(x,y)* δηλώνει ότι ο x ξεγελάει τον y

*Baptizes(x,y)* δηλώνει ότι ο x βαπτίζει το παιδί του y

*SideOf(x,y)* δηλώνει ότι y είναι πλευρά του x

*AngleOf(x,y)* δηλώνει ότι y είναι γωνία του x

*SizeOfAngle(x,y)* δηλώνει το μέγεθος της γωνίας y στο x

### Οι προτάσεις σε λογική πρώτης τάξης:

- (a)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow \text{Clever}(x))$
- (b)  $(\exists x)(\text{Student}(x))$
- (c)  $(\exists x)(\text{Student}(x) \wedge \text{Clever}(x))$
- (d)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow (\exists y)(\text{Likes}(x,y)))$
- (e)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow (\exists y)(x \neq y \wedge \text{Likes}(x,y)))$
- (f)  $(\exists x)(\text{Student}(x) \wedge (\forall y)((x \neq y \wedge \text{Student}(y)) \Rightarrow \text{Likes}(y,x)))$
- (g)  $\text{Student}(\text{Giannis})$
- (h)  $\neg \text{Takes}(\text{Giannis}, \text{ArtificialIntelligence})$
- (i)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow \neg \text{Likes}(x, \text{Giannis}))$
- (j)  $(\exists x)(\text{Woman}(x) \wedge \text{Siblings}(x, \text{Giannis}))$
- (k)  $(\forall x)(\neg \text{Woman}(x) \vee \neg \text{Siblings}(x, \text{Giannis}))$
- (l)  $(\forall x)((\text{Woman}(x) \wedge \text{Siblings}(x, \text{Giannis})) \Rightarrow (\forall y)((x \neq y \wedge \text{Woman}(y)) \Rightarrow \neg \text{Siblings}(y, \text{Giannis})))$
- (m)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow (\exists y)(\text{Course}(y) \wedge \text{Takes}(x,y)))$
- (n)  $(\exists x)((\text{Student}(x) \wedge \neg \text{Succeeds}(x, \text{ArtificialIntelligence})) \wedge (\forall y)((x \neq y \wedge \text{Student}(y)) \Rightarrow \text{Succeeds}(y, \text{ArtificialIntelligence})))$
- (o)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow \text{Succeeds}(x, \text{ArtificialIntelligence})) \wedge (\exists x)(\text{Student}(x) \wedge \neg \text{Succeeds}(x, \text{DataBases}))$
- (p)  $(\forall x)((\text{Student}(x) \wedge \text{Takes}(x, \text{ArtificialIntelligence})) \Rightarrow \text{Takes}(x, \text{LogicProgramming}))$
- (q)  $(\forall x)(\text{Student}(x) \Rightarrow (\exists y)(\text{Student}(y) \wedge y \neq x \wedge \neg \text{Misleads}(x,y)))$
- (r)  $(\forall x)(\text{Triangle}(x) \Leftrightarrow \text{Polygon}(x) \wedge (\exists y)(\exists z)(\exists v)(\text{LineSeg}(y) \wedge \text{LineSeg}(z) \wedge \text{LineSeg}(v) \wedge \text{SideOf}(x,y) \wedge \text{SideOf}(x,z) \wedge \text{SideOf}(x,v) \wedge (\forall w)(\text{LineSeg}(w) \Rightarrow (w=y \vee w=z \vee w=v \vee \neg \text{SideOf}(x,w)))) \wedge (\exists p)(\exists q)(\exists s)(\text{Angle}(p) \wedge \text{Angle}(q) \wedge \text{Angle}(s) \wedge \text{AngleOf}(x,p) \wedge \text{AngleOf}(x,q) \wedge \text{AngleOf}(x,s) \wedge (\forall t)(\text{Angle}(t) \Rightarrow (t=p \vee t=q \vee t=s \vee \neg \text{AngleOf}(x,t))))))$
- (s)  $(\forall x)(\text{RightTriangle}(x) \Leftrightarrow \text{Triangle}(x) \wedge (\exists y)(\text{AngleOf}(x,y) \wedge \text{SizeOfAngle}(x,y)=90^\circ))$
- (t)  $(\forall x)(\forall y)((\text{Man}(x) \wedge \text{Man}(y)) \Rightarrow (\text{Synteknoi}(x,y) \Leftrightarrow (\text{Baptizes}(x,y) \wedge \text{Baptizes}(y,x))))$

### Πρόβλημα 2:

**a)** Το πεδίο της  $I$  αποτελείται από τα αντικείμενα της εικόνας:  $|I| = \{ \text{Καθηγητής}, \text{Αστρονόμος} \}$

Το λεξιλόγιο περιλαμβάνει τα Σύμβολα Σταθερών: *Professor, Astronomer*

### Σύμβολα Κατηγορημάτων:

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Cup* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Αστυνομικός.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Woman* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Γυναίκα.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Man* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι Άνδρας.

Η ερμηνεία *I* κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις στα σύμβολα των σταθερών:

$Professor^I = \text{Καθηγητής}, Astronomer^I = \text{Αστρονόμος}$

Η *I* αντιστοιχίζει στο σύμβολο κατηγορήματος *Woman* τη μοναδιαία σχέση:

$\{ \langle \text{Αστρονόμος} \rangle \}$

Η *I* αντιστοιχίζει στο σύμβολο κατηγορήματος *Man* τη μοναδιαία σχέση:

$\{ \langle \text{Καθηγητής} \rangle \}$

Η *I* αντιστοιχίζει στο σύμβολο κατηγορήματος *Cup* το κενό

**(b) Για την  $\phi 2$**  από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$|=_I (\exists x) Woman(x)[s] \text{ ανν υπάρχει } d \in |I| \text{ τέτοιο ώστε } |=_I Woman(x)[s(x \mid d)]$

Επειδή,  $s^-(Astronomer) = Astronomer^I = \text{Αστρονόμος}$   $Woman^I = \{ \langle \text{Αστρονόμος} \rangle \}$

Έχουμε ότι  $|=_I Woman(x)[s(x \mid \text{Αστρονόμος})]$

Άρα, η  **$\phi 2$  ικανοποιείται** από την ερμηνεία *I*.

**Για την  $\phi 3$**  από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$|=_I (\forall x)(Man(x) \vee Woman(x))[s] \text{ ανν για κάθε } d \in |I|, |=_I (Man(x) \vee Woman(x)) [s(x \mid d)]$

Επειδή  $|I| = \{ \text{Καθηγητής}, \text{Αστρονόμος} \}$ ,  $Man^I = \{ \langle \text{Καθηγητής} \rangle \}$  και  $Woman^I = \{ \langle \text{Αστρονόμος} \rangle \}$  έχουμε:

Για  $d = \text{Καθηγητής}$ ,  $Man(x)[s(x \mid \text{Καθηγητής})]$

Για  $d = \text{Αστρονόμος}$ ,  $Woman(x)[s(x \mid \text{Αστρονόμος})]$

Επομένως, για κάθε  $d \in |I|$ ,  $|=_I (Man(x) \vee Woman(x)) [s(x \mid d)]$  η  **$\phi 3$  ικανοποιείται** από την ερμηνεία *I*.

**Για την  $\phi 1$**  από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$|=_I (\exists x) Cup(x)[s] \text{ ανν υπάρχει } d \in |I| \text{ τέτοιο ώστε } |=_I Cup(x)[s(x \mid d)]$

Επειδή  $Cup^I$  είναι το κενό σύνολο, η  **$\phi 1$  δεν ικανοποιείται** από την ερμηνεία *I*.

### Πρόβλημα 3:

#### **Σύμβολα Κατηγορημάτων:**

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Rose* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι rose.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Flower* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι flower.

Το μοναδιαίο κατηγορημα *Fades* που δηλώνει ότι το όρισμα fades quickly

#### **Οι προτάσεις σε λογική πρώτης τάξης:**

$\varphi_1: (\forall x)(\text{Rose}(x) \Rightarrow \text{Flower}(x))$

$\varphi_2: (\exists x)(\text{Flower}(x) \wedge \text{Fades}(x))$

$\varphi_3: (\exists x)(\text{Rose}(x) \wedge \text{Fades}(x))$

Για να συμπεράνουμε την πρόταση  $\varphi_3$  από τις προτάσεις  $\varphi_1$  και  $\varphi_2$  θα πρέπει για κάθε ερμηνεία  $I$  και για ανάθεση μεταβλητών  $s$  τέτοια ώστε η  $I$  ικανοποιεί τις  $\varphi_1$  και  $\varphi_2$  με ανάθεση μεταβλητών  $s$ , η  $I$  να ικανοποιεί επίσης την  $\varphi_3$  με ανάθεση μεταβλητών  $s$ .

Έστω μια τυχαία ερμηνεία  $I$  και ανάθεση μεταβλητών  $s$  τέτοια ώστε :

$\models \varphi_1[s]$  δηλαδή  $\models (\forall x)(\text{Rose}(x) \Rightarrow \text{Flower}(x))[s]$

Τότε από τον ορισμό της ικανοποίησης πρότασης με  $\Rightarrow$  έχουμε

$\models (\forall x)(\neg \text{Rose}(x) \vee \text{Flower}(x))[s]$

Από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με  $\forall$  έχουμε ότι:

Για κάθε  $d \in |I|$  έχουμε  $\models (\neg \text{Rose}(x) \vee \text{Flower}(x)) [s(x|d)]$

και από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με διάζευξη

$\models \neg \text{Rose}(x)[s(x|d)]$  ή  $\models \text{Flower}(x)[s(x|d)]$  **(1)**

$\models \varphi_2[s]$  δηλαδή  $\models (\exists x)(\text{Flower}(x) \wedge \text{Fades}(x))[s]$

Τότε από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με  $\exists$  έχουμε ότι:

Υπάρχει  $d1 \in |I|$  τέτοιο ώστε  $\models (\text{Flower}(x) \wedge \text{Fades}(x)) [s(x|d1)]$

και από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με σύζευξη

$\models \text{Flower}(x)[s(x|d1)]$  και  $\models \text{Fades}(x)[s(x|d1)]$  **(2)**

Επειδή η (1) ισχύει για κάθε  $d \in |I|$  έχουμε ότι

$\models \neg \text{Rose}(x)[s(x|d1)]$  ή  $\models \text{Flower}(x)[s(x|d1)]$  **(1)'**

Για να μπορούμε να συμπεράνουμε την πρόταση  $\phi_3$  από τις προτάσεις  $\phi_1$  και  $\phi_2$  θα πρέπει να δείξουμε ότι

$\models \phi_3[s]$  δηλαδή  $\models (\exists x)(\text{Rose}(x) \wedge \text{Fades}(x))[s]$  ήτοι ότι υπάρχει  $d' \in |I|$  τέτοιο ώστε  $\models (\text{Rose}(x) \wedge \text{Fades}(x)) [s(x|d')]$  και από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με σύζευξη

$\models \text{Rose}(x) [s(x|d1)]$  και  $\models \text{Fades}(x)[s(x|d')]$

Από τις (1)' και (2) προκύπτει ότι για  $d'=d1$  ότι  $\models \text{Flower}(x)[s(x|d1)]$  και  $\models \text{Fades}(x)[s(x|d1)]$  αλλά όχι αναγκαστικά ότι  $\models \text{Rose}(x) [s(x|d1)]$

**Άρα, δεν μπορούμε να συμπεράνουμε την πρόταση  $\phi_3$  από τις προτάσεις  $\phi_1$  και  $\phi_2$ .**

#### **Πρόβλημα 4:**

**(a)** Θα δείξω ότι πρόταση  $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)$  **δεν είναι έγκυρη** δίνοντας το εξής αντιπαράδειγμα:

$P(x)$ :  $x$  άρτιος αριθμός                       $Q(x)$ :  $x$  περιττός αριθμός, Domain το σύνολο των ακεραίων.

Η πρόταση  $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$  είναι αληθής αφού η εμβέλεια της  $x$  είναι η πρόταση  $P(x) \vee Q(x)$  και για οποιαδήποτε τιμή της  $x$  στο σύνολο των ακεραίων, η  $P(x) \vee Q(x)$  είναι αληθής αφού η  $x$  αντιστοιχεί είτε σε άρτιο ή σε περιττό αριθμό.

Όμως η πρόταση  $(\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)$  δεν είναι αληθής διότι δεν είναι αληθής η πρόταση  $(\forall x) P(x)$  (δεν είναι όλοι οι ακέραιοι άρτιοι) ούτε είναι αληθής η πρόταση  $(\forall x) Q(x)$  (δεν είναι όλοι οι ακέραιοι περιττοί)

**Άρα, η  $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)$  δεν είναι έγκυρη**

**(b)** Πρέπει να δείξω ότι για κάθε ερμηνεία  $I$  και για κάθε ανάθεση μεταβλητών  $s$  η  $I$  ικανοποιεί την πρόταση  $(\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$  με ανάθεση μεταβλητών  $s$ .

Έστω μια τυχαία ερμηνεία  $I$  και ανάθεση μεταβλητών  $s$  τέτοια ώστε

$\models ((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x))[s]$ . Τότε από τον ορισμό της ικανοποίησης για διάζευξη προτάσεων έχουμε

$\models (\forall x) P(x)[s]$  ή  $\models (\forall x) Q(x)[s]$

Έστω  $\models (\forall x) P(x)[s]$ . Τότε από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με  $\forall$  έχουμε

$\models (\forall x) P(x)[s]$  αν για κάθε  $d \in |I|$  έχουμε  $\models (P(x)[s(x|d)])$

Όμως τότε από τον ορισμό της ικανοποίησης για διάζευξη προτάσεων έχουμε  
Για κάθε  $d \in |I|$  έχουμε  $\models ((P(x) \vee Q(x)) [s(x|d)])$ .

Άρα, από τον ορισμό της ικανοποίησης για πρόταση με καθολικό ποσοδείκτη έχουμε  $\models$   
 $((\forall x)(P(x) \vee Q(x)))[s]$   
και ολοκληρώνεται η απόδειξη.

(Ομοίως αν αντί  $\models (\forall x) P(x)[s]$  υποθέταμε ότι  $\models (\forall x) Q(x)[s]$ )

### **Πρόβλημα 5:**

Μετατρέπουμε την πρόταση  $\varphi: (\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$  σε CNF

$(\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \equiv$   
 $\neg ((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)) \vee (\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \equiv$   
 $((\exists x) \neg P(x) \wedge (\exists x) \neg Q(x)) \vee (\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \equiv$   
 $(\neg P(d) \wedge \neg Q(f)) \vee (P(x) \vee Q(x)) \equiv$   
 $(\neg P(d) \vee P(x) \vee Q(x)) \wedge (\neg Q(f) \vee P(x) \vee Q(x))$   
Τελική μορφή της  $\varphi$   
 $\neg P(d) \vee P(x) \vee Q(x)$   
 $\neg Q(f) \vee P(x) \vee Q(x)$

$\neg \varphi: \neg ((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))) \equiv$   
 $((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)) \wedge \neg (\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \equiv$   
 $((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)) \wedge (\exists x)(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv$   
 $(P(x) \vee Q(x)) \wedge (\neg P(d) \wedge \neg Q(d))$

### **Πρόβλημα 6:**

**α) Σύμβολα Σταθερών:** Adonakis, Vagelakis, Mairoula, Socialismos, Capitalismos

**Σύμβολα Κατηγορημάτων:**

PK: Μοναδιαίο κατηγορημα που δηλώνει ότι το όρισμα είναι μέλος του ΠΚ.

Dexios: Μοναδιαίο κατηγορημα που δηλώνει ότι το όρισμα είναι δεξιός.

Fileleftheros: Μοναδιαίο κατηγορημα που δηλώνει ότι το όρισμα είναι φιλελεύθερος.

**Σύμβολα Ρημάτων:** Likes(x,y) δηλώνει ότι στον x αρέσει το y

Οι προτάσεις σε λογική πρώτης τάξης:

- i.  $PK(Adonakis) \wedge PK(Vagelakis) \wedge PK(Mairoula)$
- ii.  $(\forall x) (PK(x) \wedge \neg Dexios(x) \Rightarrow Fileleftheros(x))$
- iii.  $(\forall x) (Dexios(x) \Rightarrow \neg Likes(x, Socialismos))$
- iv.  $(\forall x) (\neg Likes(x, Capitalismos) \Rightarrow \neg Fileleftheros(x))$
- v.  $(\forall x) ( (Likes(Adonakis, x) \Leftrightarrow \neg Likes(Vagelakis, x)) \wedge$   
 $(\neg Likes(Adonakis, x) \Leftrightarrow Likes(Vagelakis, x)) )$
- vi.  $Likes(Vagelakis, Socialismos) \wedge Likes(Vagelakis, Capitalismos)$

Οι προτάσεις i. – vi. αποτελούν την βάση γνώσης KB

- vii.  $\varphi: (\exists x) (PK(x) \wedge Fileleftheros(x) \wedge \neg Dexios(x))$

**b)** Πρέπει να δείξουμε ότι ο τύπος  $KB \cup \{\neg\varphi\}$  είναι μη ικανοποιήσιμος. Θα μετατρέψουμε τις προτάσεις της KB που θα χρειασθούμε σε CNF

**i.  $PK(Adonakis), PK(Vagelakis), PK(Mairoula)$**

- ii.  $(\forall x) (PK(x) \wedge \neg Dexios(x) \Rightarrow Fileleftheros(x)) \equiv$   
 $(\forall x) (\neg(PK(x) \wedge \neg Dexios(x)) \vee Fileleftheros(x)) \equiv$   
 $(\forall x) (\neg PK(x) \vee Dexios(x) \vee Fileleftheros(x))$

Απαλοίφοντας τον καθολικό ποσοδείκτη έχουμε:  **$\neg PK(x) \vee Dexios(x) \vee Fileleftheros(x)$**

- iii.  $(\forall x) (Dexios(x) \Rightarrow \neg Likes(x, Socialismos)) \equiv$   
 $(\forall x) (\neg Dexios(x) \vee \neg Likes(x, Socialismos))$

Απαλοίφοντας τον καθολικό ποσοδείκτη έχουμε:  **$\neg Dexios(x) \vee \neg Likes(x, Socialismos)$**

- iv.  $(\forall x) (\neg Likes(x, Capitalismos) \Rightarrow \neg Fileleftheros(x)) \equiv$   
 $(\forall x) (Likes(x, Capitalismos) \vee \neg Fileleftheros(x))$

Απαλοίφοντας τον καθολικό ποσοδείκτη:  **$Likes(x, Capitalismos) \vee \neg Fileleftheros(x)$**

- vi. Likes(Vagelakis, Socialismos), Likes(Vagelakis, Capitalismos)

$\neg\varphi: \neg (\exists x) (PK(x) \wedge Fileleftheros(x) \wedge \neg Dexios(x)) \leftrightarrow (\forall x) \neg (PK(x) \wedge Fileleftheros(x) \wedge \neg Dexios(x)) \equiv$

$(\forall x) (\neg PK(x) \vee \neg Fileleftheros(x) \vee Dexios(x))$

Απαλοίφοντας τον καθολικό ποσοδείκτη:  **$\neg PK(x) \vee \neg Fileleftheros(x) \vee Dexios(x)$**

Αποδεικνύω την  $\varphi$  με ανάλυση ξεκινώντας με την  $\neg\varphi$  και χρησιμοποιώντας τις παραπάνω προτάσεις της KB

Πρόταση  $\neg\varphi$ :  **$\neg PK(x) \vee \neg Fileleftheros(x) \vee Dexios(x)$**

Από την Πρόταση ii.  $\neg PK(x) \vee Dexios(x) \vee Fileleftheros(x)$  έχουμε:

**$\neg PK(x) \vee Dexios(x)$**

Από την Πρόταση iii.  $\neg Dexios(x) \vee \neg Likes(x, Socialismos)$  έχουμε:

**$\neg PK(x) \vee \neg Likes(x, Socialismos)$**

Από την Πρόταση vi  $Likes(Vagelakis, Socialismos)$  με MGU  $x/Vagelakis$  έχουμε:

**$\neg PK(Vagelakis)$**

Όμως από την Πρόταση i.  $PK(Vagelakis)$  **προκύπτει αντίφαση**, παράγεται η κενή φράση από την βάση γνώσης. Επομένως,  $KB \cup \{\neg\varphi\}$  είναι μη ικανοποιήσιμος,

άρα  $KB \models \varphi$

**c)** Θα χρησιμοποιήσουμε λεκτικά απάντησης και τις προτάσεις  $KB \cup \{Ans(z) \vee (\neg PK(z) \vee \neg Fileleftheros(z) \vee Dexios(z))\}$

Από την Πρόταση iii.  $\neg Dexios(x) \vee \neg Likes(x, Socialismos)$  και από την Πρόταση vi.  $Likes(Vagelakis, Socialismos)$  με MGU  $x/Vagelakis$  έχουμε

**$\neg Dexios(Vagelakis)$**

από την Πρόταση i έχουμε

**$PK(Vagelakis)$**

Από Πρόταση ii.  $\neg PK(x) \vee Dexios(x) \vee Fileleftheros(x)$  με MGU  $x/Vagelakis$  έχουμε

**$Fileleftheros(Vagelakis)$**

Άρα,

**$PK(Vagelakis) \wedge Fileleftheros(Vagelakis) \wedge \neg Dexios(Vagelakis)$**

Από την τελευταία πρόταση και τον τύπο  $Ans(z) \vee (\neg PK(z) \vee \neg Fileleftheros(z) \vee Dexios(z))$  με MGU  $\{z/Vagelakis\}$  έχουμε  **$Ans(Vagelakis)$**

Άρα, ο Vagelakis έχει την ιδιότητα που παριστάνει η  $\varphi$ .

### **Πρόβλημα 7:**

**Σύμβολα Σταθερών:** ftp.press.std.gr, PosNaDiabaseteApodotikaSthnEjetastiki, FoititikiZoi

**Σύμβολα Μοναδιαίων Κατηγορημάτων:**

*Article* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι άρθρο.



*Computer* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι υπολογιστής

*AccessToAll* που δηλώνει ότι στο όρισμα έχουν όλοι πρόσβαση

*FtpAccess* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι προσπελάσιμο με ftp

*Journal* που δηλώνει ότι το όρισμα είναι περιοδικό

*StudentEdit* που δηλώνει ότι το όρισμα εκδίδεται από τις εκδόσεις Student

*AnonymousFtp* που δηλώνει ότι το όρισμα προσφέρει υπηρεσίες anonymous ftp

### **Σύμβολα Ρημάτων:**

*Stored(x,y)* δηλώνει ότι το  $x$  είναι αποθηκευμένο στον  $y$

*Published(x,y)* δηλώνει ότι το  $x$  είναι δημοσιευμένο στο  $y$

Η κωδικοποίηση των προτάσεων της άσκησης σε φράσεις Horn:

(a)  $(\text{Article}(x) \wedge \text{Computer}(y) \wedge \text{AccessToall}(y) \wedge \text{Stored}(x,y)) \Rightarrow \text{FtpAccess}(x)$

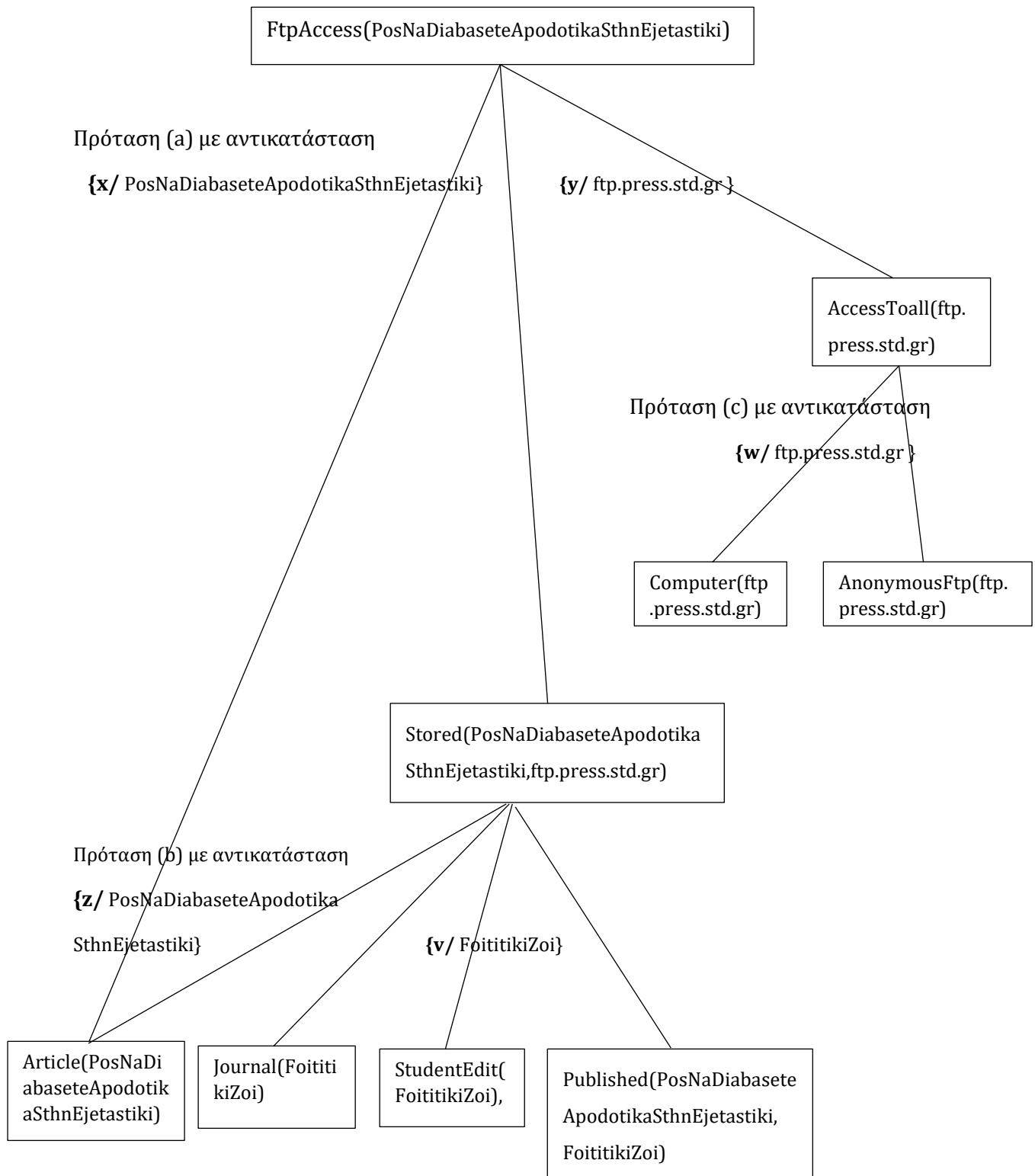
(b)  $\text{Computer}(\text{ftp.press.std.gr}), (\text{Article}(z) \wedge \text{Journal}(v) \wedge \text{StudentEdit}(v) \wedge \text{Published}(z,v)) \Rightarrow \text{Stored}(z,\text{ftp.press.std.gr})$

(c)  $(\text{Computer}(w) \wedge \text{AnonymousFtp}(w)) \Rightarrow \text{AccessToall}(w)$

(d)  $\text{Computer}(\text{ftp.press.std.gr}), \text{AnonymousFtp}(\text{ftp.press.std.gr})$

(e)  $\text{Article}(\text{PosNaDiabaseteApodotikaSthnEjetastiki}), \text{Journal}(\text{FoititikiZoi}),$   
 $\text{StudentEdit}(\text{FoititikiZoi}),$   
 $\text{Published}(\text{PosNaDiabaseteApodotikaSthnEjetastiki}, \text{FoititikiZoi})$

Αποδεικνύουμε με forward chaining ότι «Το άρθρο PosNaDiabaseteApodotika SthnEjetastiki είναι προσπελάσιμο με ftp». Το δένδρο απόδειξης είναι:



### Πρόβλημα 8:

**(a) Η φ σε CNF:**

$$\begin{aligned} & (\forall x) ( ((\exists y) P(x,y) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall z)(R(z) \Rightarrow (\exists w) S(x,z,w)) ) \equiv \text{ /* αντικατάσταση } \Rightarrow \\ & (\forall x) ( ( \neg (\exists y) P(x,y) \vee Q(x) ) \wedge (\forall z)( \neg R(z) \vee (\exists w) S(x,z,w) ) ) \equiv \\ & (\forall x) ( ((\forall y) \neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\forall z)( \neg R(z) \vee (\exists w) S(x,z,w) ) ) \equiv \text{ /* w στην εμβέλεια x, z} \\ & (\forall x) ( ((\forall y) \neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\forall z)( \neg R(z) \vee S(x,z,F(x,z))) ) \equiv \\ & ((\forall y) \neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\forall z)( \neg R(z) \vee S(x,z,F(x,z))) \equiv \end{aligned}$$

Τελική Μορφή της φ μετά και την απαλοιφή των καθολικών ποσοδευκτών

$$\neg P(x,y) \vee Q(x)$$

$$\neg R(z) \vee S(x,z,F(x,z))$$

$$\textbf{(b)} \psi: (\forall x) (\forall y) (\forall z) (\exists w) ( (P(x,y) \Rightarrow Q(x)) \wedge (R(z) \Rightarrow S(x,z,w)) ) \equiv$$

$$(\forall x) (\forall y) (\forall z) (\exists w) ( (\neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\neg R(z) \vee S(x,z,w)) ) \equiv$$

$$(\forall x) (\forall y) (\forall z) ( (\neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\neg R(z) \vee S(x,z,F(x,z))) ) \equiv$$

$$(\neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (\neg R(z) \vee S(x,z,F(x,y,z)))$$

Τελική Μορφή

$$\neg P(x,y) \vee Q(x)$$

$$\neg R(z) \vee S(x,z,F(x,z))$$

Επομένως, η πρόταση ψ ταυτίζεται με την φ και επομένως ακολουθεί λογικά από την φ.

Η πρόταση φ αποτελεί τη βάση γνώσης KB. Για να δείξουμε ότι  $KB \models \psi$ , πρέπει να δείξουμε ότι ο τύπος  $KB \cup \{\neg\psi\}$  είναι μη ικανοποιήσιμος. Προφανώς έχουμε αντίφαση αφού οι προτάσεις φ και ψ ταυτίζονται.

### Πρόβλημα 9:

**(a)** Η βάση γνώσης KB περιλαμβάνει τα εξής:

Professor(Manolis), Professor(Stavros), Professor(Elena)

Course(AI), Course(Compilers), Course(DB), Course(Algebra)

Name(Manolis), Name(Stavros), Name(Elena), Name(Yannis)

Dept(ECE), Dept(Math)

Teaches(Manolis,AI)

Teaches(Manolis,Compilers)

Teaches(Manolis,AI)

Teaches(Manolis,AI)

WorksIn(Manolis,ECE)

WorksIn(Stavros,ECE)

WorksIn(Elena,Math)

WorksIn(Yannis,Math)

Το ερώτημα αναπαριστάται από τον τύπο:

$\text{Name}(x) \wedge \text{Professor}(x) \wedge \text{Course}(y) \wedge \text{WorksIn}(x,\text{Math}) \wedge \text{Teaches}(x,y)$

Με ελεύθερες μεταβλητές τις  $x$  και  $y$

Η απάντηση είναι

$\text{WorksIn}(\text{Elena},\text{Math})$  και

$\text{Teaches}(\text{Elena},\text{Algebra})$

**(b)**

Εφαρμόζουμε τη συνάρτηση FOL-FC-Ask για να δείξουμε ότι ο τύπος

$\text{WorksIn}(\text{Elena},\text{Math}) \wedge \text{Teaches}(\text{Elena},\text{Algebra})$

Προκύπτει λογικά από την βάση γνώσης KB. Ο νέος τύπος ενοποιείται με τον τύπο

$\text{WorksIn}(x,\text{Math}) \wedge \text{Teaches}(x,y)$

με αντικατάσταση  $\{x/\text{Elena}, y/\text{Algebra}\}$ .