Relatorio

Maxxi Lorenzzo Santos Rios, 472722 Alysson da Silva Moura, 400660
Leonardo Gomes Prado, 472920 Luis Fernando A. Brito, 418824

05/02/2022

```
rm(list = ls())
```

Incluindo os pacotes

Primeiro nós precisamos incluir o pacote `glmnet` que utilizaremos para estimar utilizando os métodos de *shrinkage*. Utilizaremos os outros pacotes para limpar e modificar a base de dados e ter acesso ao *pipe operator* %>%

```
library(glmnet)
library(dplyr)
library(broom)
library(tibble)
library(purrr)
library(magrittr)
library(Matrix)
```

Questões

Considere os dados sobre automóveis disponíveis no Sigaa UFC em formato csv intitulado "house_data_exer_tnkc_wobasement.

Primeiro vamos carregar e guardar os nossos dados na variável `dados`:

```
dados <- read.csv("house_data_exer_tnkc_wobasement.csv")

head(dados)
```

```
##   ï..price bedrooms bathrooms sqft_living sqft_lot floors waterfront view
## 1   364000        4      1.75        2010     8625      1          0    0
## 2   875000        5      3.25        4230    21455      2          0    0
## 3  1406890        5      2.25        3580    16789      2          0    0
## 4   550000        3      1.75        1410     5000      1          0    0
## 5  1240000        5      4.00        4410    14380      2          0    0
## 6   326100        2      1.00         880     7683      1          0    0
##   condition grade sqft_above yr_built
## 1         4     7       1340     1957
## 2         3    10       2720     1990
## 3         5     9       3580     1966
## 4         4     7        810     1923
## 5         3    11       4410     2006
## 6         3     6        880     1942
```

Para facilitar nossa vida, vamos renomear a primeira coluna, para `price`

```
names(dados)[1] <- "price"
```

Pra garantir que o nosso *number generator* seja reproduzível, vamos utilizar o comando `base::set.seed()`

```
set.seed(123)
```

Agora vamos separar nossa base em *treino* e *teste*

```
## separamos os dados entre treino e teste para evitar overfitting
index <- sample(nrow(dados),nrow(dados)*0.80)
dados.train <- dados[index,]
dados.test <- dados[-index,]


index_y <- which(colnames(dados)=="price")

#Como o pacote `gmlnet` não aceita dataframes, precisamos converter
#os dados para matrix
X.train <- as.matrix(dados.train[,-index_y])
Y.train <- as.matrix(dados.train[,index_y])

X.test <- as.matrix(dados.test[,-index_y])
Y.test <- as.matrix(dados.test[,index_y])
```

Primeira Questão

Estime modelo de previsão usando MQO

Para estimar o modelo de Mínimo Quadrados Ordinários (MQO), precisamos utilizar a função `lm`, com os nossos dados de treino, e utilizar o Erro Quadratico Médio (*MSE*) para verificar qual estimador é mais preciso/acurado.

```
#Treina o modelo
MQO.fit <- lm(Y.train~X.train)

MQO.fit.coef <-  as.matrix(MQO.fit$coefficients)

#É adicionado 1 na primeira coluna para multiplicar pelo \beta_{0}
X.test_1 <- cbind(1,X.test)

#Preve o modelo no dataset de teste
Y_pred.MQO <- X.test_1 %*% MQO.fit.coef

MSE_MQO <- mean((Y.test-Y_pred.MQO)^2)
```

Segunda Questão

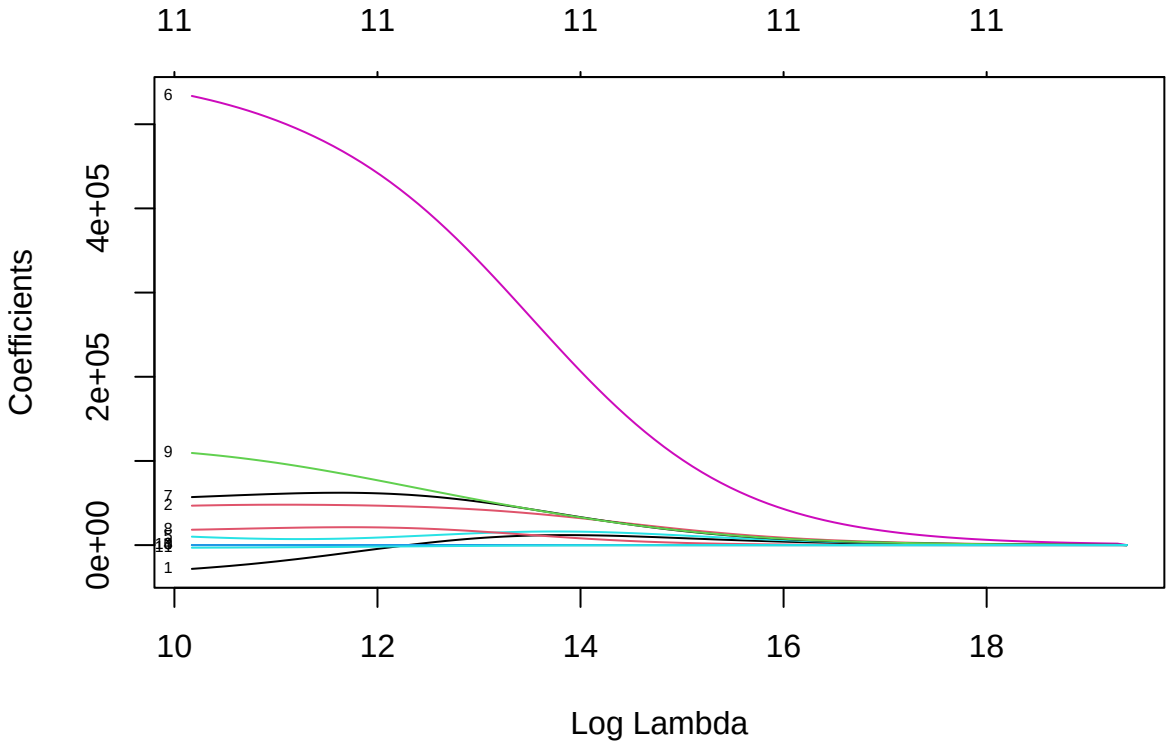
Estime modelo de previsão usando Ridge

Para o modelo Ridge temos que minimizar a seguinte função: $L_{ridge}(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i'\hat{\beta})^2 + \lambda \sum_{i=1}^{m} \hat{\beta}_j^2$

onde λ é o parâmetro de penalização.

```r
#treinamos o modelo com o dataset de treino
ridge.fit <- glmnet(x = X.train, y = Y.train, family = "gaussian", alpha = 0)

plot(ridge.fit, xvar="lambda", label=TRUE)
```



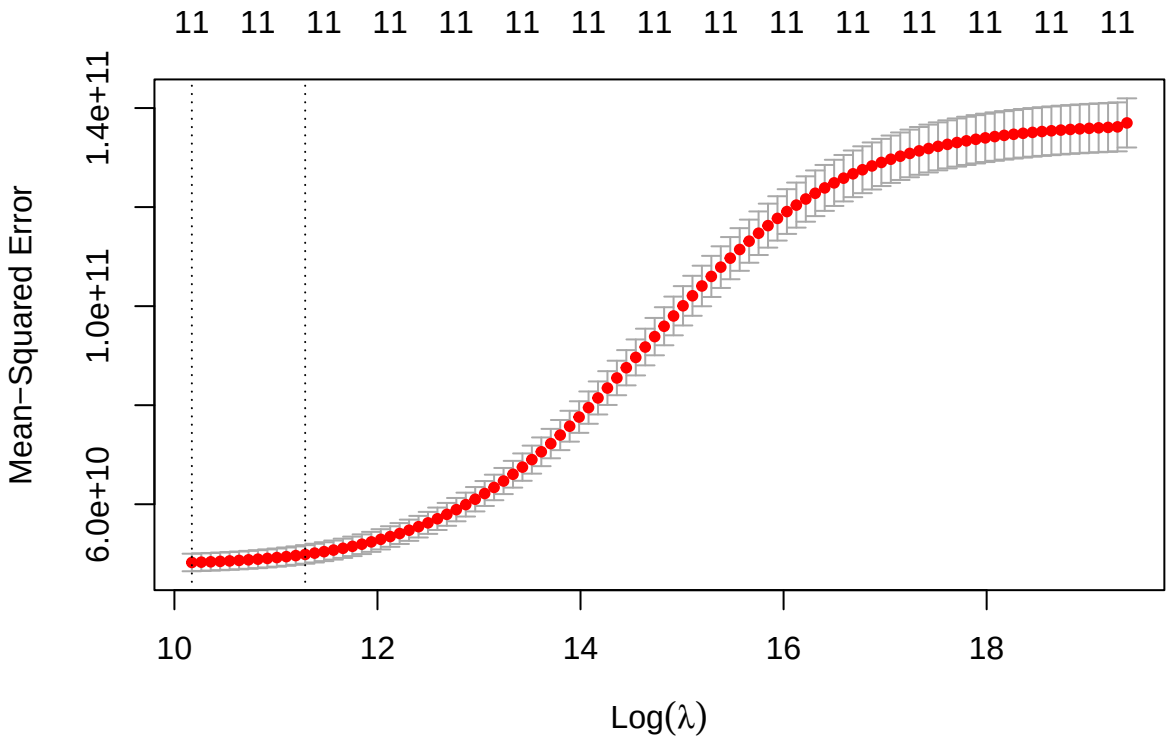
Agora nós utilizamos a técnica de *cross validation* para escolher o λ que minimiza a Soma dos Quadrados dos Resíduos (SSR):

- separar os dados de teste em k partes (geralmente 10) ou *folds*
- treinar o modelo em $k-1$ partes ou *folds*
- validar o modelo na parte que restou dos dados

a performace do modelo é dada pela média dos valores computados no algorítimo.

```r
cv.ridge <-  cv.glmnet(x=X.train, y=Y.train, family="gaussian", alpha=0, nfolds=10)

plot(cv.ridge)
```



então como fizemos no `lm`, nós utilizamos o modelo treinado para prever os dados de teste, e computamos novamente o *MSE*

```
coef(cv.ridge, s=cv.ridge$lambda.min)
```

```
## 12 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##                            s1
## (Intercept)  5.280961e+06
## bedrooms    -2.820557e+04
## bathrooms    4.685924e+04
## sqft_living  1.354207e+02
## sqft_lot    -2.332355e-01
## floors       1.003572e+04
## waterfront   5.335569e+05
## view         5.707396e+04
## condition    1.827411e+04
## grade        1.094731e+05
## sqft_above   3.983643e+01
## yr_built    -3.057854e+03
```

```
Y_pred.ridge <- predict(ridge.fit, newx = X.test, s=cv.ridge$lambda.min)

MSE_ridge <- mean((Y.test-Y_pred.ridge)^2)
```

Terceira Questão

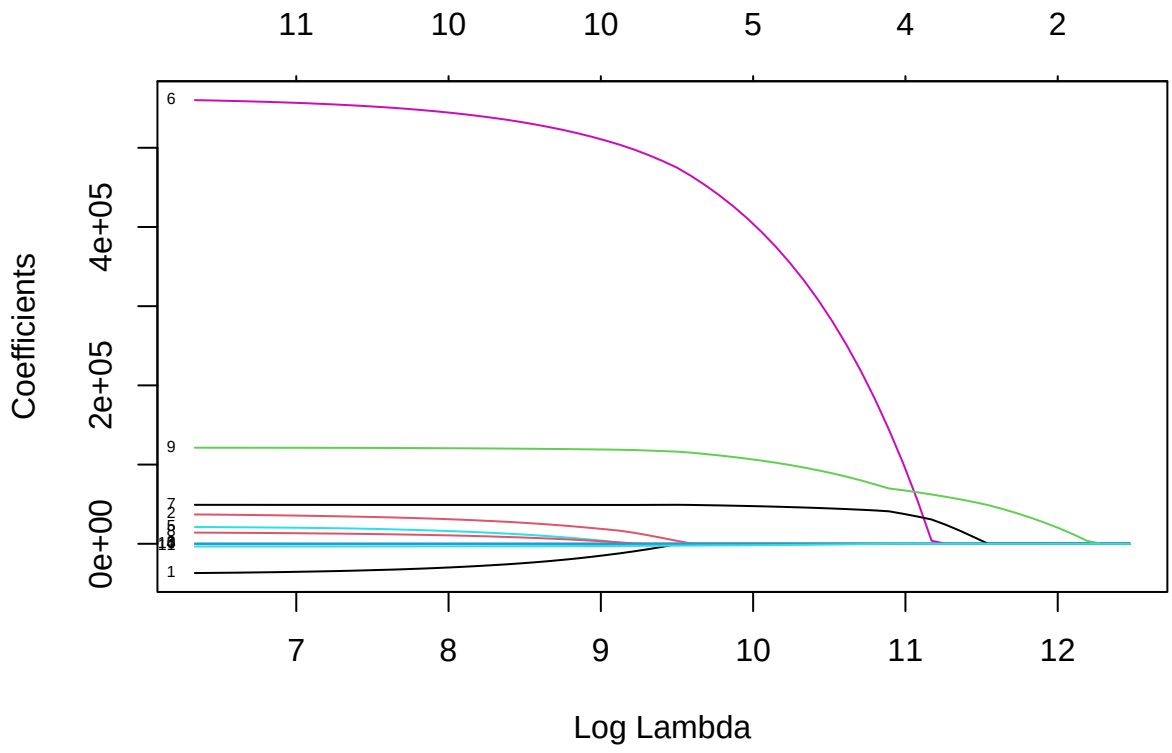
Estime modelo de previsão usando Lasso

Para o LASSO, estimamos a seguinte *loss function*: $L_{ridge}(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i'\hat{\beta})^2 + \lambda \sum_{i=1}^{m} |\hat{\beta}_j^2|$

e seguimos os mesmos passos do *ridge*:

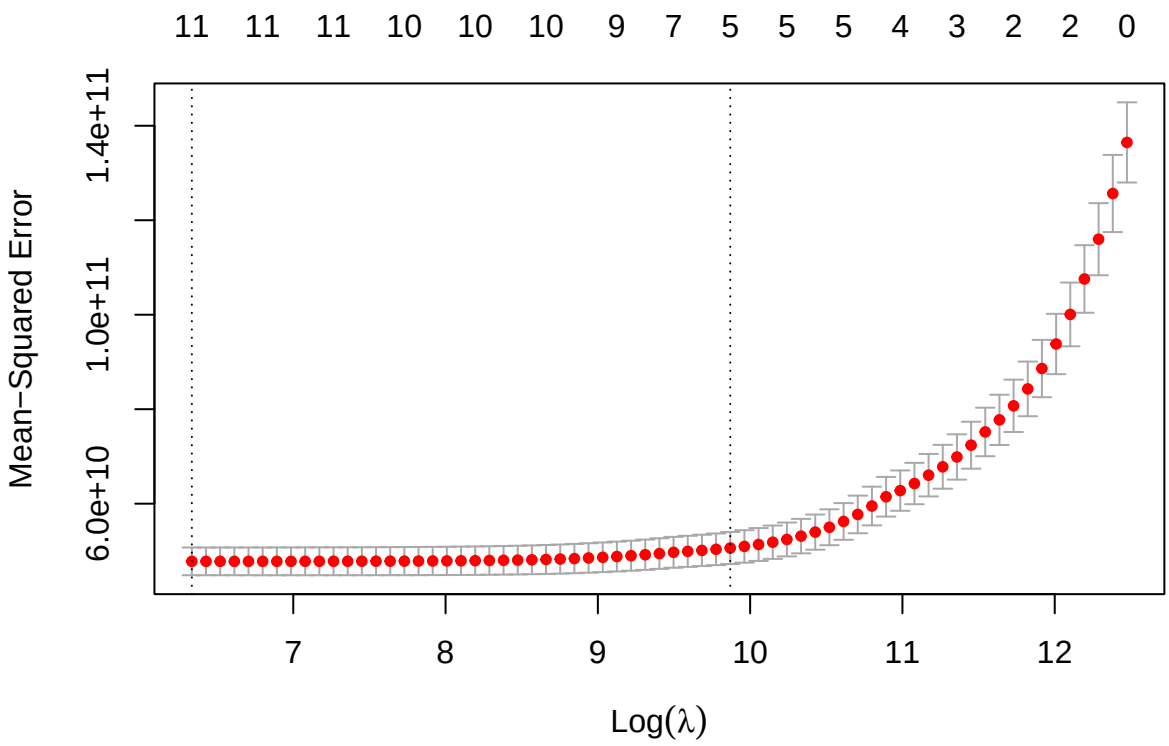
```
lasso.fit <- glmnet(x=X.train, y=Y.train, family="gaussian", alpha=1)

plot(lasso.fit,xvar="lambda", label=TRUE)
```




```
cv.lasso <- cv.glmnet(x=X.train, y=Y.train,family="gaussian", alpha=1, nfolds=10)

plot(cv.lasso)
```




```
coef(cv.lasso, s=cv.lasso$lambda.min)
```

```
## 12 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##                          s1
## (Intercept)  5.899854e+06
## bedrooms    -3.694220e+04
## bathrooms    3.701211e+04
## sqft_living  1.771408e+02
## sqft_lot    -2.491870e-01
## floors       2.121299e+04
## waterfront   5.601319e+05
## view         4.920484e+04
## condition    1.413335e+04
## grade        1.213249e+05
## sqft_above   1.598994e+00
## yr_built    -3.402046e+03
```

```
Y_pred.lasso <- predict(lasso.fit, newx = X.test, s=cv.lasso$lambda.min)

MSE_lasso <- mean((Y.test-Y_pred.lasso)^2)
```

Qual o melhor modelo? Justifique.

Para identificarmos o melhor modelo basta compararmos o *MSE* de cada um, o que possui menor EQM é o melhor estimador. Sendo assim:

```
EQM <- cbind("EQM" = c(MSE_MQO, MSE_ridge, MSE_lasso))
rownames(EQM) <- c("MQO", "Ridge", "LASSO")

EQM
```

```
##                EQM
## MQO   52992509155
## Ridge 54044215456
## LASSO 53078876009
```

Nesse sentido, **surpreendentemente** o MQO é o nosso melhor modelo

Questão Extra

Ponto extra: Estime modelo de previsão usando Elastic-net (com alpha=$\{$ 0.25;0.5;0.75$\}$). Compare com modelos anteriores.

Primeiro vamos criar uma função para calcular o Elastic-net com vários alphas:

```
estimadorElasticNet <- function(x_treino, y_treino, x_teste, y_teste, alpha, folds = 10) {

  elastic.fit <- glmnet::glmnet(x=X.train, y=Y.train,family="gaussian",alpha=alpha)

  cv.elastic <- glmnet::cv.glmnet(x = X.train,
                                  y = Y.train,
                                  family = "gaussian",
                                  alpha = alpha,
                                  nfolds=folds)

  coefElastic <- broom::tidy(coef(cv.elastic, s = cv.elastic$lambda.min))


  Y_pred.elastic <- predict(elastic.fit, newx = X.test, s = cv.elastic$lambda.min)

  MSE_elastic <- mean(( Y.test-Y_pred.elastic)^2 )

  elasticTibble <- tibble::tibble(
    coeficientes = list(coefElastic),
    cv = list(cv.elastic),
    MSE = MSE_elastic
  )

  }
```

Enfim nós rodamos para os alphas desejados:

```
alphas <- c(.25, .5, .75)

elasticAlphas <- purrr::map_df(alphas,  ~estimadorElasticNet(x_treino = X.train, y_treino = Y.train, x_
```

Como fizemos anteriormente podemos selecionar o melhor modelo com base no EQM. Assim:

```
MSE_elastic <- elasticAlphas %>% select(MSE, alpha)

MSE_elastic
```

```
##           MSE alpha
```

```
## 1 53069266857  0.25
## 2 53076340008  0.50
## 3 53075757947  0.75
```

Então, o nosso melhor estimador seria o Elastic-net com $alpha = 0.75$.

E comparando com os outros:

```
EQMTotal <- cbind("EQM" = c(MSE_MQO, MSE_ridge, MSE_lasso, MSE_elastic$MSE))
rownames(EQMTotal) <- c("MQO", "Ridge", "LASSO", "ELASTIC(0.25)", "ELASTIC(0.50)", "ELASTIC(0.75)")

EQMTotal
```

```
##                       EQM
## MQO           52992509155
## Ridge         54044215456
## LASSO         53078876009
## ELASTIC(0.25) 53069266857
## ELASTIC(0.50) 53076340008
## ELASTIC(0.75) 53075757947
```

Assim, o melhor modelo seria o MQO.