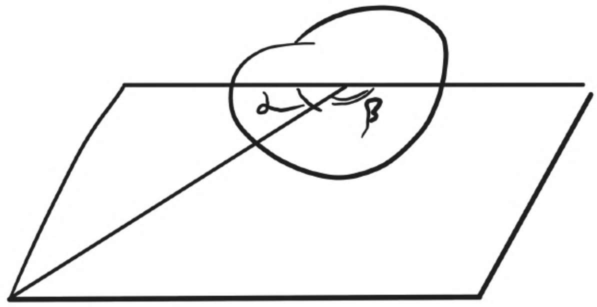
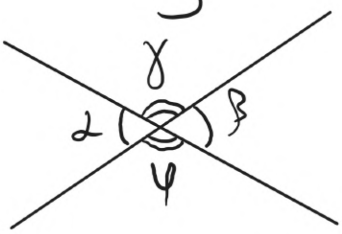
ЕГОР МАТИКОВИЧ

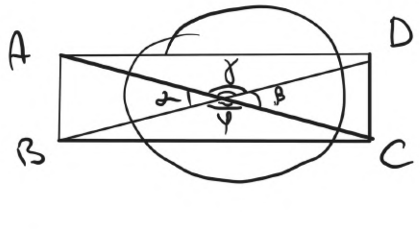
Смежные углы

$\alpha + \beta = 180°$



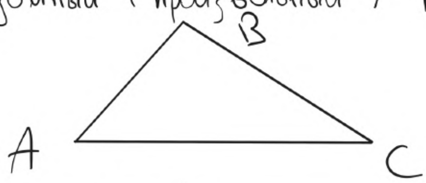
Вертикальные углы



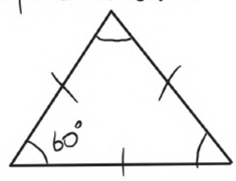


Виды Δ-ов

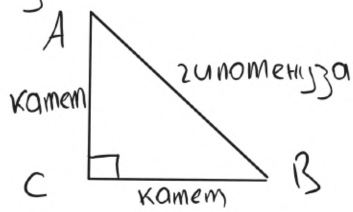
Рандомный (произвольный)



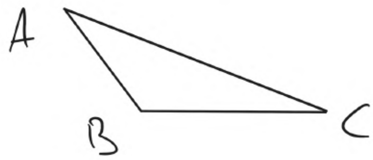
Равносторонний (правильный)



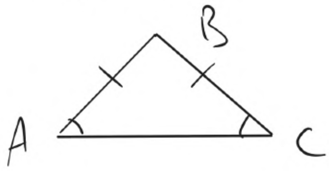
Прямоугольный



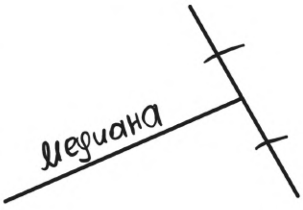
Тупоугольный



Равнобедренный

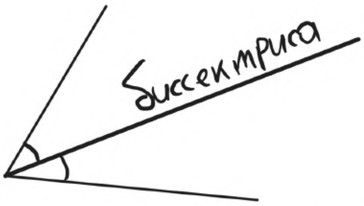


Медиана



делит сторону пополам

Биссектриса



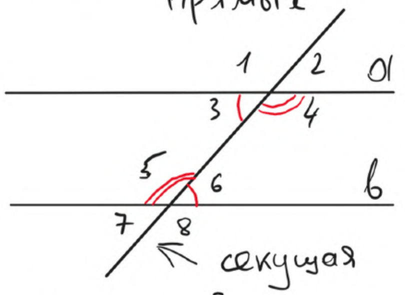
делит угол пополам

Высота

составляет со стороной $\angle 90°$

Признаки параллельности прямых

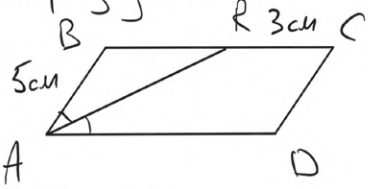
1.



$a \parallel b$

$\left.\begin{array}{l} \angle 3 = \angle 6 \\ \angle 5 = \angle 4 \end{array}\right\}$ накрестлежащие углы

Пример задачи



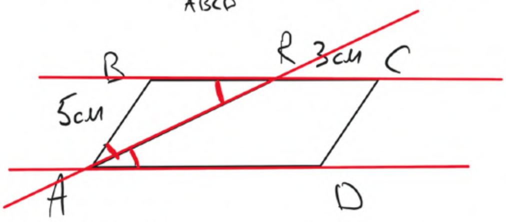
Дано: $AB = 5$см

$ABCD$ – параллелограмм

AR – биссектриса

$RC = 3$см

Найти: P_{ABCD} – ? (периметр $ABCD$)



тк $ABCD$ – параллелограм

$BC \parallel AD \Rightarrow AR$ – секущая

$\Rightarrow \angle BRA = \angle RAD$ как накрестлежащие при параллельных прямых.

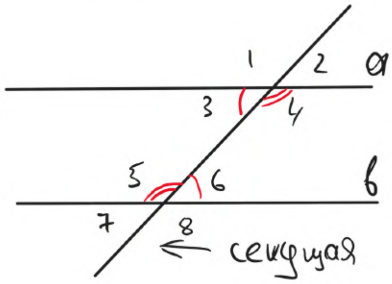
$\Rightarrow \triangle ABR$ равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BR = 5$см $\Rightarrow BC = 5+3 = 8$см

Тогда $P = (5+8)\cdot 2 = 26$ см

Ответ: 26см

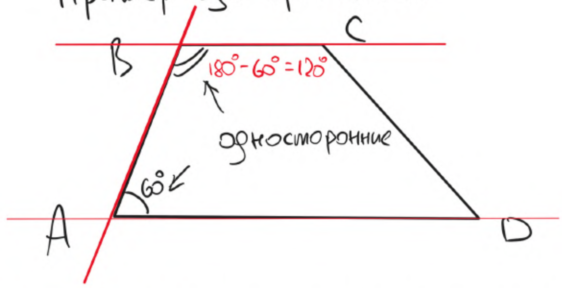
2.



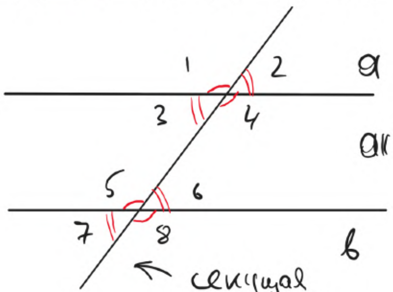
$a \parallel b$

$\left.\begin{array}{l} \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ \end{array}\right\}$ односторонние углы

Пример где применять



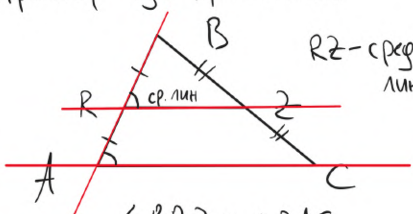
3.



$a \parallel b$

$\left.\begin{array}{ll} \angle 1 = \angle 5 & \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 & \angle 4 = \angle 8 \end{array}\right\}$ соответственные углы.

Пример где применять



RZ – средняя линия

$\angle BRZ = \angle RAC$

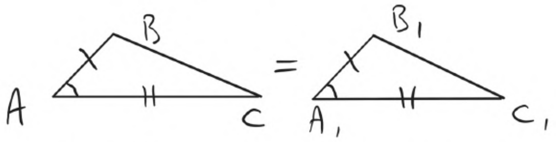
как соответственные углы при параллельных прямых.

Сумма углов в $\triangle$-е 180°

Сумма углов в выпуклом 4-х угольнике 360°

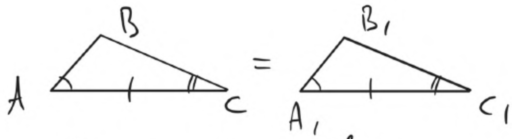
Признаки равенства Δ-ов

1.



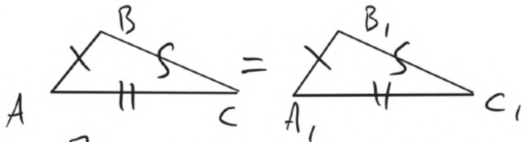
По двум сторонам и углу между ними

2.



По стороне и двум прилежащим к ней углам

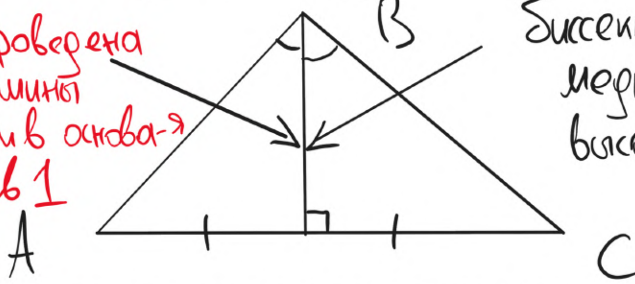
3.



По трем сторонам

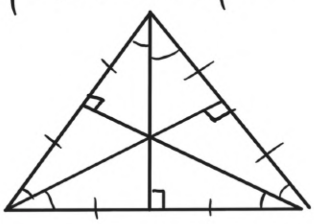
Свойство медианы / высоты / биссектрисы в равнобедренном Δ-е

Если проведена из вершины напротив основа-я то 3 в 1



биссектриса
медиана
высота

Свойство медианы / высоты / биссектрисы в равностороннем Δ-е



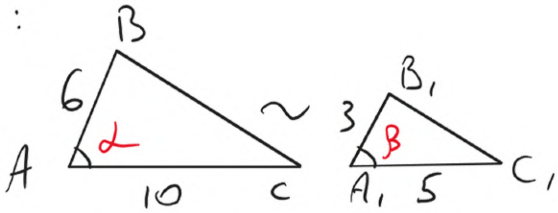
! Если проведу медиану / биссектрису / высоту к ЛЮБОЙ из сторон то это

3 в 1

ЕГОР МАТИКОВИЧ

Подобие Δ-ов

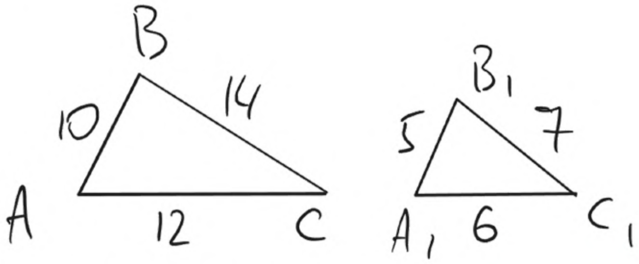
1 признак:



$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1} \text{ и } \angle\alpha = \angle\beta$$

По 2-ум пропорциональным сторонам и одинаковому углу между ними.

2 признак

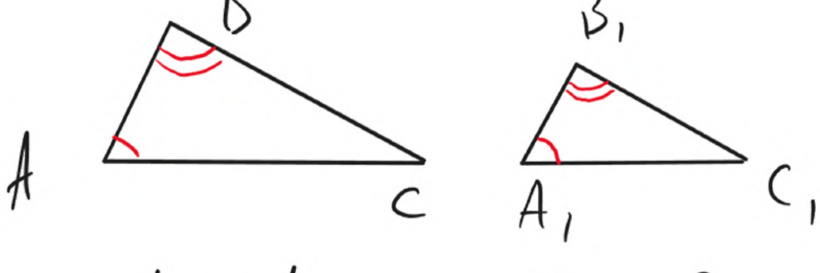


$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = K$$

коэффициент подобия

По трём пропорциональным сторонам

3 признак



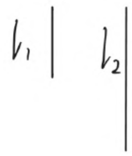
$$\angle A = \angle A_1 \text{ и } \angle B = \angle B_1$$

По двум равным углам

ЕГОР МАТИКОВИЧ

Соотношение длин/площадей и объемов подобных фигур

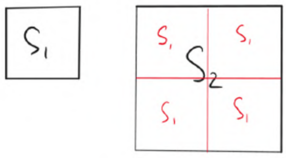
Длины: l_1 l_2



$$\frac{l_2}{l_1} = 2 = K$$

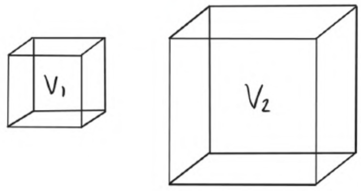
коэффициент подобия

Площади:



$$\frac{S_2}{S_1} = K^2 = 4$$

Объемы



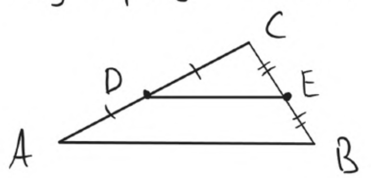
$$\frac{V_2}{V_1} = K^3 = 8$$

! Площади подобных фигур относятся друг к другу как квадрат коэф-а подобия, а объемы как куб коэф-а подобия

l	S	V
K	K^2	K^3

Пример задачи

Условие: Площадь Δ-а ABC равна 24. DE – средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции ABED.



Решение: ΔCDE и ΔABC подобны по 2-м пропорциональным сторонам и равному углу м/у ними

$$\frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} = 2 = K, \quad \angle C = \text{общий}$$

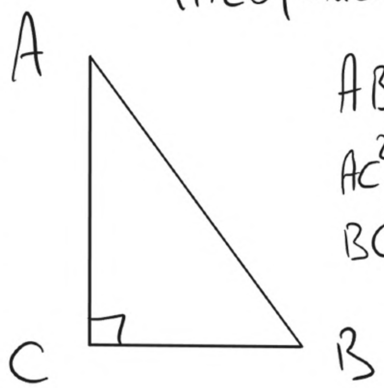
Раз Δ-и подобны – их площади относятся как квадрат коэф-а подобия

т.е $4:1 \Rightarrow S_{\Delta CDE} = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\square ABED} = 24 - 6 = 18$

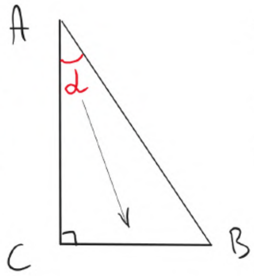
Ответ: 18.

Теорема Пифагора



$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$
$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

Синус, косинус, тангенс, катангенс



$$\sin\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}} = \frac{AC}{BC}$$

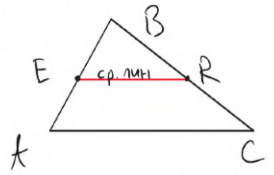
гипотенуза – всегда напротив $\angle 90°$

противолеж-й катет – тот куда смотрит $\angle\alpha$

прилежащий катет – который касается $\angle\alpha$.

Средняя линия

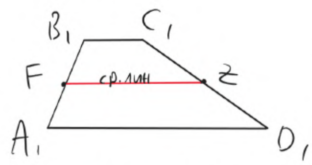
в Δ-е



$$ER = \frac{AC}{2}$$

половина основания

в $\square$-ии



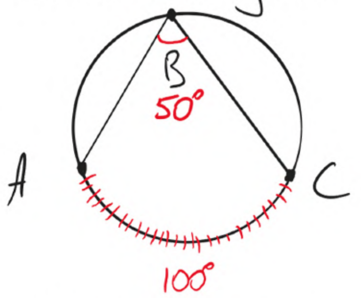
$$FZ = \frac{A_1D_1 + B_1C_1}{2}$$

полусумма оснований

Средняя линия – делит стороны пополам и параллельна основанию(ям).

ЕГОР МАТИКОВИЧ

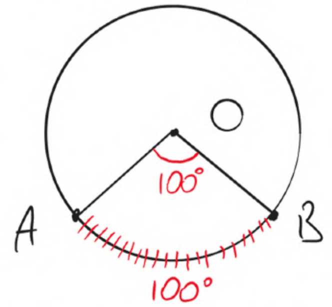
Вписанный угол



Вписанный угол 3-я точками опирается на окружность, и равен половине дуги на которую опирается

$$\angle ABC = \frac{\smile AC}{2}$$

Центральный угол

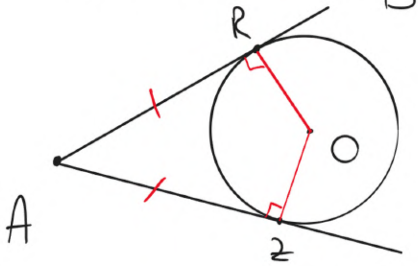


Центральный угол двумя точками опирается на окружность, а третьей на центр.

Равен дуге на которую опирается

$$\angle AOB = \smile AB$$

Касательная к окружности



1 свойство: Отрезки касательных, проведенных к окружности из точки вне окружности равны.

2 свойство: Радиусы проведенные в точки касания составляют с касательными $\angle 90°$

Угол в правильном выпуклом многоугольнике

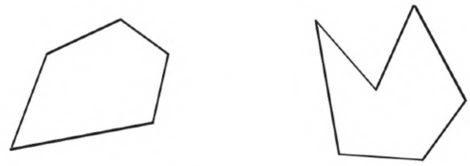
$$\alpha = \frac{180 \cdot (n-2)}{n}$$

где n – кол-во углов

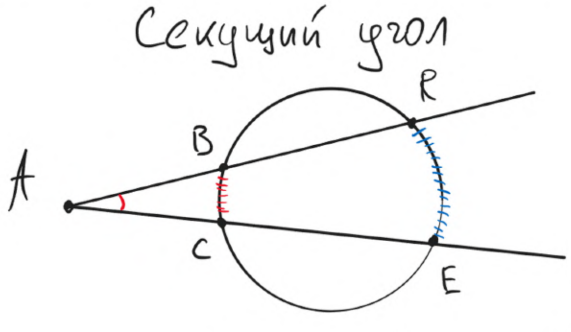
P.S.

в простонародии ВПУКЛЫЙ

Выпуклый Вогнутый



Секущий угол



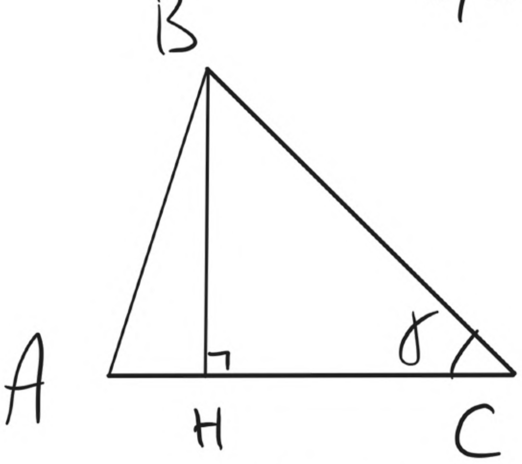
$$\angle A = \frac{\smile RE - \smile BC}{2}$$

Сумма углов в выпуклом многоугольнике

$$\Sigma\alpha = 180 \cdot (n-2)$$

где n – кол-во углов

Произвольный Δ-к



$$S=\frac{1}{2}AC\cdot BH$$

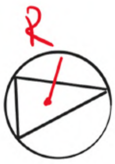
AC — основание; BH — высота к этому основанию

$$S=\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot\sin\gamma$$

γ – угол между AC и BC

$$S=\sqrt{p\cdot(p-AC)(p-BC)(p-AB)}$$

p – половина периметра

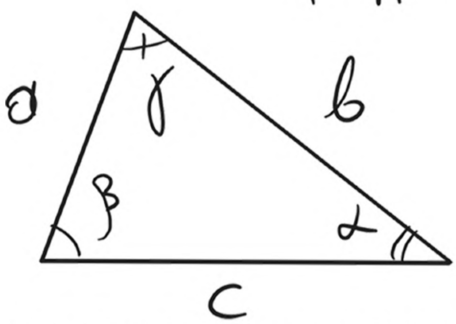


$$R=\frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4S}$$

$$r=\frac{S}{p}$$

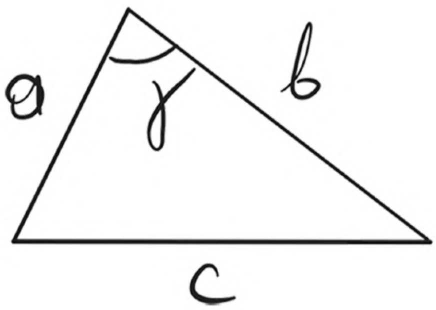
Теорема Синусов

ТП sin



$$\frac{b}{\sin\beta}=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$$

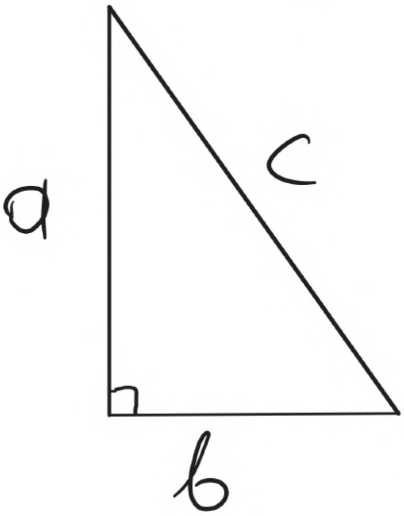
Теорема косинусов



$$c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

γ – угол между a и b

Прямоугольный Δ-к



$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$

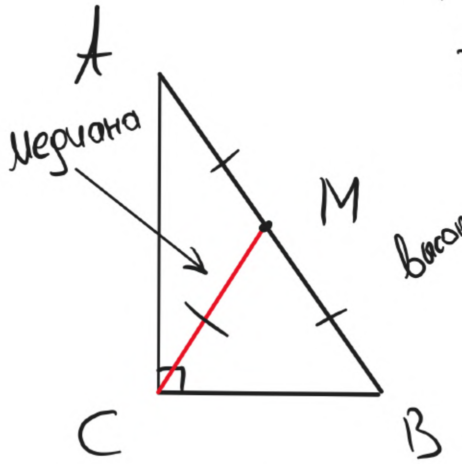
$$R = \frac{c}{2}$$ (радиус описанной окр-и)

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$ (радиус вписанной окр-и)

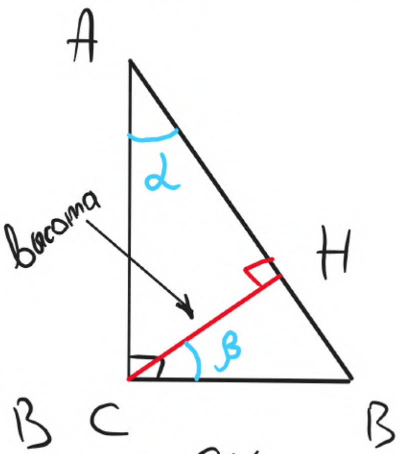
Тн Пифагора:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

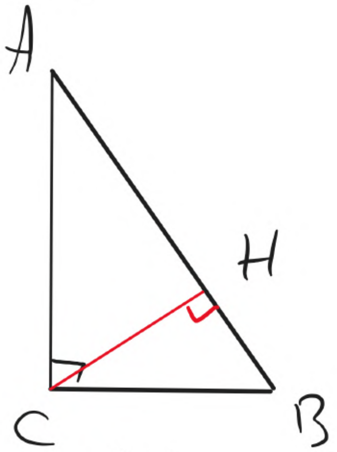
Три свойства прямоугольного Δ-а



Медиана из прямого угла равна половине гипотенузы

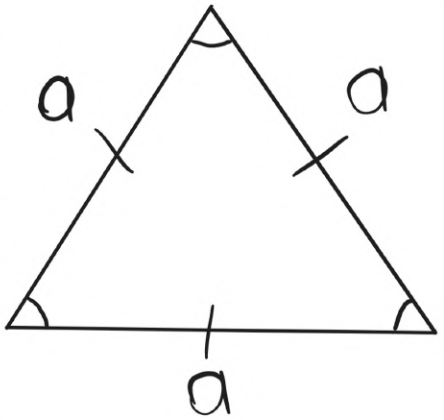


CH Высота из прямого угла
$\Rightarrow \alpha = \beta$



CH Высота из прямого угла
$\Rightarrow$
$CH = \sqrt{AH \cdot BH}$

Равносторонний Δ-к



$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$ 

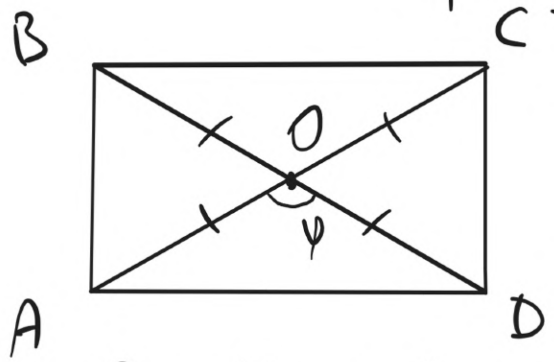
$$R = \frac{2}{3}h$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$ 

$$r = \frac{1}{3}h$$

, где h - высота

Прямоугольник



- противолежащие стороны равны и параллельны
- все углы по $90°$
- диагонали равны
- диагонали точкой пересечения делятся на 4 одинаковые части

$$S = AD \cdot BA$$

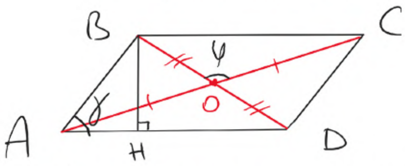
$$S = \frac{1}{2}d^2 \cdot \sin\varphi$$

, где d - диагональ

φ - угол м/у диагоналями.

ЕГОР МАТИКОВИЧ

Параллелограм



- противоположенные стороны равны и параллельны
- противоположенные углы равны
- углы при боковых сторонах в сумме 180°
  На нашем рисунке
  $\angle A + \angle B = 180°$ и $\angle C + \angle D = 180°$
- диагонали точкой пересечения делятся пополам

$S = AD \cdot BH$

основание, высота

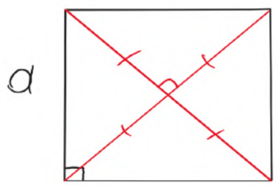
$S = AB \cdot AD \cdot \sin\gamma$

γ – угол между AB и AD

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi}{2}$$

φ – угол между d_1 и d_2

Квадрат



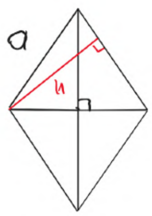
- все стороны равны
- все углы = 90°
- диагонали равны
- диагонали точкой пересечения делятся на 4 одинаковых отрезка
- диагонали являются биссектрисами углов
- диагонали пересекаются под углом 90°

$S = a^2$ $\quad S = \frac{d^2}{2}$

$$d = a\sqrt{2}$$

d – диагональ квадрата

Ромб

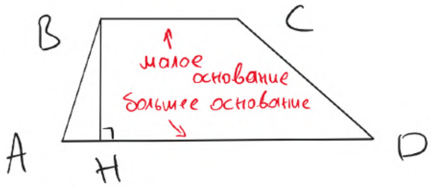


- все стороны равны
- противоположенные стороны параллельны
- противоположенные углы равны
- углы при боковых сторонах в сумме 180°
- диагонали точкой пересечения делятся пополам
- диагонали пересекаются под углом 90°
- диагонали являются биссектрисами углов

$S = a \cdot h$ $\quad S = a^2 \cdot \sin\gamma$ $\quad S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

γ – угол м/у сторонами

Трапеция



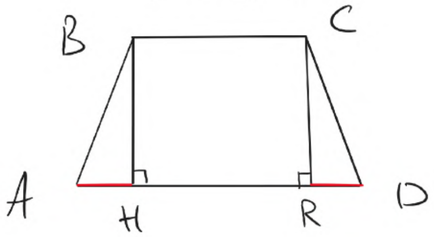
- две противоположенные стороны параллельны, а две другие нет.
- углы при боковых сторонах в сумме 180°

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

полусумма оснований, высота

ЕГОР МАТИКОВИЧ

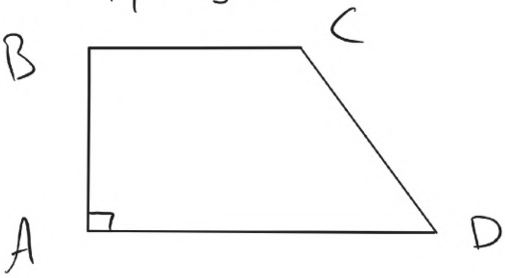
Равнобедренная Трапеция



- углы при каждом из оснований равны
- боковые стороны равны
- диагонали равны

$$AH = RD = \frac{AD - BC}{2}$$

Прямоугольная Трапеция



Любой многоугольник в который вписали окружность.

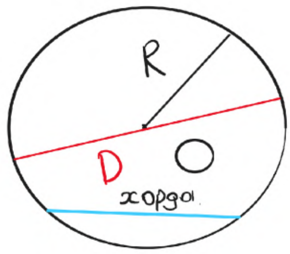
$$S = p \cdot r$$

площадь

полупериметр

радиус вписанной окружности.

Окружность



$$D = 2R$$

$$S = \pi \cdot R^2$$

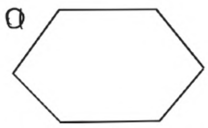
$$L = 2\pi R$$

$$\pi \approx 3{,}14$$

длина окружности

„периметр"

Правильный Шестиугольник.

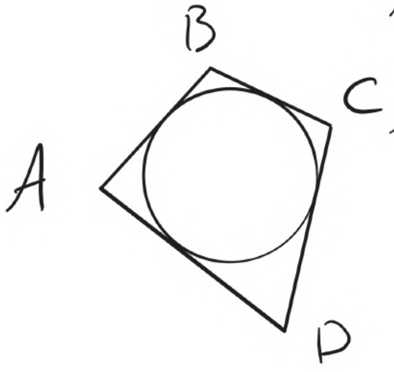


$$S = \frac{3\sqrt{3} \cdot a^2}{2}$$

$$R = a$$

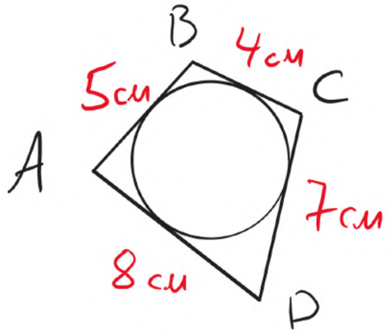
$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Когда можно в четырехугольник вписать окружность.



Тогда и только тогда, когда суммы длин противоположных сторон равны.

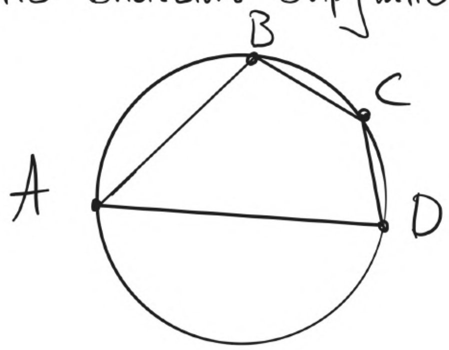
Т.е $AB + CD = AD + BC$



$4+8 = 5+7 \Rightarrow$

$12 = 12 \Rightarrow$ вписать окр-ть можно!

Когда вокруг четырехугольника можно описать окружность.



Тогда и только тогда, когда сумма противоположных углов $= 180°$

Т.е. $\angle A + \angle C = 180°$

или

$\angle B + \angle D = 180°$