|  |
| --- |
| Considero 2 punti e nel semispazio  La loro combinazione convessa dove  Poi abbiamo:  Sostituiamo le sommatorie con un qualcosa di più grande  Quindi si ottiene che:  La combinazione convessa di 2 qualsiasi punti del semispazio è e, pertanto, appartiene al semispazio.  **Dimostrazione**  Dati due punti abbiamo e per tutti dato che F è l’intersezione degli insiemi    Dato che gli insiemi sono insiemi convessi.  Dato che appartiene a tutti gli insiemi sta dentro anche a F.  **Osservazione**: le funzioni lineari sono convesse  *Dimostrazione*  1. Il dominio è convesso, (B)    **Teorema**: in problemi di ottimizzazione convessa ogni minimo locale è un minimo globale.  *Dimostrazione*  Ipotesi:   * F è convesso * f(x) è convessa   Dato un punto di minimo locale (esiste per ipotesi), esiste un intorno tale che  f(  per ogni dato che F è convesso (per ipotesi).  Possiamo scrivere i punti (quelli dentro al cerchio rosso) come la combinazione convessa del punto di minimo locale e di un generico punto .    Quindi dato che f(x) è convessa per ipotesi  Da cui , dato che e, quindi, sempre positivo  Quindi è anche un punto di minimo globale.  **Teorema della dualità debole**: data soluzione ammissibile primale e soluzione ammissibile duale abbiamo  Ovvero ogni soluzione ammissibile duale ci dà un upperbound per il primale.  Dimostrazione  Per coppia di soluzione ammissibile primale/duale abbiamo  Ammissibilità primale  Ammissibilità duale  La soluzione obiettivo del primale è più piccola o uguale al valore della funzione obiettivo duale il tutto valutato in punto ammissibile. |
| **ALGORITMI**  **Revised**  Aggiungo variabili di slack, in base, trasformo disuguaglianze in uguaglianze  Scrivo tutto in forma matriciale  Trovo y con (  Calcolo i costi ridotti  fine. Calcolo che sarà il valore della soluzione ottima. vettore punti soluzione ottima  Scelgo il primo costo ridotto non negativo. La variabile a cui si riferisce entrerà in base.  Trovo il vettore d con (  Troviamo il valore che esce dalla base con la seguente disequazione: .  Scelgo come il minimo valore non negativo tra i ≤ (nel max). Aggiorno la variabile  La riga che si annulla sarà la variabile che esce. Calcolo l’altra variabile sostituendo nell’altra riga del sistema.  Continuo finché i costi ridotti non sono ≤0. |
|  |
|  |
| **Lemma**: il duale del duale coincide con il primale |
|  |
| **Teorema della dualità forte**: data soluzione ottima e soluzione ottima duale abbiamo  Ovvero il valore ottimo della soluzione duale è uguale al valore ottimo della soluzione duale  Dimostrazione  Costruiamo una duale che soddisfi A, allora per la dualità debole e ottima, dal primale in forma canonica introduco le variabili di slack.  \*  Eseguo l’algoritmo del simplesso e ottengo l’ultima riga del dizionario ottimo.  *B*  Definiamo  \*\*  costi ridotti delle variabili di slack (n sono le variabili “base”) se non ci sono  Quindi abbiamo che da B usando \* e \*\*:  Funzione obiettivo  Quindi abbiamo:  Quindi I dalla dualità debole, è una soluzione ottima |
|  |