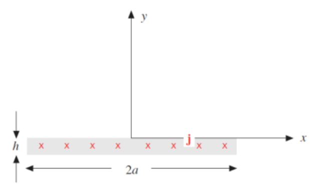
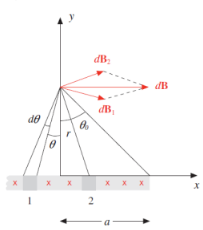
8.7

Una lamina conduttrice infinitamente lunga, di sezione rettangolare con lati $2a = 10\ cm$ e con $h = 0.1\ cm$ è percorsa da una corrente di densità uniforme $j = 2\ \frac{A}{mm^2}$.
a) Calcolare il campo magnetico lungo l'asse y della lamina e il momento meccanico $\vec{M}$ che agisce su un piccolo ago magnetico di momento $m = 0.2\vec{u_y}\ Am^2$, posto a distanza $y_0 = 4\ cm$ dalla lamina.
b) Dimostrare che per $a \to \infty$ si ottengono i risultati dell'esercizio 8.8 e per $2a \ll y$ i risultati dell'esercizio 8.5.





Formule utilizzate

Soluzione punto a

La corrente che scorre in un elemento infinitesimo di lamina di larghezza dx è :
$di = jhdx$
Ogni coppia di elementi infinitesimi, simmetrica rispetto all'asse, contribuirà al campo magnetico con:
$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 = 2\frac{\mu_0 di}{2\pi r}\cos\theta\vec{u_x}$
$y\tan\theta = x \ \rightarrow\ \frac{y}{\cos^2\theta}d\theta = dx \ \rightarrow\ \frac{y}{\cos\theta}d\theta = \cos\theta dx \ \rightarrow\ rd\theta = \cos\theta dx$
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 jh}{\pi}d\theta\vec{u_x}$
Integrando su tutta la lampadina si ottiene il campo totale lungo l'asse:
$\vec{B} = \int_0^{\theta_M} d\vec{B} = \int_0^{\theta_0}\frac{\mu_0 jh}{\pi}d\theta\vec{u_x} = \frac{\mu_0 jh}{\pi}\theta_0\vec{u_x}$
L'angolo massimo θ_0, corrisponde alla coppia di elementi infinitesimi più lontani dall'asse è:

$\theta_0 = arctan\frac{a}{y}$
Quindi:
$\vec{B} = \frac{\mu_0 jh}{\pi} arctan\frac{a}{y}\vec{u_x}$
Il momento meccanico che agisce sull'ago magnetico è:
$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = -m\frac{\mu_0 jh}{\pi} arctan\frac{a}{y}\vec{u_z} = 2.87 * 10^{-4}\vec{u_z}$[Nm]

Soluzione punto b

Vediamo adesso il comportamento di $\vec{B}$ nei limiti per a tendente all'infinito e $2a \ll y$
$\lim_{a\to\infty} \vec{B} \lim_{\theta_0\to\frac{\pi}{2}} \vec{B} \frac{\mu_0 jh}{2}\vec{u_x}$