10.13

Una bobina è formata da N = 20 spire, le quali sono disposte secondo due semicirconferenze eguali, di raggi $a = 10\ cm$, situate in due piani ortogonali tra loro. Tale bobina ruota con velocità angolare $\omega = 100\ \frac{rad}{s}$ atorno all'asse individuato dall'intersezione dei due piani ed è immersa in un campo magnetico $B = 0.5\ T$ uniforme e costante, ortogonale all'asse di rotazione. Calcolare la f.e.m. ε_i il suo valore massimo ε_{max}, la potenza medi asviluppata se la resistenza della bobina è $R = 10\ \Omega$.

Formule utilizzate

Soluzione punto a

Flusso nella prima circonferenza data dal campo magnetico B
$\Phi(\vec{B}) = \int_\Sigma \vec{B}\vec{u_n}d\Sigma = \int_\Sigma Bd\Sigma cos\alpha$
Dato che la semicirconferenza ruota, la normale $\vec{u_n}$ non è costante.
Sappiamo però che $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi$
α sarà quindi dato da $\alpha = \alpha_0 + \omega t$
$\Sigma = \frac{\pi a^2}{2}$
$\Phi(\vec{B}) = B\frac{\pi a^2}{2}cos\omega t$

Il flusso attraverso la seconda metà della spira sarà analogo
$\Phi(t) = NB\frac{\pi a^2}{2}cos\omega t + NB\frac{\pi a^2}{2}cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
$cos\alpha + cos\beta = 2cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
$\Phi(t) = NB\frac{\pi a^2}{2}\left[2cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] = NB\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$
$\varepsilon_{max} = \omega NB\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}} = 22.2\ V$

Soluzione punto b

Calcolare il valor medio della potenza:
$P = \varepsilon_i i = \frac{\varepsilon_i^2}{R} = \frac{\left[\omega NB\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)\right]^2}{R}$
Il valore medio della potenza si calcola integrando su un periodo T dato che la funzione è periodica.
$P_m = \frac{\varepsilon_{max}^2}{2R} = 24.7\ W$