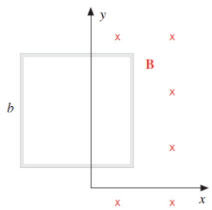
## 10.2

Una spira conduttrice quadrata, di lato $b = 20\ cm$, massa $m = 4\ g$, resistenza $R = 25\ \Omega$, si muove senza attrito sul piano x,y con velocità costante $v_0 = 4 * 10^{-2}\ \frac{m}{s}$. Per $x \geq 0$ esiste un campo magnetico uniforme e costante di valore $B = 0.5\ T$ e la spira entra in questa regione all'istante t = 0.
Calcolare la velocità $v_1$ raggiunta dalla spira dopo $t_1 = 2.9\ s$ sapendo che in quell'istante la spira è ancora soltanto parzialmente inserita nel campo, l'energia dissipata nel circuito fino al tempo $t_1$, la velocità $v_2$, la carica $q$ che circola nella spira durante l'intero processo.




### Formule utilizzate

$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \wedge \vec{B}$
$\varepsilon_i = vBb$
$i = \frac{vbB}{R}$

### Soluzione punto a

La forza sul lato destro in movimento del circuito vale:
$F = ibB = \frac{vb^2B^2}{R}$ opposta al moto.
Il modo diventa $m\frac{dv}{dt} = -\frac{vb^2B^2}{R}$
$log\frac{v(t)}{v_0} = -\frac{b^2B^2}{mR}t$
Il moto risulta esponenzialmente smorzato
$v(t) = v_0\ exp(-\frac{t}{\tau})$
Con costante di tempo: $\tau = \frac{mR}{b^2B^2} = 10\ s$
$v_1 = v_0\ exp(-\frac{t_1}{\tau}) = 3 * 10^{-2}\ \frac{m}{s}$
Il lavoro si trova come variazione di energia cinetica della barra
$W = \frac{1}{2}m\left(v_0^2 - v_1^2\right) = 1.4 * 10^{-6}\ J$
Questa energia è stata dissipata in effeto Joule. Infatti:
$i = \frac{m}{bB}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{bB}\frac{v_0}{\tau}\ exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{v_0}{R}bB\ exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$
da cui l'energia dissipata per effetto Joule è:

$W = \int_0^t Ri^2 dt = R\frac{v_0^2}{R^2}b^2B^2\int_0^t e^{-\frac{2t}{\tau}}dt = \frac{v_0^2b^2B^2}{R}\frac{\tau}{2}\left[1-e^{-\frac{2t}{\tau}}\right] = \frac{1}{2}mv_0^2\left[1-e^{-\frac{2t}{\tau}}\right] = 1.4 * 10^{-6}\ J$

Esprimendo la velocità in funzione di x:

$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{dv}{dt}\frac{1}{v} = -\frac{1}{\tau}$

Tale equazione integrata:

$v(x) = v_0 - \frac{x}{\tau}$

Quando la spira è totalmente entrata la velocità rimane costante e pari a:

$v_2 = v_0 - \frac{b}{\tau} = 2.10^{-2}\ \frac{m}{s}$

Usando l'espressione per v(t):

$v_2 = v_0\ exp\left(-\frac{t_2}{\tau}\right) \qquad t_2 = \tau ln\left(\frac{v_0}{v_2}\right) = 6.9\ s$

### Soluzione punto b

Per calcolare la carica che che circola nella spira nell'intero processo si applica la legge di Felici:

$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{Bb^2}{R} = 8 * 10^{-4}\ C$