# Esercizi Fisica II

Stefano Giulianelli

Semestre I, 2022/2023

## Contents

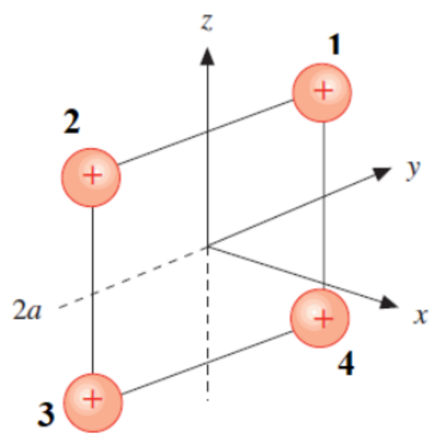
| Cap | Esercizi | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2x | 3x | 8x | | | | | | | | |
| 2 | 1x | 5x | 7x | | | | | | | | |
| 3 | 2x | 3x | 5x | 9x | | | | | | | |
| 4 | 1x | 5x | | | | | | | | | |
| 7 | 1x | 4x | 6x | 7x | 10x | 11x | 12x | 13x | | | |
| 8 | 1x | 2x | 3x | 4x | 6p | 7p | 8p | 10p | 11p | 12p | |
| 10 | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 12 | 13 | 15 | 16 | 21 | 23 |
| 13 | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 | 9 | | | | | |

x: fatto
r: da rivedere

# Capitolo 1

## 1.2

Quattro cariche positive poste ai vertici di un quadrato di lato 2a = 10cm di valore $q = 10^{-8}C$.
a) Calcolare la forza esercitata dalle altre tre cariche su quella posta nel vettore (a,a) e le espressioni del potenziale e del campo elettrostatico lungo l'asse x.
b) Calcolare inoltre l'energia cinetica con la quale passa per il centro un elettrone abbandonato con velocità nulla in un punto dell'asse x distante $x_0 = 2a$ dal centro.




### Formule utilizzate

$\vec{F_{i,j}} = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{i,j}^2}\vec{u_{i,j}}$
$\vec{E_i} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}$
$V(P) - V(\infty) = \int_x^\infty \vec{E}d\vec{s}$
$\vec{E} = \left(-\frac{\delta v}{\delta x}, -\frac{\delta v}{\delta y}, -\frac{\delta v}{\delta z}\right)$ $\Delta E_k + \Delta U_{elettrone} = 0$
$\Delta E_k = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{4q}{\sqrt{sa^2}} - \frac{4q}{\sqrt{2a^2+4a^2}}\right]$

### Soluzione punto a

Calcolo della forza:
Applico la formula per le 3 particelle

con $q_i = q_j = q$
$\vec{F_{2,1}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2,1}^2}\vec{u_y}$ $\vec{F_{3,1}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{3,1}^2}\vec{u_{y,z}}$ $\vec{F_{2,3}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2,3}^2}\vec{u_z}$

Applico il teorema di sovrapposizione degli effetti:
$\vec{F} = \vec{F_{2,1}} + \vec{F_{3,1}} + \vec{F_{3,2}}$

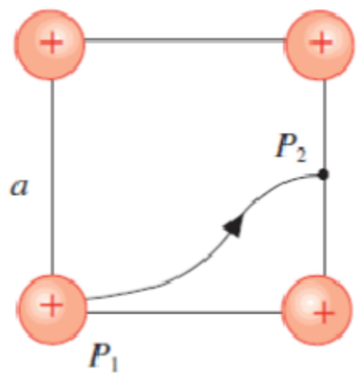
Calcolo del potenziale e del campo elettrostatico
$\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$ $\vec{E}_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$ $\vec{E}_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$ $\vec{E}_4 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_4^2}$
con $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{2a^2 + x^2}$
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\frac{x}{r}\vec{u_x}$
$V(P) - V(\infty) = \int_x^\infty \vec{E} d\vec{s}$
$V(P) = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0}\int_x^\infty \frac{x}{r^3}dx = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{2a^2+x^2}}$
$\vec{E} = \left(-\frac{\delta v}{\delta x}, -\frac{\delta v}{\delta y}, -\frac{\delta v}{\delta z}\right)$

**Soluzione punto b**

Calcolare l'energia cinetica di un elettrone con velocità nulla nel punto (2a, 0, 0) che passa in O.
$\Delta E_k + \Delta U_{elettrone} = 0$
$\Delta E_k = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{4q}{\sqrt{sa^2}} - \frac{4q}{\sqrt{2a^2+4a^2}}\right]$

### 1.3

Quattro cariche puntiformi di egual valore $q = 10^{-8}C$ sono poste ai vertici di un quadrato di lato a = 10 cm.
Calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema e il lavoro necessario per spostare una delle cariche dalla posizione iniziale P1 al punto P2 indicato in figura e situato nel centro del lato.




#### Formule utilizzate

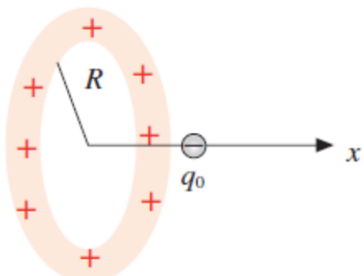
$U_e[P] = \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} \frac{q_i \; q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$
$W = U_e[P_2] - U_e[P_1]$

#### Soluzione

$U_e[P_1] = \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} \frac{q_i \; q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4.87 * 10^{-5} \; J$
$U_e[P_2] = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 6.84 * 10^{-5} \; J$
$W = U_e[P_2] - U_e[P_1] = 1.97 * 10^{-5} \; J$

## 1.8

Una particella di massa $m = 10^{-3}kg$ e carica $q_0 = -10^{-10}C$ è posta al centro di un anello di raggio R = 10 cm, su cui ‘e distribuita uni formemente la carica $q = 10 - 8C$.
La particella viene spostata di un tratto $x_0 = 0.5cm$ lungo l'asse e abbandonata.
Dimostrare che la particella oscilla con moto armonico intorno all'origine e determinare il periodo T delle piccole oscillazioni e l'energia cinetica della particella quando passa per l'origine.




### Formule utilizzate

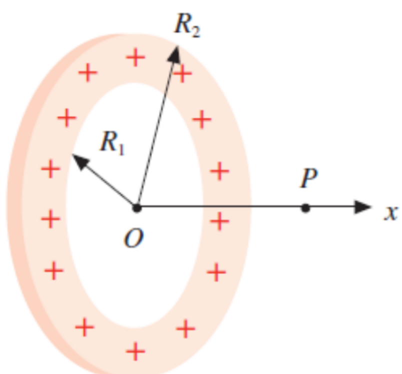
### Soluzione

Calcoliamo il campo per ogni infinitesimo di anello.
$dE_x(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{R^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$
$E_x = \int_{anello} dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\int_{anello} dq = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$
Se $\left(\frac{x}{R}\right)^2 \ll 1$
$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qx}{R^3}\vec{u_x}$
$\frac{m\ d^2x}{dt^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q|q_0|}{R^3}x = 0$
$\omega = \sqrt{\frac{q|q_0|}{4\pi\epsilon_0 mR^3}} = 0.0949\ rad/s$
con $T = 2\pi/\omega = 66,23\ s$
$E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_0\ q|}{R^3}\int_0^{x_0} xdx = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_0\ q|x_0^2}{2R^3} = 1.13 * 10^{-10}\ J$

# Capitolo 2

## 2.1

Una carica $q = 1.39 * 10^{-8}\ C$ è distribuita con densità superficiale uniforma $\sigma$ su una corona circolare piana di raggio interno $R_1 = 20\ cm$ e raggio esterno $R_2 = 30\ cm$.
a) Determinare le espressioni del campo elettrostatico $\vec{E(x)}$ e del poteniale $V(x)$ sull'asse della corona.
b) Calcolare l'energia cinetcia con la quale un elettrone libero in un punto P con $x_0 = 20\ cm$ raggiunge il centro.
c) Calcolare la forza agente su un dipolo elettrico di momento $p = p_0\vec{u_x}$ con $p_0 = 10^{-10}\ cm$, posto in O.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

$\sigma = \frac{q}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{1.39 * 10^{-8}}{3.14 * (0.3^2 - 0.2^2)} = 8.85 * 10^{-}8\ \frac{C}{m^2}$
$dq = \sigma ds = \sigma 2\pi r dr$
$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r^2+x^2}} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$
$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2}\right]$
$E_x = -\frac{\delta V}{\delta x} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\frac{x}{\sqrt{R_2^2+x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R_1^2+x^2}}\right]$

**Soluzione punto b**

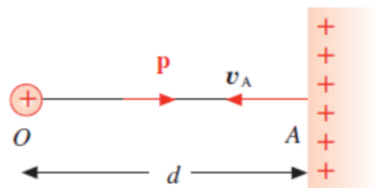
$\Delta E_k + \Delta U = 0$
$E_{k_{fin}} = E_{k_{in}} - e[V_{in} - V_{fin}] = -\frac{e\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{R_2^2 + x_0^2} - \sqrt{R_1^2 + x_0^2} - R_2 + R_1\right] =$
$111\ eV$

**Soluzione punto c**

$\vec{F}\left(\vec{p} * \nabla\right)\vec{E} = p_0\left(\vec{u_x} * \nabla\right)\vec{E} = p_0\frac{\delta\vec{E}}{\delta x}\vec{u_x}$
$E_x = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\frac{x}{\sqrt{R_2^2+x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R_1^2+x^2}}\right]$
$\frac{\delta E_x}{\delta x} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{R_2^2+x^2}} - \frac{x^2}{(R_2^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\sqrt{R_1^2+x^2}} + \frac{x^2}{(R_1^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$
$F = \frac{p_0\sigma}{2\epsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] = 8.33 * 10^{-7}\ N$

## 2.5

Una carica positiva q distante $d = 40\ cm$ da un piano indefinito carico con densità $\sigma = 8,86 * 10^{10}\ \frac{C}{m^2}$. Un dipolo elettrico di momento $p = 10^{12}\ Cm$, parallelo e concorde al vettore OA equidistante dal piano è soggetta a $F = 2.25 * 10^{-9}\ N$.
Calcolare il vettore q e la velocità con cui un elettrone che parte da A con $V_a = 3 * 10^6\ \frac{m}{s}$ arriva in B distante $\frac{d}{4}$.



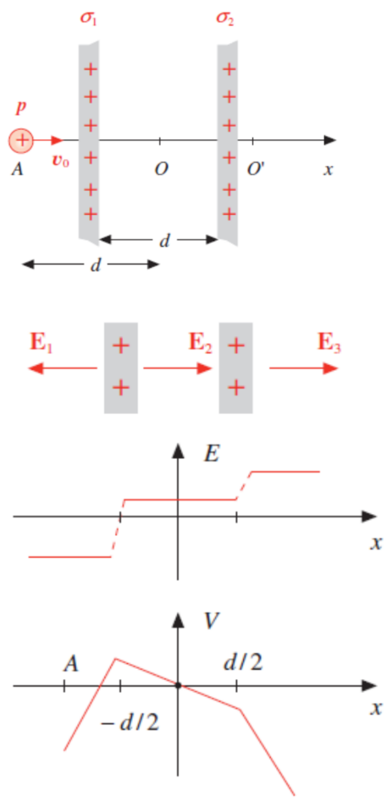

### Formule utilizzate

### Soluzione

$V(B) - V(A) = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 \frac{d}{4}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}\right) + \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\frac{3d}{4} - 0\right) = \frac{3}{4\pi\epsilon_0 d}\left(q - \frac{\pi}{2}\sigma d^2\right) = 52.47\ V$
$E_k(B) = E_k(A) - e[V(A) - V(B)] = \frac{1}{2}m_e V_A^2 + e[V(B) - V(A)]$
$V_B = \sqrt{\frac{2E_k(B)}{m_e}} = 5.24 * 10^6 \frac{m}{s}$

## 2.7

Due piani indefiniti paralleli, distanti $d = 20\ cm$, sono carichi ocn densità uniformi $\sigma_1 = 17.72 * 10^{-8}\ \frac{C}{m^2}$ e $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}$
a) Determinare il potenziale V(x), ponendonolo uguale a 0 nel punto di mezzo O tra i due piani.
b) Determinare l'energia cinetica minima $E_{k_{min}}$ che deve avere un protone nel punto A(x = -d) per giungere in un generico punto O'. Se un elettrone viene lasciato libero in A con v=0 dove arriva?




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

per: $x < -\frac{d}{2}$:
$E_1 = -\frac{\sigma_2+\sigma_1}{2\epsilon_0}\vec{u_x} = \frac{3\sigma_2}{2\epsilon_0}\vec{u_x} = 1.5 * 10^4\vec{u_x}\ \frac{V}{m}$
$\sigma_1 = 2\sigma_2$
$V_1(x) = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}(3x + 2d)$

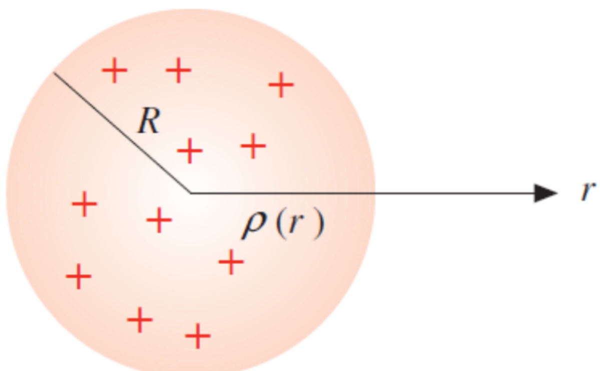
per $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$:
$E_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\epsilon_0}\vec{u_x} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}\vec{u_x} = 0.5 * 10^4 \vec{u_x}\ \frac{V}{m}$
$\sigma_1 = 2\sigma_2$
$V_2(x) = -\frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}x$
per $x > \frac{d}{2}$
$E_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}\vec{u_x} = 1.5 * 10^4 \vec{u_x}\ \frac{V}{m}$
$V_3(x) = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}(-3x + d)$
Per raggiungere la regione $x > \frac{d}{2}$ il protone deve attraversare le barriere del potenziale, cioè deve salire fino al punto di potenziale maggiore a $x = -\frac{d}{2}$. Una volta raggiunto quel punto, verrà spinto completamente a destra. Pertanto l'energia cinetica iniziale deve essere almeno uguale alla differenza di potenziale.
$\Delta v = v_i(-\frac{d}{2}) - V_1(A) = \frac{3\sigma_2 d}{4\epsilon_0} = 1500V$
$E_{k_{min}} = 1.5keV$
L'elettrone viene accellerato verso dx fino a $x = -\frac{d}{2}$ quindi viene decelleratore.
Usando la conservazione dell'energia, l'elettrone si ferma nel punto dell'asse x posto tale che $V(x) = V(a)$.
$\frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}(-3x + d) = -\frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}d$ per cui $x = \frac{2d}{3} = 13.3\ cm$

**Soluzione punto b**

# Capitolo 3

## 3.2

Una carica è distribuita all'interno di una sfera di raggio R con densità non uniforme $\rho(r) = c/r$ essendo c una costante.
Determinare le espressioni del campo elettrostatico E(x)e del potenziale V(r) per $0 \leq r \leq \infty$.




### Formule utilizzate

Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma$

### Soluzione punto a

Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma$ ma se $\vec{E} \parallel \vec{u_n} \rightarrow \vec{E}\vec{u_n} = E$
$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma = \oint Ed\Sigma$ ma E è costante lungo $d\Sigma$
$\Phi(\vec{E}) = E\oint d\Sigma = E\Sigma$ con $\Sigma$ superfice sferica $\Sigma = 4\pi r^2$
$\Phi(\vec{E}) = E_r * 4\pi r^2$ con anche $\phi = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$
per $r \leq R$ (interno sfera)
$4\pi r^2 E_{int}(x) = \frac{q_{int}(r)}{\epsilon_0}$
con $q_{int}(r) = \int_0^r \frac{c}{r}4\pi r^2 dr = 2\pi c r^2$
$E_{int}(r) = \frac{C}{2\epsilon}$ costante

per $r > R$ (estero sfera)
$E_{est} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ con $q = 2\pi c R^2$
$E_{est} = \frac{cR^2}{2\epsilon_0 r^2}$ $\qquad r(r \gg R) = \int_r^\infty E_{est}dr = \frac{cR^2}{2\epsilon_0 r}$

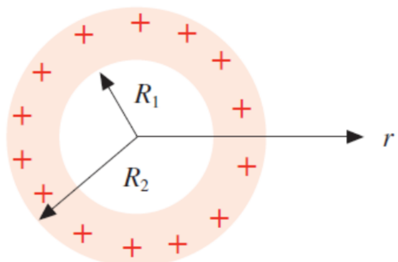
in particolare $V(R) = \frac{cR^2}{2\epsilon_0}$

**Soluzione punto b**

per $r \ll R$
$V(r) - V(R) = \int_r^R E_{int} dr = \frac{C}{2\epsilon_0}(R - r)$
$V(r) = \frac{c}{2\epsilon_0}(2R - r)$
al centro $V(0) = \frac{cR}{\epsilon_0}$

## 3.3

Tra due superfici sferiche concentriche di raggio $R_1 = 10\ cm$ e $R_2 = 20\ cm$ è distribuita una carica elettrica con densità uniforme $\rho = 26.58 * 10^{-8}\ \frac{C}{m^3}$.
Determinare l'espressione del campo elettrostatico E(r) in funzione della distanza r dal centro del sistema.
Se un elettrone viene abbandonato sulla superfice esterna, quanto tempo impiega ad attraversare la cavità interna?




**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

Dividiamo il problema in 3 regioni:
I: $o < r \leq R_1$
II: $R_1 \leq r \leq R_2$
III: $r \geq R_2$

Regione I: $o < r \leq R_1$
E = 0

Regione II: $R_1 \leq r \leq R_2$
$\Phi(E) = E * 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$
$q = \int \rho dv = \rho \int dv = \rho \int_{R_1}^{r} 4\pi r^2 dr = \rho \left[\frac{4}{3}\pi r^3\right]_{R_1}^{r} = \rho\frac{4}{3}\pi(r^3 - R_1^3)$
$E = \rho\frac{r^3 - R_1^3}{3\epsilon_0 r^2}$

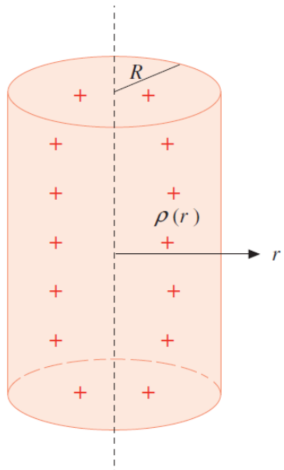
Regione III: $r \geq R_2$
$q = \rho\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)$
$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \rho\frac{R_2^3 - R_1^3}{3\epsilon_0 r^2}$

**Soluzione punto b**

$\Delta V = V(R_1) - V(R_2) = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0}(r - \frac{R_1^3}{r^2})dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2} + R_1^3\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)\right] = 100V$
$E_k = 100\ eV = 1.6 * 10^{-17}\ J$
$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2*1.6*10^{-17}}{9.1*10^{-31}}} = 5.93 * 10^6\ \frac{m}{s}$
$t = \frac{l}{v} = \frac{2R_1}{v} = \frac{0.2}{5.93*10^6} = 33.7\ nS$

## 3.5

Una carica è distribuita all'interno di una superfice cilindrica indefinita con densità $\rho = \rho_0(a - br)$ essendo r la distanza dall'asse e $\rho_0$, a, b costanti. Determinare l'espressione del campo elettrostatico in funzione di r.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

per $0 \leq r \leq R$
$\frac{q(r)}{r} = \lambda(r)$
$\lambda(r) = \int_0^r 2r\pi\rho(r)dr = \int_0^r 2\pi\rho_0(ar - br^2)dr = 2\pi\rho_0 r^2 \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3}r\right)$
$E_{int} = \frac{\lambda(r)}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho_0 r}{2\epsilon_0}\left(a - \frac{2}{3}br\right)$
$\lambda(R) = 2\pi\rho_0 R^2 \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3}R\right)$
$E_{est} = \frac{\lambda(R)}{2pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r}\left(a - \frac{2}{3}bR\right)$

### Soluzione punto b

## 3.9

Dimostrare che la funzione $V(x,y) = ax^2 + bxy - ay^2$ con a e b costanti può rappresentare una funzione potenziale.
Determinare il campo elettrostatico e la densità di carica $\rho(x,y)$.

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

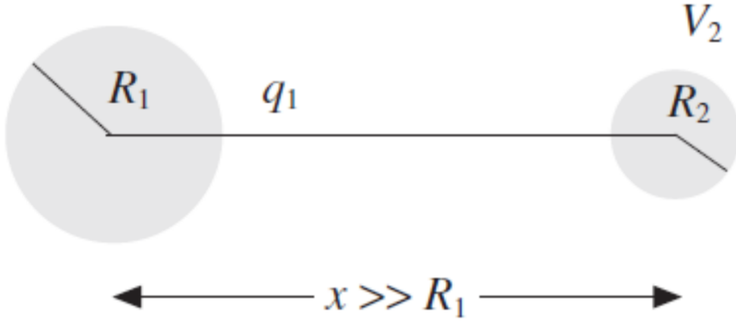
Il campo si calcola mediante la relazione $E = -\nabla v$
$E_x = -\frac{\delta v}{\delta x} = -(2ax + by)$
$E_y = -\frac{\delta v}{\delta y} = -(bx - 2ay)$
$E_z = -\frac{\delta v}{\delta z} = 0$
Il campo così calcolato rappresenta effettivamente un campo elettrostatico infatti soddisfa la relazione: $rot\vec{E} = \nabla \wedge E = 0$.
$\frac{\delta E_z}{\delta y} - \frac{\delta E_y}{\delta z} = 0$
$\frac{\delta E_x}{\delta z} - \frac{\delta E_z}{\delta x} = 0$
$\frac{\delta E_y}{\delta x} - \frac{\delta E_x}{\delta y} = 0$
La densità di carica si calcola mediante il teorema di Gauss in locale $div\vec{E} = \nabla\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.
$\frac{\delta E_x}{\delta x} + \frac{\delta E_y}{\delta y} + \frac{\delta E_z}{\delta z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\rho = \epsilon_0 \left( \frac{\delta E_x}{\delta x} + \frac{\delta E_y}{\delta y} + \frac{\delta E_z}{\delta z} \right) = \epsilon_0 \left( -2a + 2a \right) = 0$

### Soluzione punto b

# Capitolo 4

## 4.1

Due sfere conduttrici $S_1$ e $S_2$ di raggi $R_1$ e $R_2$ sono poste nel vuoto ad una distanza x tra i centri molto grande rispetto a $R_1$ e $R_2$.
La sfera $S_1$, isolata, ha una carica $q_1$ e la sfera $S_2$ è mantenuta al potenziale $V_a$ rispetto all'infinito.
Calcolare il potenziale $V_1(x)$ della sfera $S_1$, la carica $q_2(x)$ della sfera $S_2$ e la forza F(x) tra le sfere in funzione della distanza x.




### Formule utilizzate

$\sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$

### Soluzione punto a

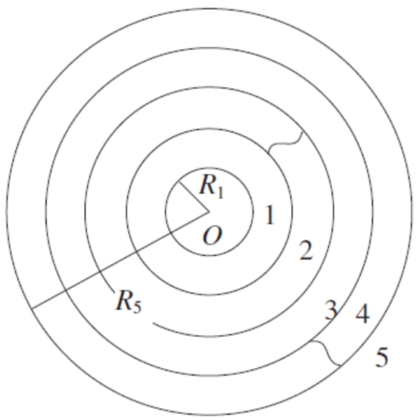
Sfera $S_1$
$V_1(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2(x)}{x}\right)$

Sfera $S_2$
$V_2(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2}{R_2} + \frac{q_1(x)}{x}\right)$
Da cui: $q_2(x) = R_2(4\pi\epsilon_0 V_2 - \frac{q_1}{x})$
Per cui: $V_1(x) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{R_2}{x_2}\right) + \frac{R_2 V_2}{x}$
Forza: $F(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2(x)}{x^2}$
usando $q_2 = ...$
$F(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{x^2}R_2\left(4\pi\epsilon_0 V_2 - \frac{q_1}{x}\right)$

**Soluzione punto b**

## 4.5

Cinque fogli metallici sferici di spessore trascurabile tutti concentrici aventi raggio pari a 1, 2, 3, 4, 5 cm sono collegati con sottili fili conduttori come in figura.
Il sistema è inizialmente scarico. Una carica $q = 10^{-10}\ C$ è disposta sulla superfice sferica e l'energia elettrostatica $U_e$ dell'intero sistema.
Determinare inoltre come variano il campo elettrostatico e l'energia elettrostatica quando: la sfera 1 è posta in contatto con la 2, la 3 è posta in contatto con la 4, la 5 con la terra.




**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

Detta $q = q_1$ la carica sulla sfera interna per induzione completa
$q_2 = -q$ $q_4 = -q$ $q_3 = +q$ $q_5 = +q$
Per calcolare il campo elettrico sfrutto la legge di Gauss e la simmetria sferica
$\Phi(E) = E * 4\pi r^2 = \frac{Q_int}{\epsilon_0}$
Chiamando I la regione di spazio $r < 1\ cm$, II quella con $1\ cm < r < 2\ cm$ e così via, si ha che.
$E_I = E_{III} = E_V = 0$
$E_{II} = E_{IV} = E_{VI} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
L'energia elettrostatica $U_e$ del sistema si può calcolare dalla sua definizione.
$U_e = \int_\tau dU_e = \int_\tau \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 d\tau$
L'integrale si può spezzare sulle varie ragioni di cui si è già calcolato
$U_e = \int_\tau dU_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_r^R \frac{q^2}{16\pi^2\epsilon_0^2 r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right]$

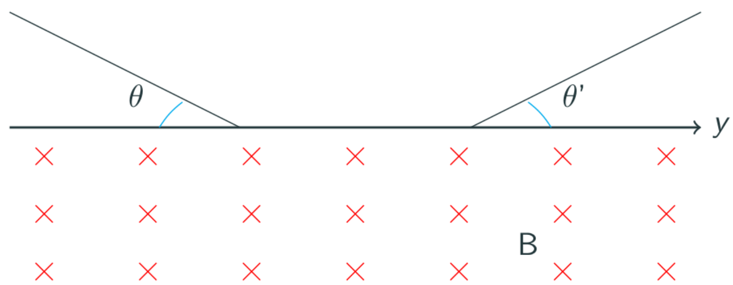
$U_e = U_e^{II} + U_e^{IV} + U_e^{VI} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right]$
Collegando oltre alla sffera 2 e 3, 4 e 5, già connesse, ache la 1 alla 2 si ha:
$E_I = E_{II} = E_{III} = E_V = 0$
$E_{IV} = E_{VI} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Dunque calcolando l'energia, rispetto alla situazione di partenza, si azzera il contributo della regione II.
$\Delta U_e = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right] = -2.2 * 10^{-9}\ J$
Invece collegando al sfera 2 e 3, 4 e 5 già connesse, anche al 5 a terra si ha che:
$E_I = E_{III} = E_V = E_{VI} = 0$
$E_{II} = E_{IV} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Dunque calcolando l'energia rispetto alla situazione di partenza, si azzera il contributo della regione VI.
$\Delta U_e = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{R_5}\right] = -0.9 * 10^{-9}\ J$

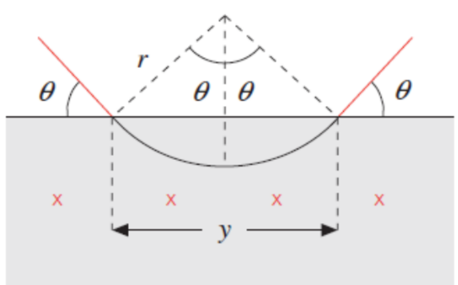
**Soluzione punto b**

# Capitolo 7

## 7.1

Un protone di energia cinetica $E_k = 6\ MeV$ entra in una regione di spazio in cui esiste un campo magnetico $B = 1\ T$ ortogonale al piano della traiettoria, formando con l'asse y l'angolo $\theta = 30$.
Calcolare l'angolo $\theta'$ della direzione di uscita con l'asse y e la distanza lungo y tra il punto d'uscita e di ingresso.




### Formule utilizzate

$E_K = \frac{1}{2}mv^2$
$|v| = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$
Forza di Lorentz sulla carica: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

### Soluzione punto a

Dato $\vec{F} \perp \vec{s}$
$\vec{F} = m\frac{v^2}{r}\vec{u_r}$
$a = \frac{v^2}{r}$

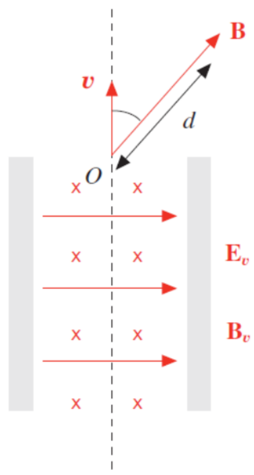
Indico con $\alpha$ l'angolo che si forma fra il punto di entrata nel campo e il centro O.
$\theta + \alpha + \frac{\pi}{2} = \pi$
$\alpha = \pi - \frac{\pi}{2} - \theta$
$\beta + \alpha + \frac{\pi}{2} = \pi$
$\beta = \pi - \frac{\pi}{2} - \alpha = \theta$
$\theta' = \theta = 30$
$\vec{UI} = 2\vec{IO'} = 2\vec{UO'}$
$\vec{IO'} = r \sin\beta = r \sin\theta$

**Soluzione punto b**

$F = m\frac{v^2}{r}\vec{u_r}$ $F = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
$r = \frac{mv}{qB}$ con $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$
$r = \ mqB\sqrt{\frac{2E_k}{m}} = 0.354\ m$

## 7.4

Da un selettore di velocità, che opera in un campo elettrico $E_v = 10^5\ \frac{V}{m}$ e in un campo magnetico $B_v = 0.5\ T$ esce un fascio collimato di ioni $Li^{+}$.
Nel punto O, all'uscita del selettore di velocità, il fascio entra in una regione in cui esiste un campo magnetico B uniforme, parallelo al piano del disegno e formante un angolo $\theta$ con l0asse x.
Dopo un tempo $t = 6.28 * 10^{-6}\ s$ un aparticella si è allontanata da O di una distanza $d = 62.8\ cm$ percorrendo 10 giri attorno a B.
a) Calcolare la velocità degli ioni.
b) Calcolare il valore di B.
c) Calcolare il valore di $\theta$.
d) Calcolare il raggio r della traiettoria elicoidale.




### Formule utilizzate

$\vec{F_L} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
$\vec{F_e} = q\vec{E}$

### Soluzione punto a

$\vec{F_L} + \vec{F_e} = 0$ ma se $\vec{v} \perp \vec{E}$ allora: $|\vec{F_L}| - |\vec{F_e}| = 0$
$vB = E\ v = \frac{E}{B} = 2.0 * 10^5 \frac{m}{s}$

**Soluzione punto b**

$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
$\hookrightarrow F_\perp = q\vec{v_\perp} \wedge \vec{B}$
$\hookrightarrow F_\parallel = q\vec{v_\parallel} \wedge \vec{B} = 0$
Se dopo 10 giri $t_10 = 6.28 * 10^{-6}\ s$
Un giro $t_1 = 6.28 * 19^{-7}$
$\omega = \frac{2\pi}{T}$
$qB = \frac{mv_\perp}{r}$
$B = \frac{mv_\perp}{rq}$

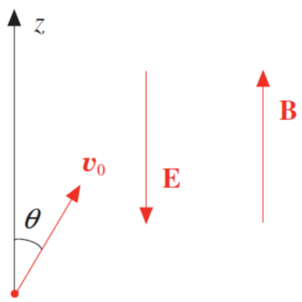
**Soluzione punto c**

$d = v\cos\theta t$
$qvB = \frac{mv^2}{2}$ $qB = \frac{mv}{r}$ $r = \frac{mv}{qB}$ $r = \frac{mv\sin\theta}{qB}$

**Soluzione punto d**

## 7.6

Una regione di spazio è sede di un campo elettrico $E = -E_{\vec{u_z}}$ con $E = 10^5 \frac{V}{m}$ e di un campo magnetico $B = B_{\vec{u_z}}$ con $B = 0.1\ T$.
Un protone viene immesso nella regione con $v_0 = 5 * 10^6 \frac{m}{s}$ formante un angolo $\theta = 30$ con l'asse z.
Mostrare che il protone percorre un'orbita elicoidale il cui asse è parallelo all'asse z.
a) Calcolare il raggio r dell'elica e la distanza $z_1$ percorsa dal protone nel primo giro.
b) Calcolare inoltre la distanza $z_0$ percorsa prima che il protone inverta il suo moto lungo z.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

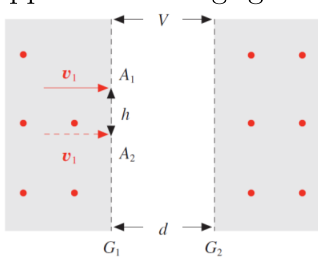
$v_{0z} = v_0 \sin\theta$
$v_{0y} = v_0 \cos\theta$
$\vec{F_L} = \left(q\ \vec{v_{0y}} \wedge \vec{B}\right) \vec{u_x}$
Utilizziamo solo la componente y di v perchè z è parallela.
ma $v_0 z$ non è costante perchè c'è un campo che la modifica, E.
v cala con $\vec{F} = q\vec{E} = -ma$
$m_{az} = -qE\ a_z = -\frac{qE}{m}$
$\vec{v_z} = \vec{v_0}t + \vec{a_z}t = \vec{v_0}t - \frac{q\vec{E}}{m}t$
$z = z_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = z_0 + \vec{v_0}t - \frac{q\vec{E}t}{m} - \frac{qEt^2}{2}$
$z_1 = z$ dopo 1 giro
T periodo di rotazione
$z_y = v_0 \cos\theta T - \frac{1}{2}\frac{q}{m}ET^2$
$T = \frac{2\pi}{\omega}$ con $\omega = \frac{v_0 \sin\theta}{r}$

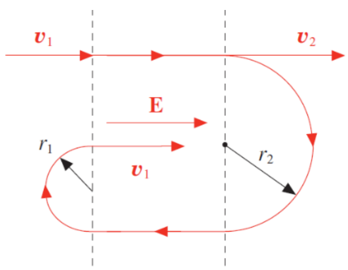
Sia z* lo spazio percorso di fermarsi.
Dall'equazione del moto unformemente accellerato
$v_f^2 = v_i^2 + 2as \; v_f = 0$
$v_i = v_0 \cos\theta \; a = -\frac{qE}{m} \; s = z*$
abbiamo:
$(r_0 \cos\theta)^2 = 2\frac{qE}{m} z*$
$z* = \frac{m_0 v_o^2 \cos^2\theta}{2qE}$

**Soluzione punto b**

## 7.7

Due griglie $G_1$ e $G_2$ metalliche parallele molto estese distanti $d = 4\ cm$, tra le quali è applicata una ddp V separando due regioni in cui esiste un campo magnetico $B = 0.8\ T$ uniforme, ortogonale al foglio.
In un punto $A_1$ viene iniettato un protone con $vel = v_1$ che a $t_0 = 0$ attraversa la griglia perpendicolarmente.
Dopo un tempo $t = 1.22 * 10^{-7}\ s$ il protone riattraversa $G_1$ nello stesso verso in un punto $A_2$ distante $h = 5.2\ cm$ da $A_1$.
Descrivere la traiettoria percorsa dal protone $A_1$ e $A_2$ e calcolare la d.d.p. V applicata tra le griglie e la velocità $v_1$ e $v_2$ elle 2 regioni in cui c'è campo.




### Formule utilizzate

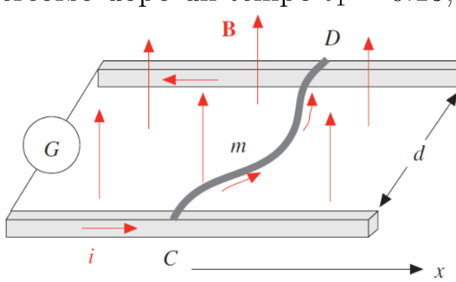
### Soluzione punto a

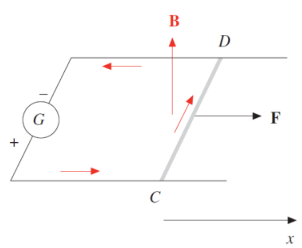
$\Delta = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$
$d = v_m t$
$v_m = \frac{v_2+v_1}{m}$
$h = \overrightarrow{A_1A_2} = 2(r_2 - r_1)$
$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = q\Delta v$
$\Delta V = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{q}$

### Soluzione punto b

## 7.10

Un filo metallico rigido di forma qualunque ha due estremi c e n che possono scorrere senza attrito su due rotaie orizzontali distanti $d = 20\ cm$.
Le rotaie sono poste in un campo magnetico $B = 0.5\ T$ uniforme e verticale.
Il cicuito è percorso da una corrente costante $i = 2A$ fornita dal generatore G.
Se la massa del filo è m=2g calcolare la velocità v del filo e lo spazio x percorso dopo un tempo $t_1 = 0.15$, nell'ipotesi t=0 il filo sia fermo.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

$\vec{F} = i\int_C^D d\vec{s} \wedge \vec{B} = i\vec{CD} \wedge \vec{B} = iBd\vec{u_x}$
$v = \frac{iBd}{m}t_1 = 10 fracms$
$x = \frac{1}{2}\frac{iBd}{m}t_1^2 = 0.5\ m$

### Soluzione punto b

## 7.11

Una spira quadrata di lato $a = 5\ cm$ è percorsa da corrente i.
Il momento magnetico della spira è $m = m_x \vec{u_x} + B_z \vec{u_z}$ con $B_x = 0.25\ T$, $B_z = 0.30\ T$.
Calcolare il valore della corrente i, il modulo del momento meccanico $\vec{H}$, l'angolo $\alpha$ tra $\vec{m} e \vec{B}$, l'energia potenziale magnetica $U_p$.

### Formule utilizzate

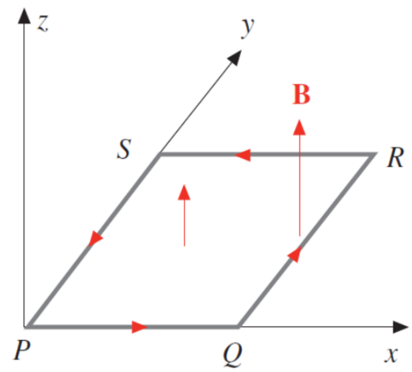
### Soluzione punto a

$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 10^{-3}\ Am^2$
$i = \frac{m}{a^2} = 0.4\ A$ dato $i = \frac{m}{s} cons = a^2$
$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = 0.39\ T$
$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = m_y B_z \vec{u_x} - m_x B_z \vec{u_y} - m_y B_x \vec{u_z}$
$M = \sqrt{\left(m_x^2 + m_y^2\right) B_z^2 + m_y^2 B_x^2}$
$M = mB \sin\alpha \ \sin\alpha = \frac{M}{mB}$
$U_p = -\vec{m} \wedge \vec{B} = -m_x B_x$

### Soluzione punto b

## 7.12

Una spira quadrata di lato $a = 20cm$ è posta nel piano xy ed è percorsa dalla corrente $i = 5A$ nel verso indicato.
Essa risente dell'azione del campo magnetico $\vec{B} = \alpha x \vec{u_z}$ con $\alpha = 0.2\frac{T}{m}$.
Calcolare la forza F che agisce sulla spira e l'energia potenziale magnetica $U_p$.




### Formule utilizzate

$\vec{F} = i\int_a^b d\vec{s}x\vec{B}$
$U_p = -\vec{m} * \vec{B}$
$\vec{m} = iS\vec{u_n}$

### Soluzione punto a

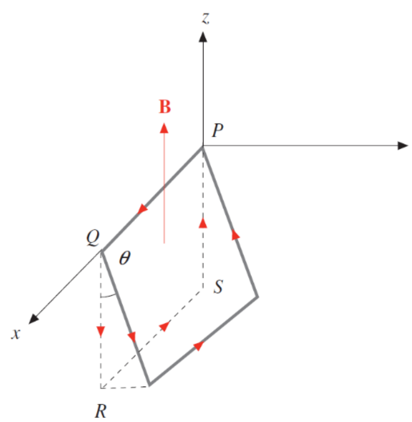
se x = a, $\beta = \alpha a$
sapendo $d\vec{s} \perp \vec{B}$
$\vec{F_{PQ}} = \frac{i\alpha a^2}{2}$
$\vec{F_{QR}} = i\int_Q^R dy\alpha a = i\alpha a[y]_Q^R = i\alpha a^2(\vec{u_x})$
Sommando i quattro vettori capiamo che si annullano le due sulle y
Le forze su y non si annullano perchè dipendono da x, e si azzera solo quella con x = 0 perchè li il campo $vecB = \alpha x$ vale 0 per x = 0.
$\vec{F} = \vec{F_{SP}} + \vec{F_{PQ}} + \vec{F_{QR}} + \vec{F_{RS}} = 0 - \frac{i\alpha a^2}{2}\vec{u_y} + i\alpha a^2\vec{u_x} + \frac{i\alpha a^2}{2}\vec{u_y} = i\alpha a^2\vec{u_x}$

**Soluzione punto b**

Per la regola della mano destra sappiamo che l'energia potenziale magnetica è uscente dal piano xy.
Però lungo la spira il campo magnetico B non è costante, quindi dobbiamo integrare per ottenere l'energia
$U_p = -\int_{\Sigma} d\vec{m} * \vec{B}$
$d\Sigma = adx$
$d\vec{m} = id\Sigma\vec{u_n} = iadx\vec{u_n}$
$dU_p = iadx\vec{u_n}\vec{B} = -iadx(\vec{u_z})\alpha x\vec{u_z} = -ia\alpha xdx$
$U_p = -ia\alpha \int_0^a xdx = -\frac{i\alpha a^3}{2}$

## 7.13

Una spira rettangolare rigida, di lati $\vec{PQ} = \vec{RS} = a = 20cm$ e $\vec{QR} = \vec{SP} = b = 10cm$, ha una massa per unità di lunghezza $\delta = 5 * 10^{-2} \frac{g}{cm}$ ed è percorsa da una corrente.
Essa può ruotare senza attrito intorno a $\vec{PQ}$ che è parallelo all'asse x orizzontale. Quando sulla spira agisce un campo magnetico uniforme e verticale $\vec{B} = B\vec{u_z}$ con $B = 2 * 10^{-2}T$ essa ruota di un angolo $\theta = 30$.
Calcolare il valore della corrente i e il lavoro W fatto dal campo sulla spira durante la rotazione.




### Formule utilizzate

$\vec{m} = i\ S\ \vec{u_n} = i\ a\ b\ \vec{u_n}$
$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = i\ a\ bBcos\theta\vec{u_x}$
$\vec{M_{peso}} = -2\Delta(a+b)\frac{b}{2}gsen\theta\vec{u_x}$

### Soluzione punto a

All'equilibrio: $\vec{M} = \vec{M_{peso}}$
Andiamo a calcolare la forza peso e il momento sui due bracci posti in $\vec{u_z}$
$\vec{M_{PQ}} = \frac{b}{2}sen\theta\Delta b\ g$

### Soluzione punto b

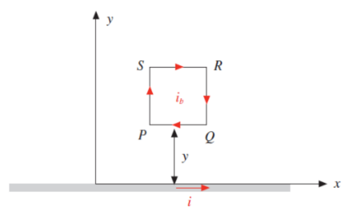
da $dW = Md\theta$
otteniamo: $W = \int_0^\theta Md\theta$

$W = iabB\int_0^{30} cos\theta d\theta = iabBsin30$
Alternativamente si poteva calcolare come differenza di energia potenziale
$W = -(U_p^f - U_p^i) = -U_p^f = i\triangle\phi(\vec{B})) = iabBcos60 = W$

# Capitolo 8

## 8.1

Una bobina rigida quadrata di lato a = 2cm, formata da N = 20 spire compatte, e percorsa da una corrente $i_b = 2A$ ed è posta a distanza y da un filo indefinito percorso da una corrente i = 50A.
Calcolare la forza magnetica $\vec{F}(y)$ che agisce sulla bobina dimostrando che per $y \gg a$, $F = \frac{mdB}{dy}$, se m è il momento magnetico della bobina e B il campo del filo.
Calcolare inoltre il lavoro $W_1$ compiuto dalla forza magnetica per spostare la bobina da $y_1 = 1cm$ e $y_2 = 2cm$ e il lavoro $W_2$ compiuto dalla forza magnetica per ruotare di 180° la bobina, quando $y = y_4 = 20cm$.




### Formule utilizzate

$\vec{F} = i \int_A^B d\vec{j} \wedge \vec{B}$

### Soluzione punto a

il filo percorso da corrente i produce un campo $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$ con direzione che sarà uscente al di sopra e entrante al di sotto dell'asse x.
in $\vec{PQ}$ il campo magnetico è pari a $B = \frac{\mu\ i}{2\pi y}$
in $\vec{SR}$ il campo magnetico è pari a $B = \frac{\mu\ i}{2\pi(y+a)}$
in $\vec{PS}$ la forza è opposta a quella di $\vec{RQ}$ quindi la forza risultante è nulla, poichè:
$\vec{F_{PS}} = \frac{i^2\mu_0}{2\pi}\int_P^S \frac{1}{y}dy$
$\vec{F_{RQ}} = \frac{i^2\mu_0}{2\pi}\int_R^Q \frac{1}{y}dy$
$\vec{F}(y) = \vec{F_{PQ}} + \vec{F_{RS}} = \frac{\mu_0\ N\ i\ i_b\ a}{2\ \pi}\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a}\right)\vec{u_y} = \frac{\mu_0\ N\ i\ i_b\ a^2}{2\ \pi\ y\ (y+a)}\vec{u_y}$
La forza ottenuta è repulsiva e questo è corente con $\vec{F} = Ni_b \triangle \phi(\vec{B})$ dove $\phi(\vec{B})$ è il flusso del campo magnetico generato attraverso la bobina.

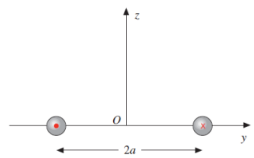
Se la spira si allontana il glusso di B diventa meno negativo, cioè aumenta. Dato che la bobina percorsa da corrente $i_b$ ha area $Na^2$ il suo momento magnetico vale:
$vecm = -N\ i_b\ a^2\ \vec{u_z}$
mentre il filo percorso da una corrente i ad una distanza y produce un campo magnetico B che vale:
$\vec{B} = \frac{\mu_0\ i}{2\pi y}\vec{u_z}$
Si nota che: $\vec{F} = \bigtriangledown(\vec{m} * \vec{B}) = \bigtriangledown(mB_z) = m\frac{dB_z}{dy}\vec{u_y}$
$F(y) = m\frac{dB}{dy} = -Ni_b a^2 \frac{d}{dy}\left[\frac{\mu_0\ i}{2\pi y}\right] = \frac{\mu_0\ N\ i\ i_b\ a^2}{2\pi y^2}$
$W_1 = \int_{y_1}^{y_2} F dy = \frac{\mu_0 N i i_b a}{2\pi}\int_{y_1}^{y_2}\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a}\right)dy = \frac{\mu_0 N i i_b a}{2\pi} ln\left(\frac{y_2(y_1+a)}{y_1(y_2+a)}\right)$

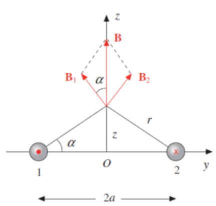
### Soluzione punto b

$W_2 = \Delta U_p = U_p(f) - U_p(i) = -\vec{mi} * \vec{B} + \vec{mf} * \vec{B}$
$m = iS = ia^2 = mi = mf$

## 8.2

Due fili indefiniti distanti 2a=4cm, paralleli all'asse x solo percorsi indicati in figura.
Calcolare il campo magnetico $\vec{B}(z)$ sull'asse dei due fili e a quale distanza dal centro O si arresti un piccolo magnete lanciato con velocità $v_0 = 7.1 * 10^{-2} \frac{m}{s}$ da O lungo l'asse z, di massa $mg = 3.97 * 10^{-2} kg$ e momento magnetico $m = 0.2 Am^2$ parallelo e concorde a B.
Si assume che l'asse z orizzontale.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

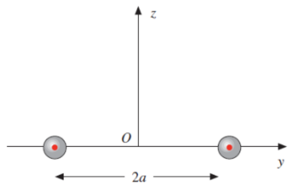
$\vec{B} = \frac{\mu_o i \vec{u_\phi}}{2\pi r}$ con $r = \sqrt{a^2 + z^2}$ $\alpha = \frac{a}{r}$
$B_{1z} = B_1 \cos\alpha$ $B_{1y} = -B_1 \sin\alpha$
$B_{2z} = B_2 \cos\alpha$ $B_{2y} = B_2 \sin\alpha$
$B_z = B_{1z} + B_{2z}$ $B_y = 0$

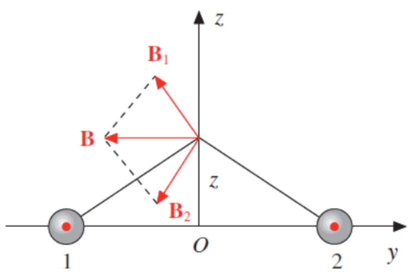
### Soluzione punto b

$\Delta U = U(f) - U(i) = -mB_f + mB_i$
con $v_i = v_0$ $v_f = 0$
$\Delta E_c = -\Delta U_p$
$E_c(0) + U_p(0) = E_c(z) + U_p(z)$
$E_c(z) = 0$ $U_p = -mB$
$B(0) = \frac{\mu_0 i a}{\pi a^2} = \frac{\mu_0 i}{\pi a}$

## 8.3

Due fili indefiniti distanti 2a =4cm, paralleli all'asse x.
Calcolare il campo magnetic $\vec{B}(z)$ sull'asse dei due fili e a quale distanza dal centro O un piccolo ago magnetico orientato parallelo mentre $\vec{B}$ risente di una forza non nulla.




### Formule utilizzate

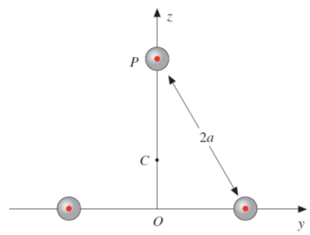
### Soluzione punto a

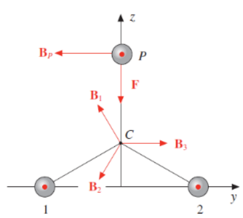
$B_{1z} + B_{2z} = B_z = 0$
$B_{1y} + B_{2y} = 2B_{1y} = B_y = 2(B_1 \sin\alpha)$
$\vec{B} = 2\frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{a^2+z^2}} \sin\alpha \vec{u_y} = \frac{\mu_o iz}{\pi(a^2+z^2)}\vec{u_y}$
$\vec{F} = \nabla(\vec{m} * \vec{B}) = \nabla(mBy)$
$F = m\frac{dBy}{dz} = 0$
$\frac{dB}{dz} = \frac{\mu_0 i}{\pi}\frac{a^2+z^2-2z^2}{(a^2+z^2)^2} = 0$

### Soluzione punto b

## 8.4

Tre fili conduttori sono tra loro paralleli e disposti ai vertici di un triangolo equilibrato di lato 2a=15cm.
Essi sono percorsi dalla stessa corrente i=10A corrente concorde all'asse x.
Calcolare il cmapo magnetico $\vec{B_c}$ nel centro C del triangolo e la forza F per unità di lunghezza sul filo disposto in P.




### Formule utilizzate

$\vec{B_p} = \frac{\mu_0 i\sqrt{3}}{4\pi a}\vec{u_x}$ per $z = a\sqrt{3}$

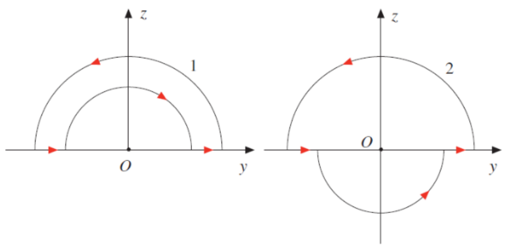
### Soluzione punto a

$\vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3} = 0$
$\vec{F} = i\int d\vec{g} \wedge \vec{B} = i\int dsB = iB\int ds$
$\vec{B_p} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$
$\vec{B_c} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$

### Soluzione punto b

## 8.6

Nei due circuiti in figura i raggi delle semicirconferenze sono $a = 10\ cm$ e $b = 15\ cm$.
Se la corrente vale $i = 20\ A$ calcolare per entrambi il campo magnetico $\vec{B_0}$ nel centro O delle semicirconferenze e il momento magnetico $\vec{m}$.




### Formule utilizzate

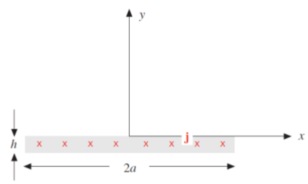
### Soluzione punto a

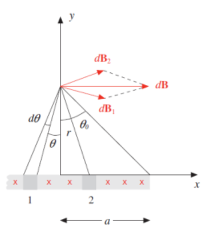
Il campo magnetico in O generato da ogni semicerchio si trova dimezzando l'espressione del camo di una spira circolare al centro della spira oppure applicando direttamente la prima legge elementare di Laplace:
$\vec{B_0} = \frac{\mu_0 i}{4b}\vec{u_x} - \frac{\mu_0 i}{4a}\vec{u_x}$
essendo che i due tratti rettilinei danno contributo nullo ($d\vec{s} \parallel \vec{u_r}$). Numericamente:
$B_0 = \frac{1.26*10^{-6}*20}{4}\left(\frac{1}{0.15} - \frac{1}{0.1}\right) = -2.1 * 10^{-5}\ T$
$\vec{m} = i\frac{\pi}{2}\left(b^2 - a^2\right)\vec{u_x} = 0.39\vec{u_x}\ Am^2$
Procedendo come prima
$\vec{B_0} = \frac{\mu_0 i}{4b}\vec{u_x} + \frac{\mu_0 i}{4a}\vec{u_x}$
essendo che i due tratti rettilinei
$B_0 = \frac{1.26*10^{-6}*20}{4}\left(\frac{1}{0.15} + \frac{1}{0.1}\right) = 10.5 * 10^{-5}\ T$
$\vec{m} = i\frac{\pi}{2}\left(b^2 + a^2\right)\vec{u_x} = 1.02\vec{u_x}\ Am^2$

### Soluzione punto b

## 8.7

Una lamina conduttrice infinitamente lunga, di sezione rettangolare con lati $2a = 10\ cm$ e con $h = 0.1\ cm$ è percorsa da una corrente di densità uniforme $j = 2\ \frac{A}{mm^2}$.
Calcolare il campo magnetico lungo l'asse y della lamina e il momento meccanico $\vec{M}$ che agisce su un piccolo ago magnetico di momento $m = 0.2\vec{u_y}\ Am^2$, posto a distanza $y_0 = 4\ cm$ dalla lamina.
Dimostrare che per $a \to \infty$ si ottengono i risultati dell'esercizio 8.8 e per $2a \ll y$ i risultati dell'esercizio 8.5.




### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

La corrente che scorre in un elemento infinitesimo di lamina di larghezza dx è :
$di = jhdx$
Ogni coppia di elementi infinitesimi, simmetrica rispetto all'asse, contribuirà al campo magnetico con:
$d\vec{B} = d\vec{B_1} + d\vec{B_2} = 2\frac{\mu_0 di}{2\pi r}\cos\theta\vec{u_x}$
$y\tan\theta = x \ \to \ \frac{y}{\cos^2\theta}d\theta = dx \ \to \ \frac{y}{\cos\theta}d\theta = \cos\theta dx \ \to \ rd\theta = \cos\theta dx$
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 jh}{\pi}d\theta\vec{u_x}$
Integrando su tutta la lampadina si ottiene il campo totale lungo l'asse:
$\vec{B} = \int_0^{\theta_M} d\vec{B} = \int_0^{\theta_0} \frac{\mu_0 jh}{\pi}d\theta\vec{u_x} = \frac{\mu_0 jh}{\pi}\theta_0\vec{u_x}$
L'angolo massimo $\theta_0$, corrisponde alla coppia di elementi infinitesimi più lontani dall'asse è:
$\theta_0 = arctan\frac{a}{y}$

Quindi:
$\vec{B} = \frac{\mu_0 jh}{\pi} arctan \frac{a}{y} \vec{u_x}$
Il momento meccanico che agisce sull'ago magnetico è:
$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = -m \frac{\mu_0 jh}{\pi} arctan \frac{a}{y} \vec{u_z} = 2.87 * 10^{-4} \vec{u_z}$[Nm]
Vediamo adesso il comportamento di $\vec{B}$ nei limiti per a tendente all'infinito e $2a \ll y$
$\lim_{a\to\infty} \vec{B} \lim_{\theta_0 \to \frac{\pi}{2}} \vec{B} \frac{\mu_0 jh}{2} \vec{u_x}$

**Soluzione punto b**

## 8.8

#### Formule utilizzate

#### Soluzione punto a

#### Soluzione punto b

## 8.10

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 8.11

**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

**Soluzione punto b**

## 8.12

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

# Capitolo 10

## 10.1

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 10.2

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 10.4

#### Formulle utilizzate

#### Soluzione punto a

#### Soluzione punto b

## 10.6

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 10.7

#### Formule utilizzate

#### Soluzione punto a

#### Soluzione punto b

## 10.9

#### Formule utilizzate

#### Soluzione punto a

#### Soluzione punto b

## 10.12

**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

**Soluzione punto b**

## 10.15

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 10.16

**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

**Soluzione punto b**

## 10.21

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 10.23

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

# Capitolo 13

## 13.2

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 13.3

**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

**Soluzione punto b**

## 13.4

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 13.5

### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

### Soluzione punto b

## 13.8

**Formule utilizzate**

**Soluzione punto a**

**Soluzione punto b**

## 13.9

#### Formule utilizzate

#### Soluzione punto a

#### Soluzione punto b