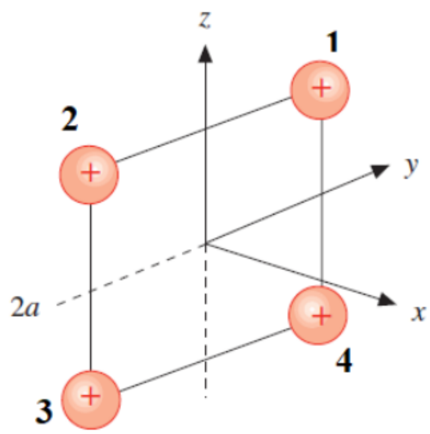
1.2

Quattro cariche positive poste ai vertici di un quadrato di lato 2a = 10cm di valore $q = 10^{-8}C$.

a) Calcolare la forza esercitata dalle altre tre cariche su quella posta nel vettore (a,a) e le espressioni del potenziale e del campo elettrostatico lungo l'asse x.

b) Calcolare inoltre l'energia cinetica con la quale passa per il centro un elettrone abbandonato con velocità nulla in un punto dell'asse x distante $x_0 = 2a$ dal centro.



Formule utilizzate

$\vec{F_{i,j}} = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{i,j}^2}\vec{u_{i,j}}$

$\vec{E_i} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}$

$V(P) - V(\infty) = \int_x^\infty \vec{E} d\vec{s}$

$\vec{E} = \left(-\frac{\delta v}{\delta x}, -\frac{\delta v}{\delta y}, -\frac{\delta v}{\delta z}\right)$ $\Delta E_k + \Delta U_{elettrone} = 0$

$\Delta E_k = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{4q}{\sqrt{sa^2}} - \frac{4q}{\sqrt{2a^2+4a^2}}\right]$

Soluzione punto a

Calcolo della forza:

Applico la formula per le 3 particelle

con $q_i = q_j = q$

$\vec{F_{2,1}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2,1}^2}\vec{u_y}$ $\vec{F_{3,1}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{3,1}^2}\vec{u_{y,z}}$ $\vec{F_{2,3}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2,3}^2}\vec{u_z}$

Applico il teorema di sovrapposizione degli effetti:
$\vec{F} = \vec{F_{2,1}} + \vec{F_{3,1}} + \vec{F_{3,2}}$

Calcolo del potenziale e del campo elettrostatico
$\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$ $\vec{E}_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$ $\vec{E}_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$ $\vec{E}_4 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_4^2}$
con $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{2a^2 + x^2}$
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{x}{r} \vec{u_x}$
$V(P) - V(\infty) = \int_x^\infty \vec{E} d\vec{s}$
$V(P) = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0} \int_x^\infty \frac{x}{r^3} dx = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2a^2+x^2}}$
$\vec{E} = \left(-\frac{\delta v}{\delta x}, -\frac{\delta v}{\delta y}, -\frac{\delta v}{\delta z} \right)$

Soluzione punto b

Calcolare l'energia cinetica di un elettrone con velocità nulla nel punto (2a, 0, 0) che passa in O.
$\Delta E_k + \Delta U_{elettrone} = 0$
$\Delta E_k = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{4q}{\sqrt{sa^2}} - \frac{4q}{\sqrt{2a^2+4a^2}} \right]$