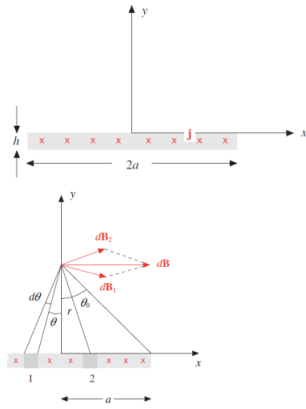


8.7

Una lamina conduttrice infinitamente lunga, di sezione rettangolare con lati $2a = 10 \text{ cm}$ e con $h = 0.1 \text{ cm}$ è percorsa da una corrente di densità uniforme $j = 2 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$.

Calcolare il campo magnetico lungo l'asse y della lamina e il momento meccanico \vec{M} che agisce su un piccolo ago magnetico di momento $m = 0.2 \vec{u}_y \text{ Am}^2$, posto a distanza $y_0 = 4 \text{ cm}$ dalla lamina.

Dimostrare che per $a \rightarrow \infty$ si ottengono i risultati dell'esercizio 8.8 e per $2a \ll y$ i risultati dell'esercizio 8.5.



Formule utilizzate

Soluzione punto a

La corrente che scorre in un elemento infinitesimo di lamina di larghezza dx è :

$$di = jhdx$$

Ogni coppia di elementi infinitesimi, simmetrica rispetto all'asse, contribuirà al campo magnetico con:

$$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 = 2 \frac{\mu_0 di}{2\pi r} \cos \theta \vec{u}_x$$

$$y \tan \theta = x \rightarrow \frac{y}{\cos^2 \theta} d\theta = dx \rightarrow \frac{y}{\cos \theta} d\theta = \cos \theta dx \rightarrow r d\theta = \cos \theta dx$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 j h}{\pi} d\theta \vec{u}_x$$

Integrando su tutta la lamina si ottiene il campo totale lungo l'asse:

$$\vec{B} = \int_0^{\theta_0} d\vec{B} = \int_0^{\theta_0} \frac{\mu_0 j h}{\pi} d\theta \vec{u}_x = \frac{\mu_0 j h}{\pi} \theta_0 \vec{u}_x$$

L'angolo massimo θ_0 , corrisponde alla coppia di elementi infinitesimi più lontani dall'asse è:

$$\theta_0 = \arctan \frac{a}{y}$$

Quindi:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 j h}{\pi} \arctan \frac{a}{y} \vec{u}_x$$

Il momento meccanico che agisce sull'ago magnetico è:

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = -m \frac{\mu_0 j h}{\pi} \arctan \frac{a}{y} \vec{u}_z = 2.87 * 10^{-4} \vec{u}_z [\text{Nm}]$$

Vediamo adesso il comportamento di \vec{B} nei limiti per a tendente all'infinito

e $2a \ll y$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \vec{B} \lim_{\theta_0 \rightarrow \frac{\pi}{2}} \vec{B} \frac{\mu_0 j h}{2} \vec{u}_x$$

Soluzione punto b