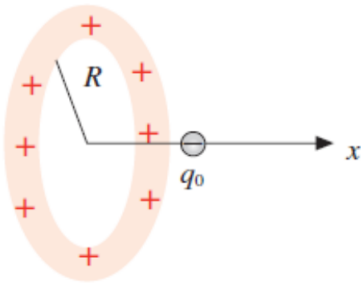


1.8

Una particella di massa $m = 10^{-3}kg$ e carica $q_0 = -10^{-10}C$ è posta al centro di un anello di raggio $R = 10\text{ cm}$, su cui è distribuita uniformemente la carica $q = 10^{-8}C$.

La particella viene spostata di un tratto $x_0 = 0.5cm$ lungo l'asse e abbandonata.

Dimostrare che la particella oscilla con moto armonico intorno all'origine e determinare il periodo T delle piccole oscillazioni e l'energia cinetica della particella quando passa per l'origine.



Formule utilizzate

Soluzione

Calcoliamo il campo per ogni infinitesimo di anello.

$$dE_x(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2+x^2} \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$E_x = \int_{\text{anello}} dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2+x^2} \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} \int_{\text{anello}} dq = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Se $\left(\frac{x}{R}\right)^2 \ll 1$

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{R^3} \vec{u}_x$$

$$\frac{m}{dt^2} x + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q|q_0|}{R^3} x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{q|q_0|}{4\pi\epsilon_0 m R^3}} = 0.0949 \text{ rad/s}$$

$$\text{con } T = 2\pi/\omega = 66,23 \text{ s}$$

$$E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_0|}{R^3} \int_0^{x_0} x dx = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_0|}{2R^3} x_0^2 = 1.13 * 10^{-10} \text{ J}$$