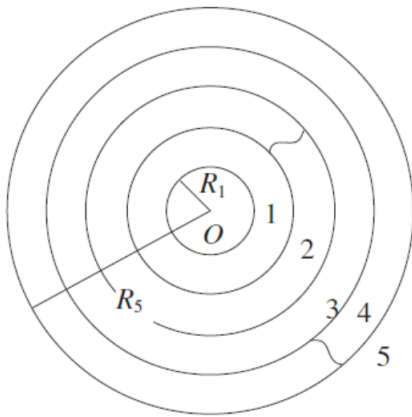


## 4.5

Cinque fogli metallici sferici di spessore trascurabile tutti concentrici aventi raggio pari a 1, 2, 3, 4, 5 cm sono collegati con sottili fili conduttori come in figura.

Il sistema è inizialmente scarico. Una carica  $q = 10^{-10} \text{ C}$  è disposta sulla superficie sferica e l'energia elettrostatica  $U_e$  dell'intero sistema.

Determinare inoltre come variano il campo elettrostatico e l'energia elettrostatica quando: la sfera 1 è posta in contatto con la 2, la 3 è posta in contatto con la 4, la 5 con la terra.



### Formule utilizzate

### Soluzione punto a

Detta  $q = q_1$  la carica sulla sfera interna per induzione completa

$$q_2 = -q \quad q_4 = -q \quad q_3 = +q \quad q_5 = +q$$

Per calcolare il campo elettrico sfrutto la legge di Gauss e la simmetria sferica

$$\Phi(E) = E * 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Chiamando I la regione di spazio  $r < 1 \text{ cm}$ , II quella con  $1 \text{ cm} < r < 2 \text{ cm}$  e così via, si ha che.

$$E_I = E_{III} = E_V = 0$$

$$E_{II} = E_{IV} = E_{VI} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

L'energia elettrostatica  $U_e$  del sistema si può calcolare dalla sua definizione.

$$U_e = \int_{\tau} dU_e = \int_{\tau} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

L'integrale si può spezzare sulle varie ragioni di cui si è già calcolato

$$U_e = \int_{\tau} dU_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_r^R \frac{q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right]$$

$$U_e = U_e^{II} + U_e^{IV} + U_e^{VI} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right]$$

Collegando oltre alla sfera 2 e 3, 4 e 5, già connesse, anche la 1 alla 2 si ha:

$$E_I = E_{II} = E_{III} = E_V = 0$$

$$E_{IV} = E_{VI} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Dunque calcolando l'energia, rispetto alla situazione di partenza, si azzerà il contributo della regione II.

$$\Delta U_e = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] = -2.2 * 10^{-9} \text{ J}$$

Invece collegando al sfera 2 e 3, 4 e 5 già connesse, anche al 5 a terra si ha che:

$$E_I = E_{III} = E_V = E_{VI} = 0$$

$$E_{II} = E_{IV} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Dunque calcolando l'energia rispetto alla situazione di partenza, si azzerà il contributo della regione VI.

$$\Delta U_e = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{R_5} \right] = -0.9 * 10^{-9} \text{ J}$$

**Soluzione punto b**