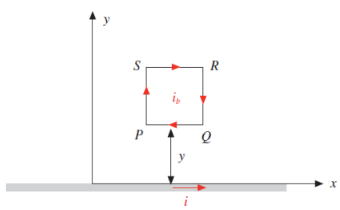
8.1

Una bobina rigida quadrata di lato a = 2cm, formata da N = 20 spire compatte, e percorsa da una corrente $i_b = 2A$ ed è posta a distanza y da un filo indefinito percorso da una corrente i = 50A.
Calcolare la forza magnetica $\vec{F}(y)$ che agisce sulla bobina dimostrando che per $y \gg a$, $F = \frac{mdB}{dy}$, se m è il momento magnetico della bobina e B il campo del filo.
Calcolare inoltre il lavoro W_1 compiuto dalla forza magnetica per spostare la bobina da $y_1 = 1cm$ e $y_2 = 2cm$ e il lavoro W_2 compiuto dalla forza magnetica per ruotare di 180° la bobina, quando $y = y_4 = 20cm$.



Formule utilizzate

$\vec{F} = i \int_A^B d\vec{j} \wedge \vec{B}$

Soluzione punto a

il filo percorso da corrente i produce un campo $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}$ con direzione che sarà uscente al di sopra e entrante al di sotto dell'asse x.
in $\vec{PQ}$ il campo magnetico è pari a $B = \frac{\mu \ i}{2\pi y}$
in $\vec{SR}$ il campo magnetico è pari a $B = \frac{\mu \ i}{2\pi(y+a)}$
in $\vec{PS}$ la forza è opposta a quella di $\vec{RQ}$ quindi la forza risultante è nulla, poichè:
$\vec{F_{PS}} = \frac{i^2\mu_0}{2\pi} \int_P^S \frac{1}{y} dy$
$\vec{F_{RQ}} = \frac{i^2\mu_0}{2\pi} \int_R^Q \frac{1}{y} dy$
$\vec{F}(y) = \vec{F_{PQ}} + \vec{F_{RS}} = \frac{\mu_0 \ N \ i \ i_b \ a}{2 \ \pi} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a} \right) \vec{u_y} = \frac{\mu_0 \ N \ i \ i_b \ a^2}{2 \ \pi \ y \ (y+a)} \vec{u_y}$
La forza ottenuta è repulsiva e questo è corente con $\vec{F} = N i_b \triangle \phi(\vec{B})$ dove $\phi(\vec{B})$ è il flusso del campo magnetico generato attraverso la bobina.
Se la spira si allontana il glusso di B diventa meno negativo, cioè aumenta.
Dato che la bobina percorsa da corrente i_b ha area Na^2 il suo momento

magnetico vale:
$vecm = -N \ i_b \ a^2 \ \vec{u_z}$
mentre il filo percorso da una corrente i ad una distanza y produce un campo magnetico B che vale:
$\vec{B} = \frac{\mu_0 \ i}{2\pi y}\vec{u_z}$
Si nota che: $\vec{F} = \bigtriangledown(\vec{m} * \vec{B}) = \bigtriangledown(mB_z) = m\frac{dB_z}{dy}\vec{u_y}$
$F(y) = m\frac{dB}{dy} = -Ni_ba^2\frac{d}{dy}\left[\frac{\mu_0 \ i}{2\pi y}\right] = \frac{\mu_0 \ N \ i \ i_b \ a^2}{2\pi y^2}$
$W_1 = \int_{y_1}^{y_2} Fdy = \frac{\mu_0 Nii_ba}{2\pi}\int_{y_1}^{y_2}\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a}\right)dy = \frac{\mu_0 Nii_ba}{2\pi}ln\left(\frac{y_2(y_1+a)}{y_1(y_2+a)}\right)$

Soluzione punto b

$W_2 = \Delta U_p = U_p(f) - U_p(i) = -\vec{mi} * \vec{B} + \vec{mf} * \vec{B}$
$m = iS = ia^2 = mi = mf$