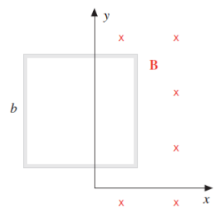
10.4

Una spira quadrata di lato $b = 9\ cm$, massa $m = 5\ g$ e resistenza $R = 10^{-3}\ \Omega$, si muove con velocità costante $v_0 = 5\ \frac{m}{s}$ lungo l'asse z. All'istante t = 0 il suo lato anteriore comincia ad entrare nella regione $x \geq 0$ in cui esiste campo magnetico $\vec{B}$, ortogonale al piano della spira, dipendente da x secondo la legge $B(x) = \alpha x$ con $\alpha = 2\ \frac{T}{m}$.
Calcolare la forza F(x) che agisce sulla spira, la velocità v(x) della spira e in particolare v(x = b), la carica q che circola nella spira.



Formule utilizzate

Soluzione punto a

Il campo elettromotore: $\vec{E}_i = \frac{F}{q} = \vec{v} \wedge \vec{B}$
Che produce una f.e.m. $\varepsilon_i = \int \vec{E}_i d\vec{s} = vb\alpha x$
$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{vb\alpha x}{R}$ in verso antiorario.
$F(x) = ibB = b^2\alpha^2 x^2 \frac{v}{R}$ opposta al moto.
$m\frac{dv}{dt} = -\frac{b^2\alpha^2}{R}x^2 v$
$dv = -\frac{b^2\alpha^2}{mR}x^2 dx$
$\int_{v_0}^{v(x)} dv = -\frac{b^2\alpha^2}{mR}\int_0^x x^2 dx$
$v(x) = v_0 - \frac{b^2\alpha^2}{3mR}x^3 = 5 - 2160x^3\ \frac{m}{s}$
$v(x = b) = 5 - 2160 * 0.09^3 = 3.43\ \frac{m}{s}$
Usando la legge di Felici:
$q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{1}{R}b\int_0^b \alpha x dx = \frac{\alpha b^3}{2R} = 0.73\ C$

Soluzione punto b