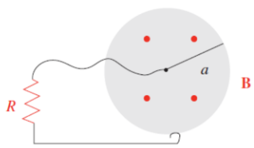
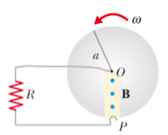
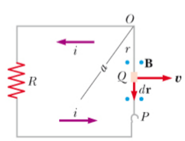
10.9

Al centro e al bordo di un disco metallico di raggio $a = 15\ cm$ sono collegati due contatti strisianti e il circuito viene chiuso su un resistore; La resistenza totale $R = 8 * 10^{-2}\ \Omega$. Il disco immerso in un campo magnetico uniforme e costante $B = 0.03\ T$ parallelo all'asse.
a) il momento M da applicare al disco per mantenerlo in rotazione ad una frequenza $\nu = 1800 \frac{giri}{min}$.
b) la potenza P dissipata nel circuito in queste condizioni.
c) la carica q che passa nel circuito in un minuto.







Formule utilizzate

Soluzione punto a

$\vec{E_i} = \vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \vec{v} = \omega r \vec{u_\Phi} \qquad \vec{E_i} = \omega r B \vec{u_r}$
$\varepsilon = \oint E_i d\vec{s} = \int \omega r B \vec{u_r} d\vec{r}$
$\varepsilon_i = \left[\frac{1}{2}\omega B r^2\right]_0^a = \frac{1}{2}\omega B a^2$
Alternativamente si può usare il flusso tagliato (l'area spezzata di $d\Theta$ è pari a $\frac{1}{2}d\theta a^2$)
$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\omega B a^2}{2R} = 0.8A$
Tale corrente circola dal centro verso il bordo come is deduce dalla direzione di $\vec{E_i}$.
Vista la presenza di B su un elementino di filo $d\vec{r}$ agisce la forza di Laplace:
$d\vec{F} = i d\vec{r} \wedge \vec{B}$
Questa forza produce il momento (usando il centro come polo): $d\vec{M_i} = \vec{r} \wedge$

$d\vec{F} = \vec{r} \wedge (id\vec{r} \wedge \vec{B})$
Ortogonale al disco e di verso entrante (tende a far ruotare il disco in verso orario).
Calcoliamo la forza: $d\vec{F} = id\vec{r} \wedge \vec{B} = \left(\frac{1}{2}\omega Ba^2\right) d\vec{r} \wedge \vec{B} = -\left(\frac{1}{2}\omega Ba^2\right) drB\vec{u_x}$
$d\vec{F} = -\frac{1}{2}\omega B^2 a^2 dr\vec{u_x}$
Calcoliamo il momento: $d\vec{M_i} = \vec{r} \wedge d\vec{F} = -\frac{1}{2}\omega B^2 a^2 r dr\vec{u_z}$
$\vec{M} = \int_0^a d\vec{M_i} = -\int_0^a \frac{1}{2}\omega B^2 a^2 r dr\vec{u_z} = -\left[\frac{1}{2}\omega B^2 a^2 \frac{r^2}{2}\right]_0^a \vec{u_z} = -\frac{B^2 a^4}{4R}\omega\vec{u_z}$ Si tratta di un momento frenante che è proporzionale a ω quindi di tipo viscoso, detto "momento di attrito elettromagnetico".

Soluzione punto b

Per mantenere in moto di disco bisogna applicare dall'esterno il momento (momento motore) M' = -M e spendere la potenza:
$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Md\theta}{dt} = M\omega = \frac{B^2 a^4}{4R}\omega^2$
Che corrisponde alla potenza dissipata per effetto Joule:
$P = RI^2 = R\left(\frac{\omega Ba^2}{2R}\right)^2 = \frac{\omega^2 B^2 a^4}{4R} = 5.06 * 10^{-2}\ W$

Soluzione punto c

Siccome la corrente è costante la carica si trova come:
$Q = i\Delta t = 48C$
Allo stesso risultato si poteva arrivare con la legge di Felici usando il flusso tagliato:
$Q = \frac{Ba^2\theta}{2R} = \frac{Ba^2\omega\Delta t}{2R} = 47.7\ C$