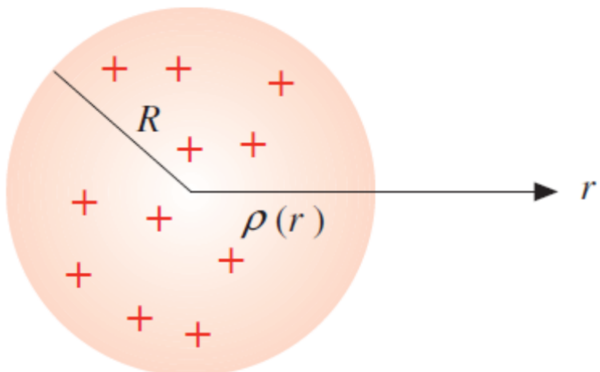
3.2

Una carica è distribuita all'interno di una sfera di raggio R con densità non uniforme $\rho(r) = c/r$ essendo c una costante.
Determinare le espressioni del campo elettrostatico E(x)e del potenziale V(r) per $0 \leq r \leq \infty$.



Formule utilizzate

Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma$

Soluzione punto a

Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma$ ma se $\vec{E} \parallel \vec{u_n} \rightarrow \vec{E}\vec{u_n} = E$
$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\vec{u_n}d\Sigma = \oint Ed\Sigma$ ma E è costante lungo $d\Sigma$
$\Phi(\vec{E}) = E\oint d\Sigma = E\Sigma$ con Σ superfice sferica $\Sigma = 4\pi r^2$
$\Phi(\vec{E}) = E_r * 4\pi r^2$ con anche $\phi = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$
per $r \leq R$ (interno sfera)
$4\pi r^2 E_{int}(x) = \frac{q_{int}(r)}{\epsilon_0}$
con $q_{int}(r) = \int_0^r \frac{c}{r} 4\pi r^2 dr = 2\pi c r^2$
$E_{int}(r) = \frac{C}{2\epsilon}$ costante

per $r > R$ (estero sfera)
$E_{est} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ con $q = 2\pi c R^2$
$E_{est} = \frac{cR^2}{2\epsilon_0 r^2}$ $\quad r(r \gg R) = \int_r^\infty E_{est}dr = \frac{cR^2}{2\epsilon_0 r}$
in particolare $V(R) = \frac{cR^2}{2\epsilon_0}$

Soluzione punto b

per $r \ll R$
$V(r) - V(R) = \int_r^R E_{int} dr = \frac{C}{2\epsilon_0}(R - r)$
$V(r) = \frac{c}{2\epsilon_0}(2R - r)$
al centro $V(0) = \frac{cR}{\epsilon_0}$