



# Introduzione all'analisi di missioni spaziali (Prova Finale)

Gruppo A19

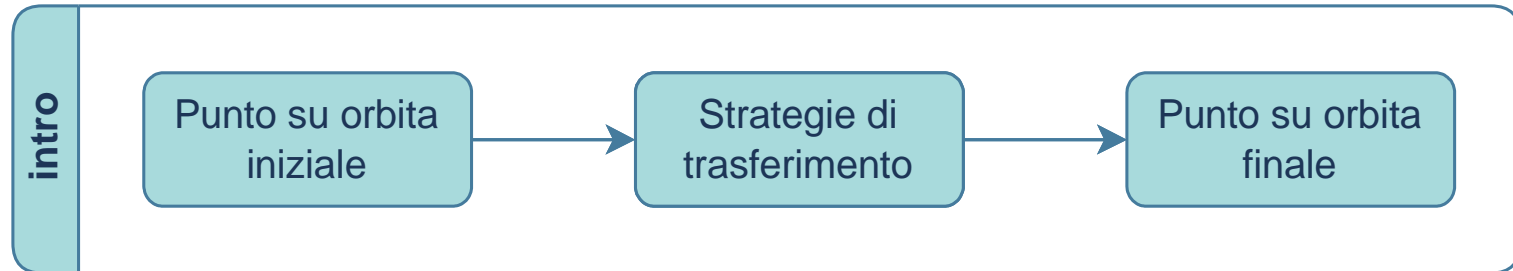
Pier Francesco A. Bachini

Stefano Belletti

Lorenzo Bertoni

Milano, 13/12/2022

# Introduzione



## OBIETTIVO:

Proporre un trasferimento **efficiente** che **ottimizzi**  $\Delta v$  mantenendo  $\Delta t$  il **più basso possibile**.

## PROGRAMMI UTILIZZATI:

MATLAB<sup>®</sup>



# Introduzione (Tsiolkovsky)

## NOTA:

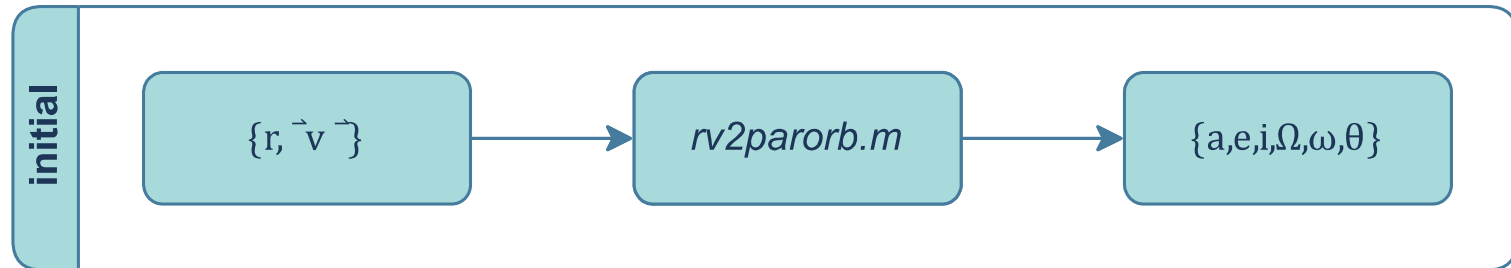
Per i rapporti di massa di carburante necessari abbiamo usato l'equazione di Tsiolkovsky con le seguenti considerazioni:

- Manovre solo impulsive
- Prestazioni misurate nel vuoto
- Motore: Merlin 1D+ (con impulso: 348s)
- Variazione di massa dovuta solo al consumo di combustibile



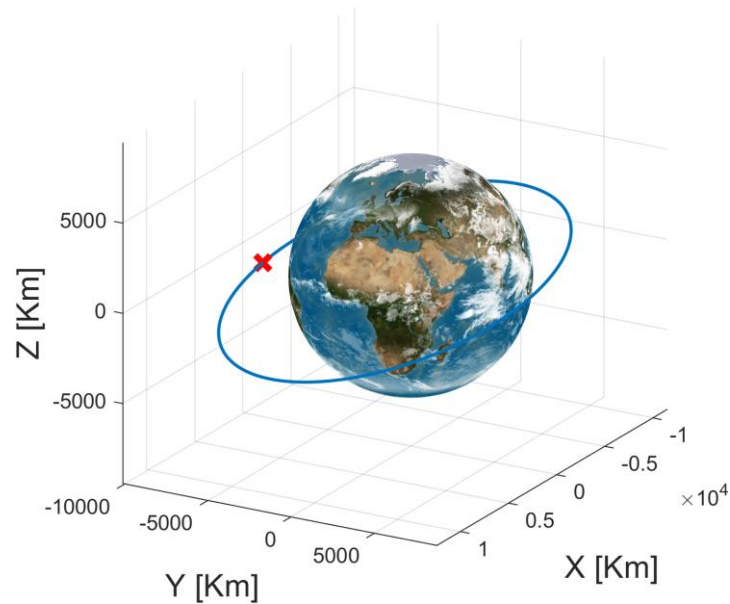
Clark, Stephen. "100th Merlin 1D Engine Flies on Falcon 9 Rocket." *Spaceflight Now*, 22 Feb. 2015.  
Source: SpaceX

# Orbita iniziale



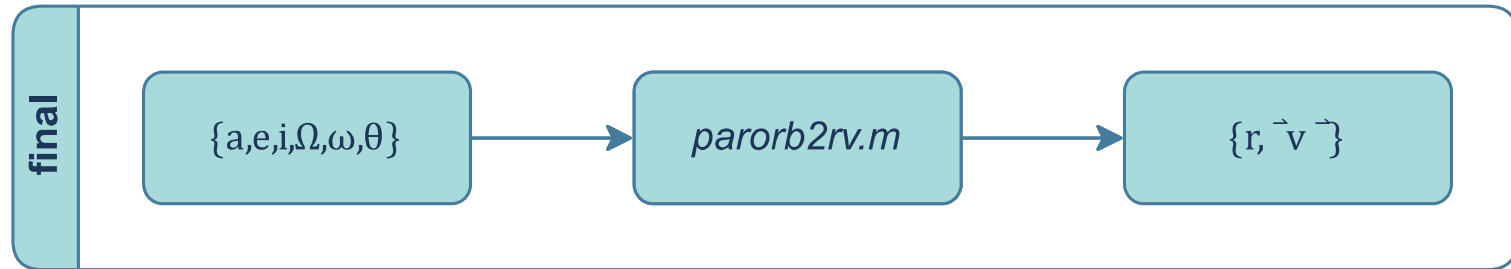
| x [km]       | y [km]       | z [km]       |
|--------------|--------------|--------------|
| -1788.3462   | -9922.9190   | -1645.8335   |
| $v_x$ [km/s] | $v_y$ [km/s] | $v_z$ [km/s] |
| 5.6510       | -1.1520      | -1.8710      |

| a [km]         | e [-]          | i [rad]        |
|----------------|----------------|----------------|
| 9658.0703      | 0.0915         | 0.3455         |
| $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] |
| 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         |



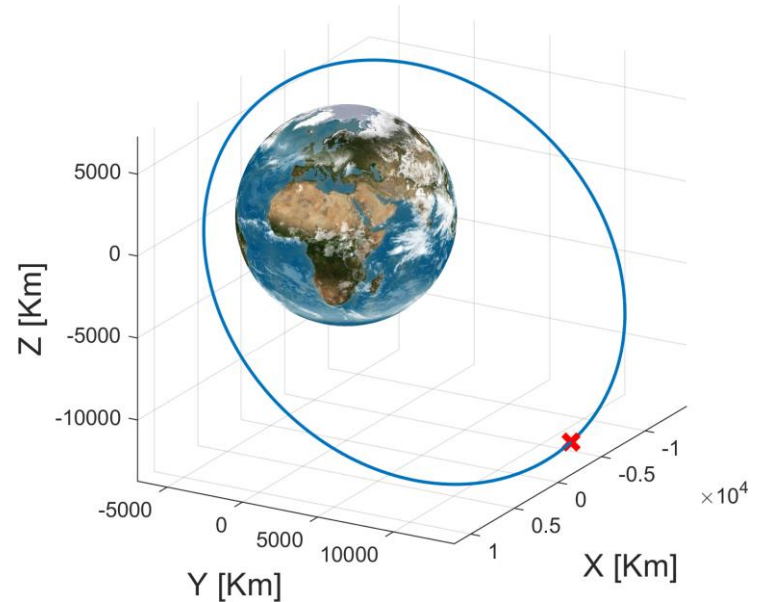


# Orbita finale

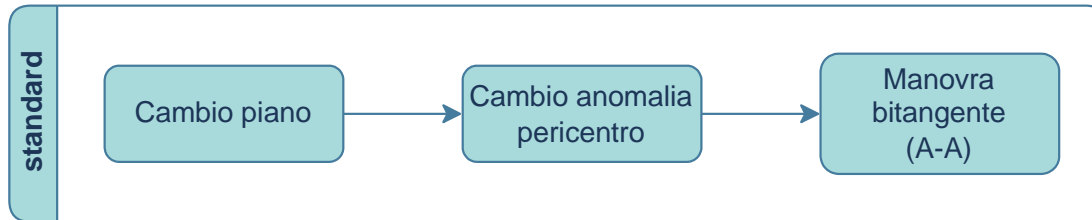


| x [km]       | y [km]       | z [km]       |
|--------------|--------------|--------------|
| -3360.7862   | 12979.3399   | -12527.3419  |
| $v_x$ [km/s] | $v_y$ [km/s] | $v_z$ [km/s] |
| -3.2360      | 0.9160       | 1.4639       |

| a [km]         | e [-]          | i [rad]        |
|----------------|----------------|----------------|
| 13290.0000     | 0.3855         | 0.9526         |
| $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] |
| 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         |

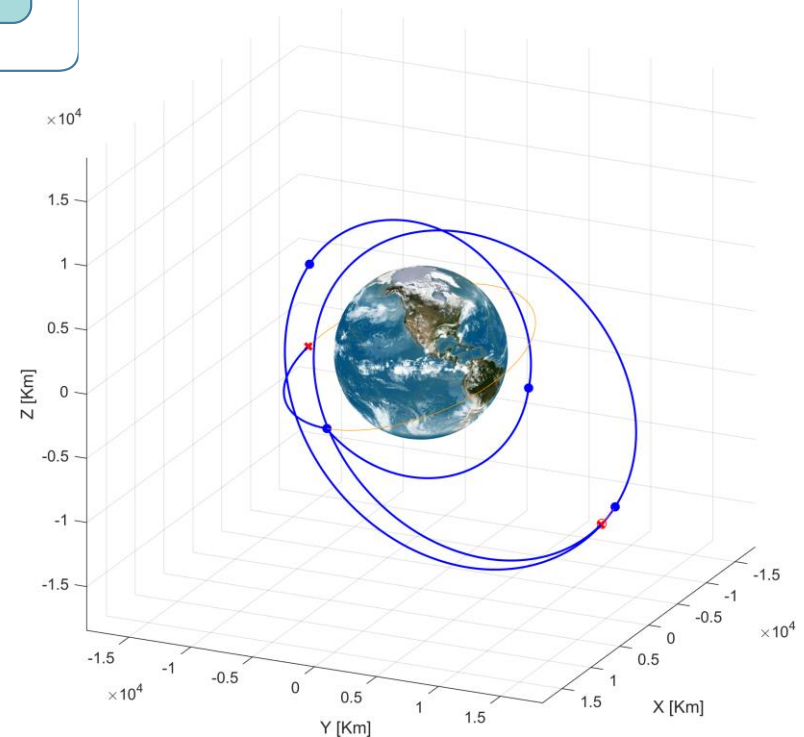


# Trasferimento standard ottimizzato per $\Delta v$

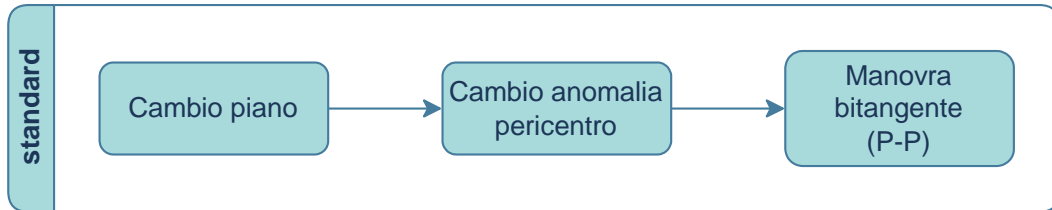
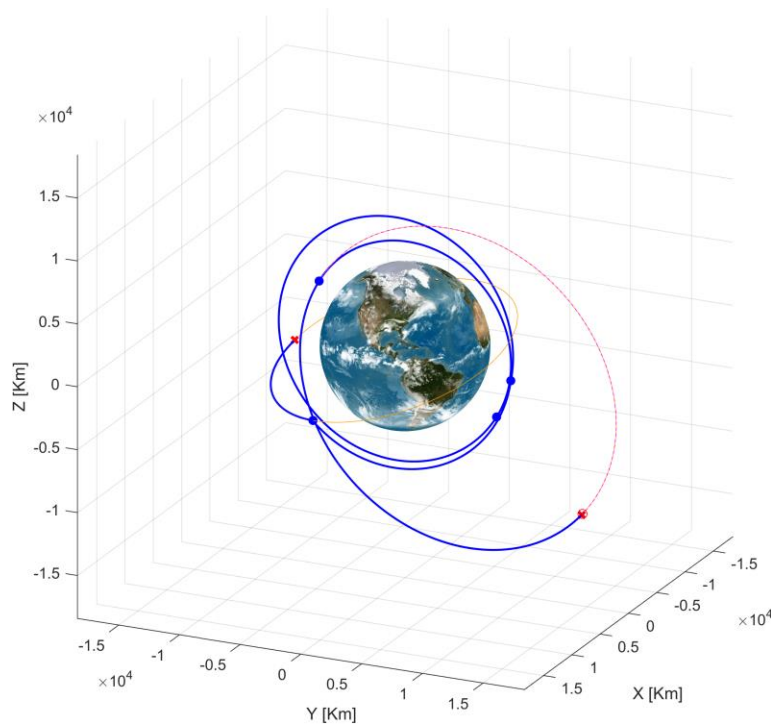


- Elevati  $\Delta v$  e  $\Delta t$
- **Cambio piano molto costoso**
- Manovra apocentro-apocentro
- Quasi un'intera rivoluzione sull'orbita finale per raggiungere il punto finale

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 7.6009            | 33329.2874     | 9.15            | 89.2164                |



# Trasferimento standard ottimizzato per $\Delta t$



- Elevati  $\Delta v$  e  $\Delta t$
- **Cambio piano molto costoso**
- Manovra pericentro-pericentro

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 7.7407            | 25639.3816     | 7.12            | 89.6463                |

# Trasferimento standard inverso ottimizzato per $\Delta v$

standard inverso

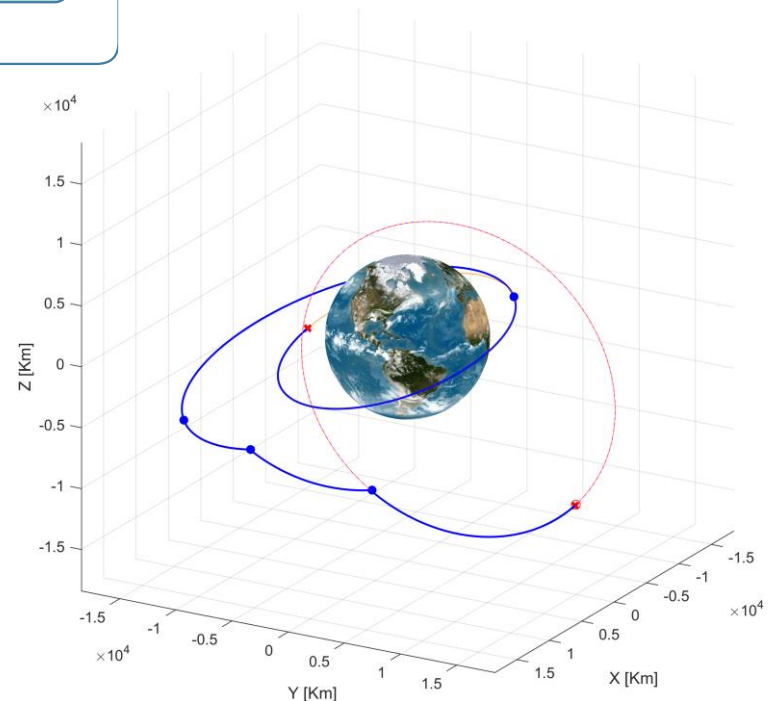
Manovra  
bitangente  
(P-A)

Cambio piano

Cambio anomalia  
pericentro

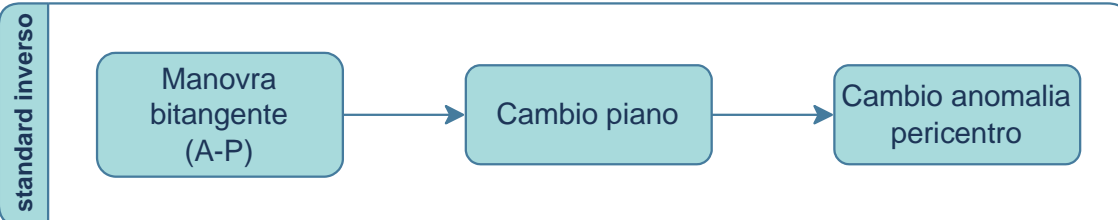
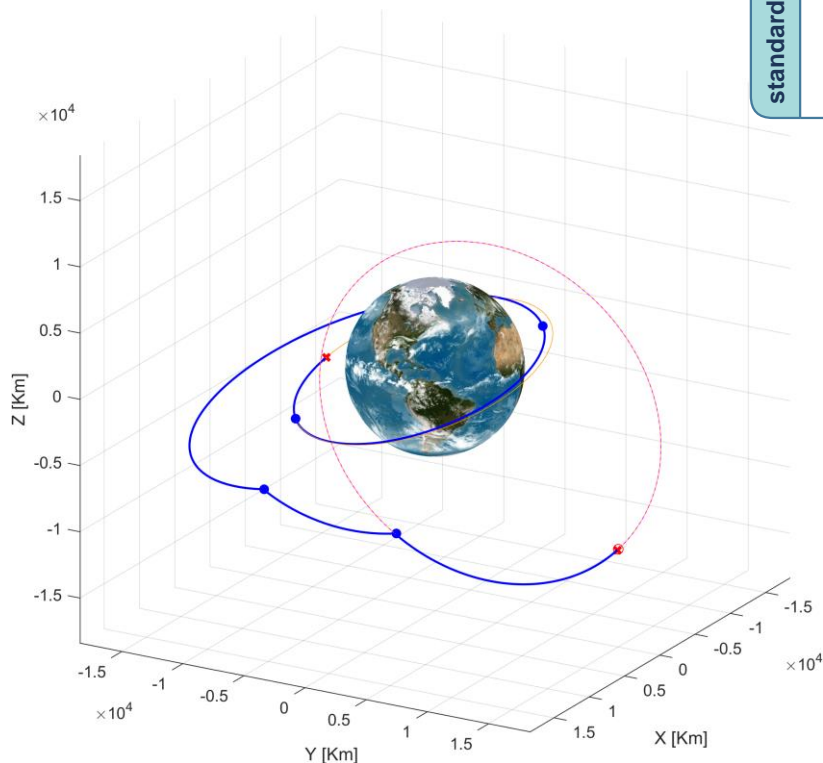
- **Meno efficace** rispetto alla standard
- **Cambio piano** meno costoso
- **Cambio anomalia pericentro** molto più **costoso**
- Manovra pericentro-apocentro

| $v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|------------|----------------|----------|------------------------|
| 9.0096     | 23114.5090     | 6.42     | 92.8632                |





# Trasferimento standard inverso ottimizzato per $\Delta t$



- **Meno efficace** rispetto alla standard
- **Cambio piano meno costoso** rispetto allo standard
- **Cambio anomalia pericentro** molto più **costoso**
- Manovra apocentro-pericentro

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 9.0384            | 22630.7839     | 6.29            | 92.9233                |

# Trasferimento diretto

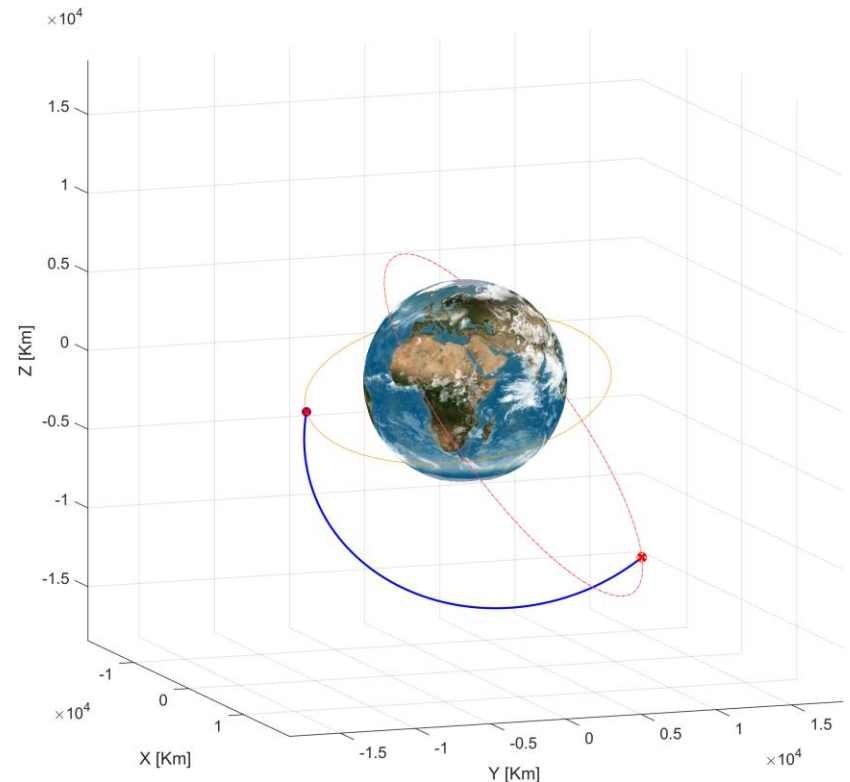
diretto

Manovra di trasferimento diretto da punto iniziale a punto finale

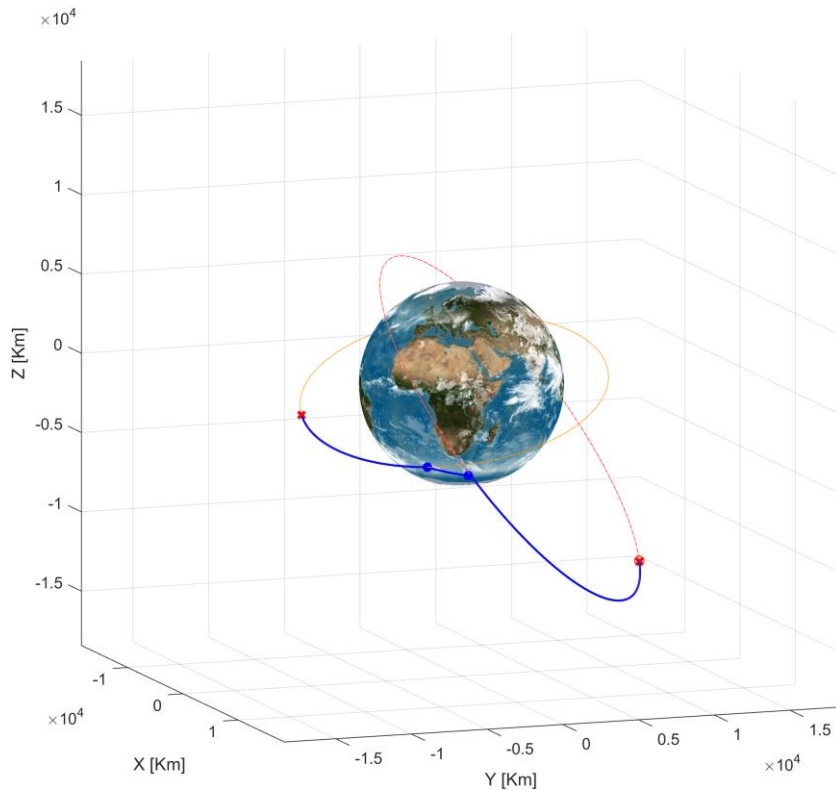
Adattamento di forma e piano all'orbita finale nel punto finale

- $\Delta v$  molto **elevato**
- $\Delta t$  fortemente **ridotto** rispetto alle strategie standard
- Cambio piano molto costoso (piano trasferimento ca. perpendicolare a piano iniziale)
- Massa combustibile pressoché **impraticabile**

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 14.3652           | 6700.1589      | 1.86            | 98.5141                |



# Trasferimento diretto $\Delta v$ minimo



diretto  $\Delta v$  min

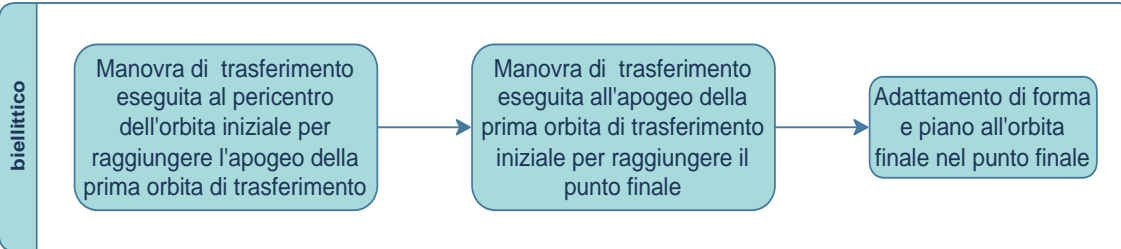
Manovra di trasferimento eseguita dal punto sull'orbita iniziale al punto sull'orbita finale ottimizzanti  $\Delta v$

Adattamento di forma e piano all'orbita finale nel punto d'intersezione sull'orbita finale

- $\Delta v$  fortemente **ridotto** rispetto al diretto
- $\Delta t$  **aumenta** leggermente rispetto al diretto
- Punto di manovra ottimizzato in termini di efficienza
- Manovra **efficiente** ed **efficace**

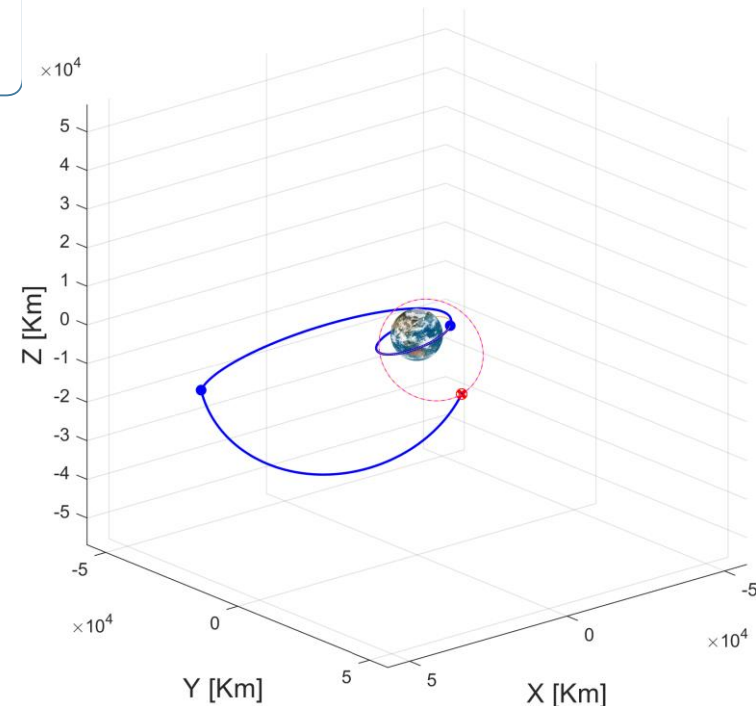
| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 6.6324            | 7971.6116      | 2,21            | 85.6779                |

# Trasferimento biellittico

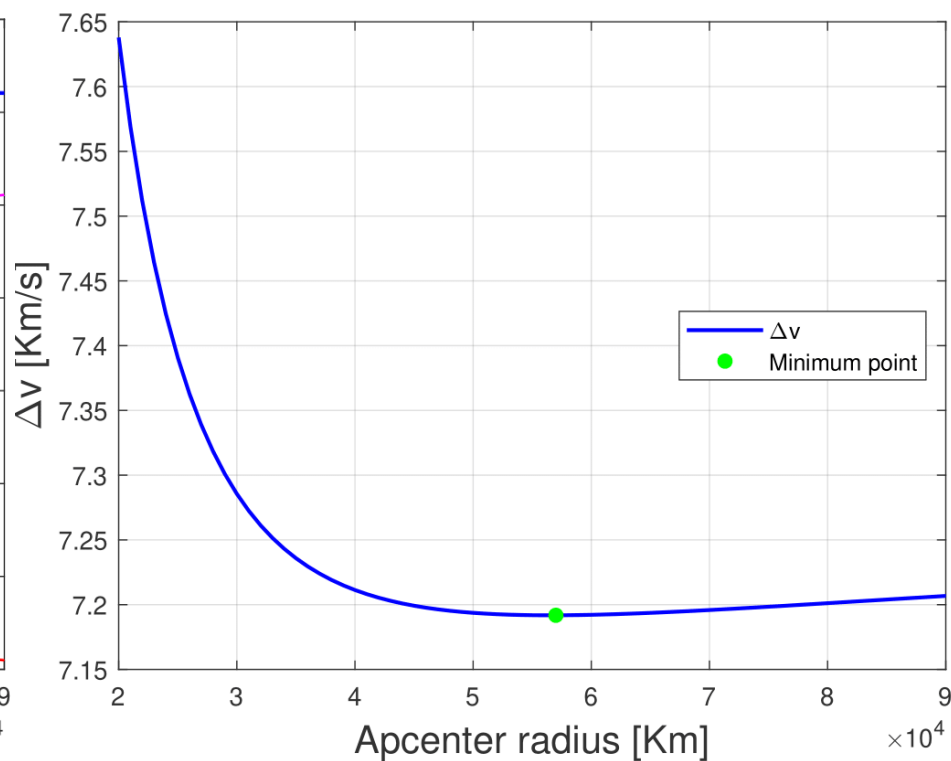
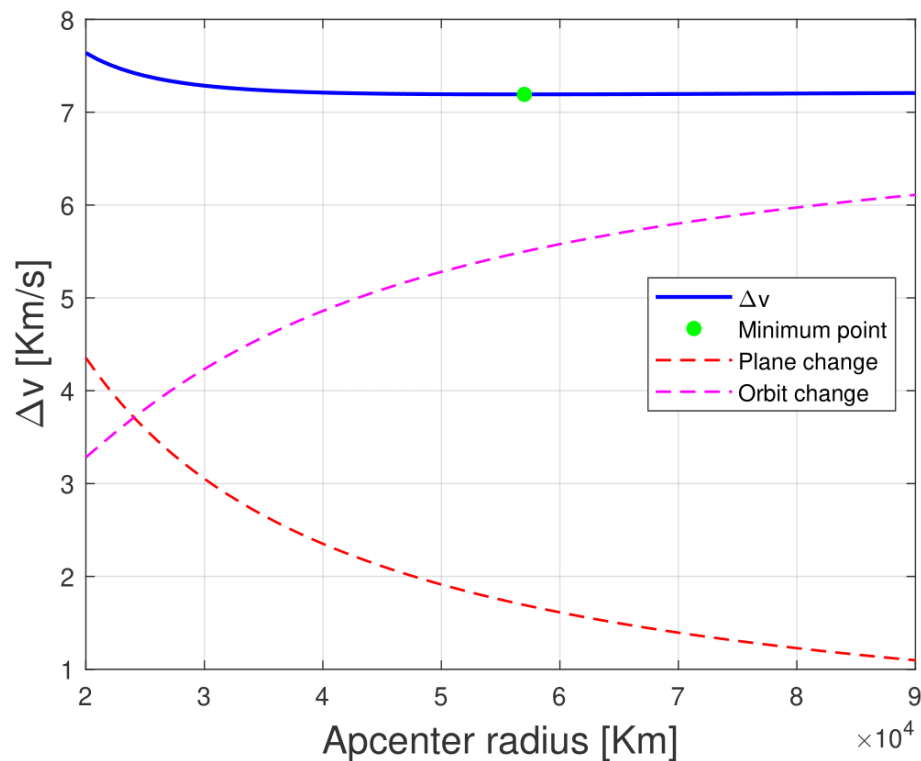


- $\Delta v$  **elevato** rispetto alle aspettative
- $\Delta t$  **elevato** come aspettato
- **Cambio piano ottimizzato** per avere impatto ridotto
- Costo **impulso finale** elevato e fortemente **impattante**
- Manovra più **inefficiente** delle aspettative

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 7.1918            | 66417.6263     | 18.45           | 87.8432                |

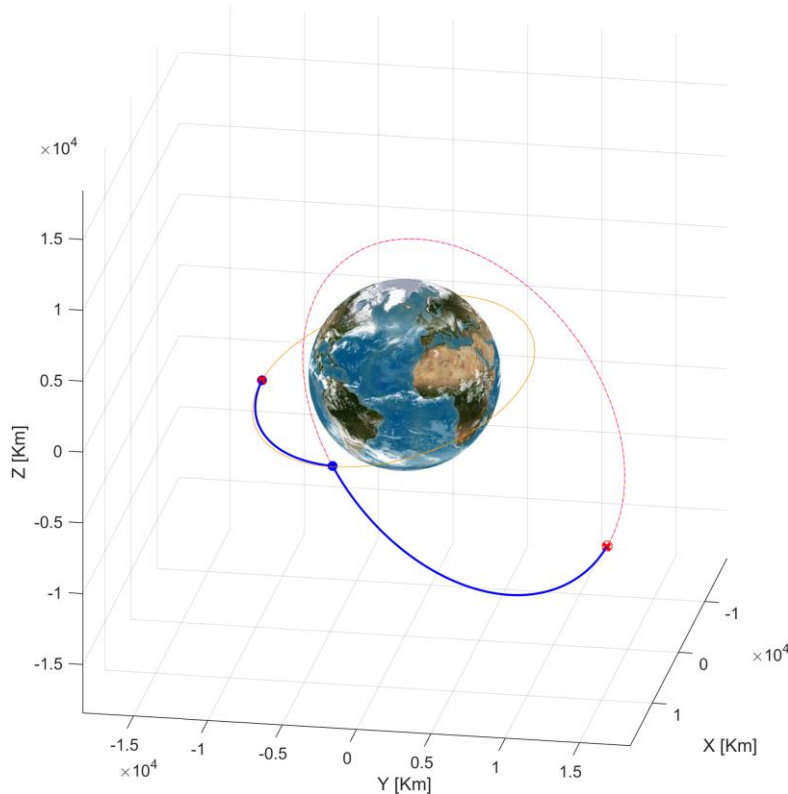


# Trasferimento biellittico





# Trasferimento 'intersezione'



intersezione

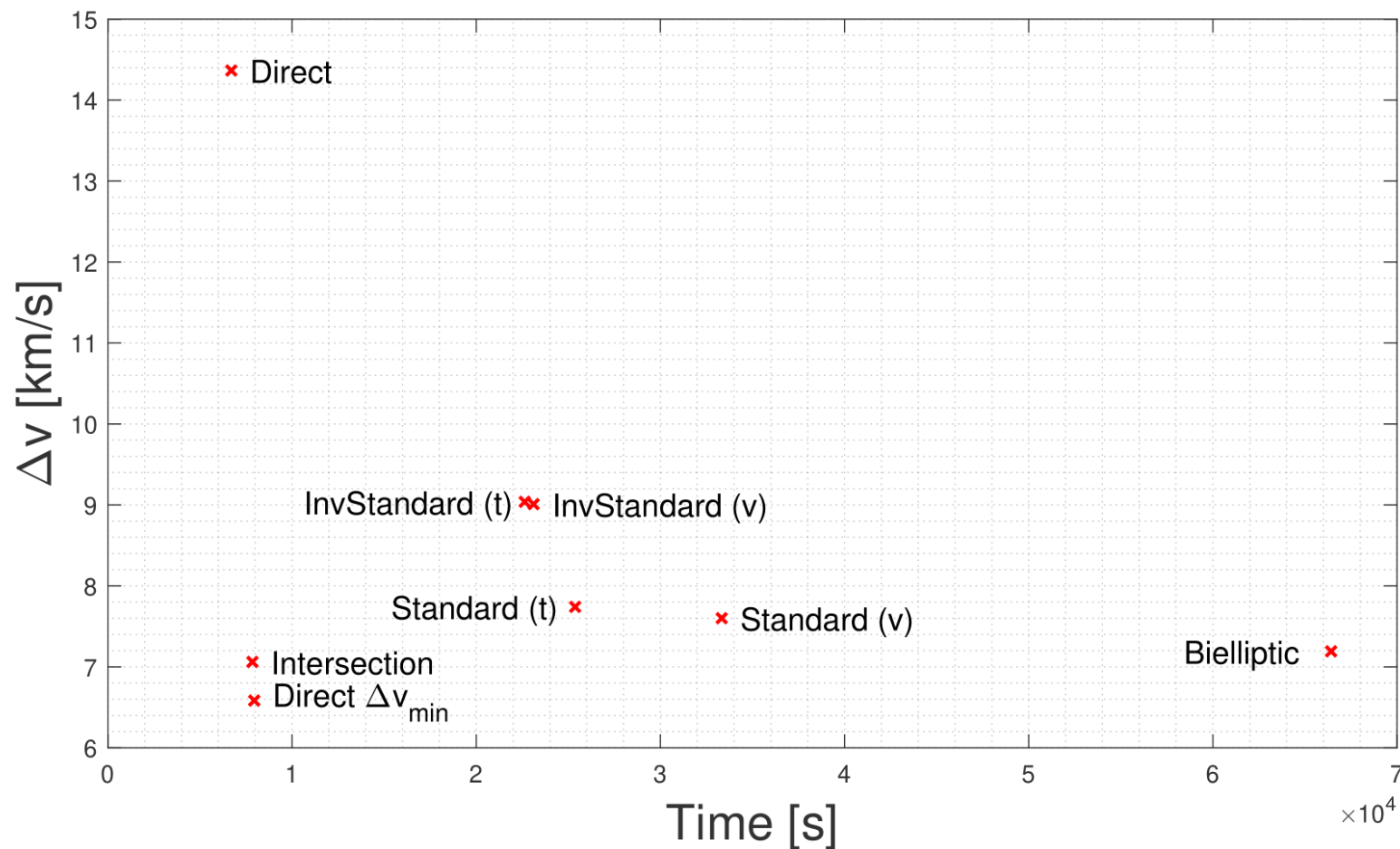
Manovra di trasferimento  
effettuata nel punto  
iniziale per raggiungere  
l'orbita finale

Adattamento di forma e  
piano all'orbita finale nel  
punto di intersezione

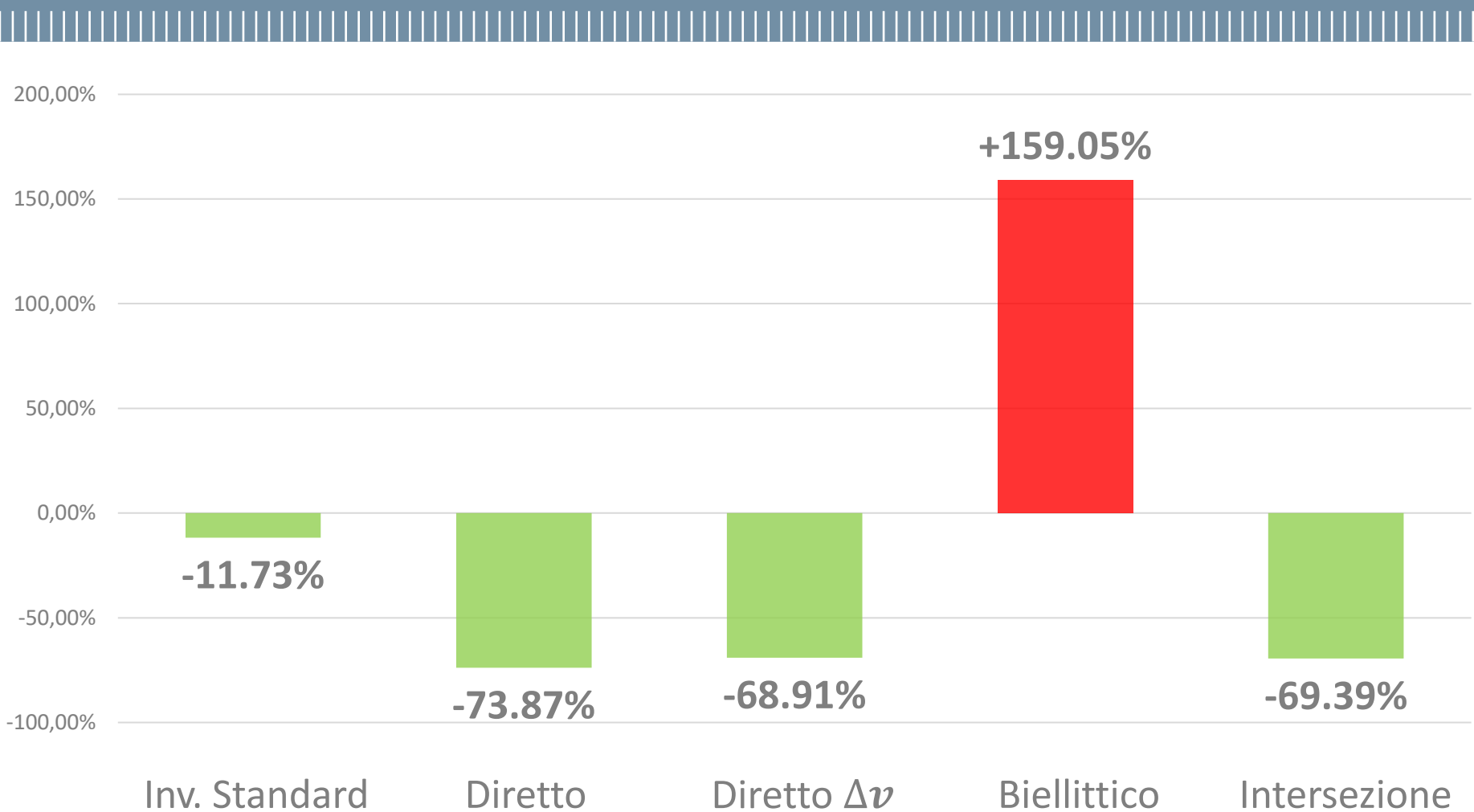
- $\Delta v$  e  $\Delta t$  fortemente **ridotti**
- Cambio forma e piano effettuati sull'orbita iniziale per ottenere l'**intersezione** con la finale
- Manovra **efficiente** ed **efficace**

| $\Delta v$ [km/s] | $\Delta t$ [s] | $\Delta t$ [hr] | Massa combustibile [%] |
|-------------------|----------------|-----------------|------------------------|
| 7.0185            | 7816.0531      | 2,17            | 87.2099                |

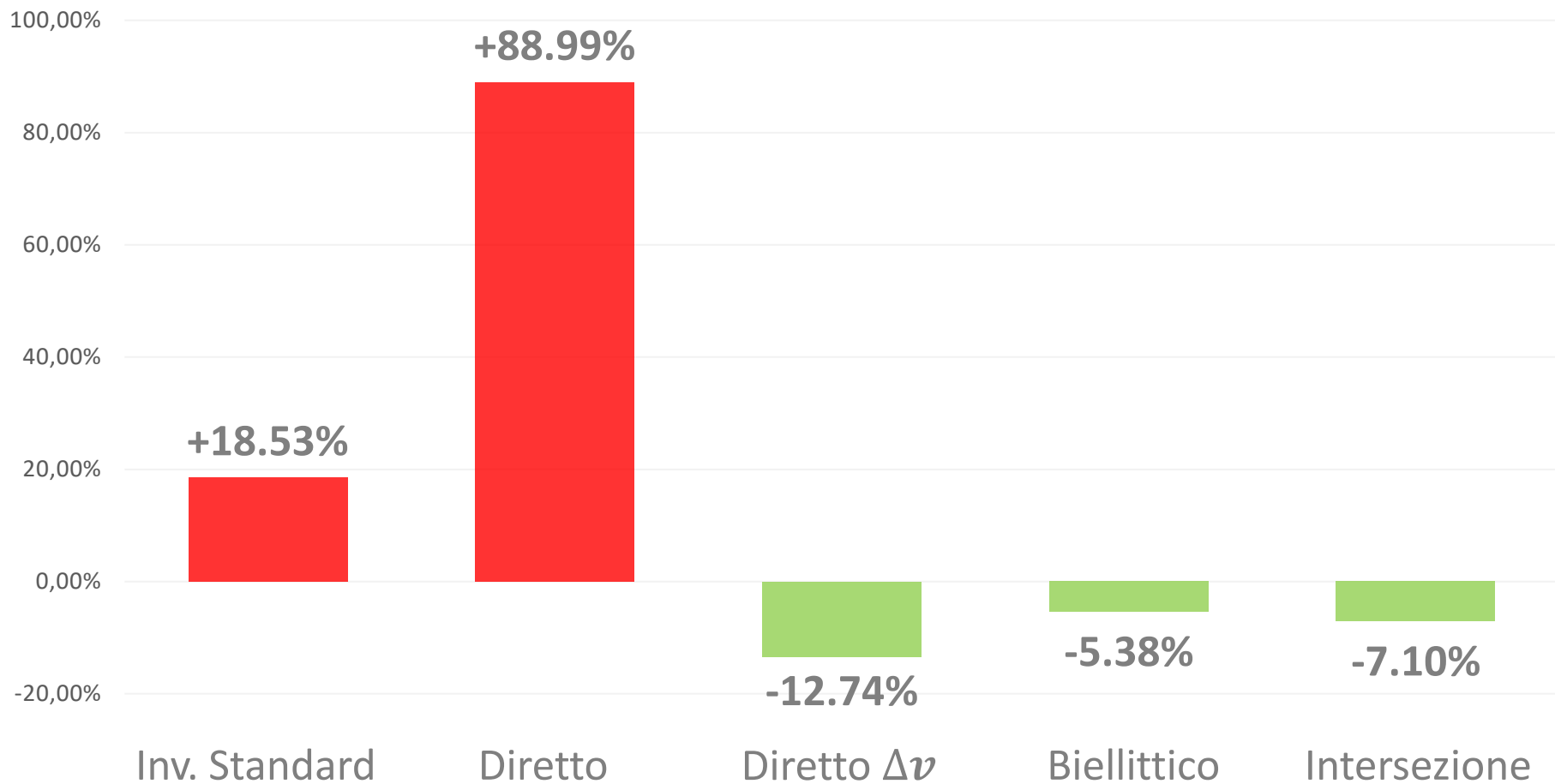
# Trasferimenti a confronto



# Variazione dei $\Delta t$ dei trasferimenti rispetto al trasferimento standard (ottimizzato per $\Delta t$ )



# Variazione dei $\Delta v$ dei trasferimenti rispetto al trasferimento standard (ottimizzato per $\Delta v$ )





**POLITECNICO**  
MILANO 1863

**Grazie per l'attenzione!**



# Trasferimento standard ottimizzato per $\Delta v$

| Standard Transfer (Bitangent A-A) - $\Delta v$ optimized |            |        |         |                |                |                |                      |
|--|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]  | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 2411.2469  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 3.6863         | 5.7700               |
|  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 3.6863         |                      |
| 5693.1925  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 5.9068         | 0.4341               |
|  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 5.3956         | 0.3764         |                      |
| 9945.3806  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 5.3956         | $\pi$          | 1.0738               |
|  | 14477.7274 | 0.2718 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 0              |                      |
| 18613.6384   | 14477.7274 | 0.2718 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | $\pi$          | 0.3230               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | $\pi$          |                      |
| 33329.2874   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |

# Trasferimento standard ottimizzato per $\Delta t$

| Standard Transfer (Bitangent P-P) - $\Delta t$ optimized |            |        |         |                |                |                |                      |
|--|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]  | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 2411.2469  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 3.6863         | 5.7700               |
|  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 3.6863         |                      |
| 5693.1925  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 5.9068         | 0.4341               |
|  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 5.3956         | 0.3764         |                      |
| 14668.3678   | 9658.0703  | 0.0915 | 0.9526  | 2.5510         | 5.3956         | 0              | 0.4237               |
|  | 8470.3429  | 0.0358 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | $\pi$          |                      |
| 18547.4834   | 8470.3429  | 0.0358 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 0              | 1.1130               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 0              |                      |
| 25639.3816   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |

# Trasferimento standard inverso ottimizzato per $\Delta v$

| Inverted standard (Bitangent P-A) - $\Delta v$ optimized |            |        |         |                |                |                |                      |
|--|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]  | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 6163.9915  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              | 0.8027               |
|  | 13593.6379 | 0.3546 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              |                      |
| 14050.5000   | 13593.6379 | 0.3546 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | $\pi$          | 0.0907               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | $\pi$          |                      |
| 16644.9338   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 3.6863         | 3.8604               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 3.6863         |                      |
| 18848.4308   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 4.3360         | 4.2558               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 1.9472         |                      |
| 23114.5090   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |

# Trasferimento standard inverso ottimizzato per $\Delta t$

| Inverted standard (Bitangent A-P) - $\Delta t$ optimized |            |        |         |                |                |                |                      |
|--|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]  | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 1441.0043  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | $\pi$          | 0.1154               |
|  | 9354.4324  | 0.1270 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | $\pi$          |                      |
| 5943.0240  | 9354.4324  | 0.1270 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              | 0.8068               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              |                      |
| 16161.2087   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 3.6863         | 3.8604               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 3.6863         |                      |
| 18364.7057   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 6.1483         | 4.3360         | 4.2558               |
|  | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 1.9472         |                      |
| 22630.7839   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |

# Trasferimenti diretti

| Direct (Starting - Ending points) |            |        |         |                |                |                |                   |
|-----------------------------------|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| t [s]                             | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$ [km/s] |
| 0                                 | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                 |
| 0                                 | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | 9.4736            |
|                                   | 13692.9154 | 0.3400 | 1.9389  | 1.4555         | 2.3207         | 0.9944         |                   |
| 6700.1589                         | 13692.9154 | 0.3400 | 1.9389  | 1.4555         | 2.3207         | $\pi$          | 4.8916            |
|                                   | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         |                   |
| 6700.1589                         | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                 |

| Direct optimized for $\Delta v_{min}$ |            |        |         |                |                |                |                   |
|---------------------------------------|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| t [s]                                 | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$ [km/s] |
| 0                                     | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                 |
| 2035.3146                             | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 3.4732         | 1.6688            |
|                                       | 9142.7952  | 0.1542 | 0.4218  | 1.6458         | 1.2376         | 2.8739         |                   |
| 2532.9570                             | 9142.7952  | 0.1542 | 0.4218  | 1.6458         | 1.2376         | $\pi$          | 4.9636            |
|                                       | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 1.3823         |                   |
| 7971.6116                             | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                 |



| Bielliptic |            |        |         |                |                |                |                      |
|------------|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]      | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0          | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 6163.9915  | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              | 1.8316               |
|            | 32886.9904 | 0.7332 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 0              |                      |
| 35840.8157 | 32886.9904 | 0.7332 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | $\pi$          | 1.6927               |
|            | 35658.8796 | 0.5985 | 1.2737  | 2.1143         | 0.3497         | $\pi$          |                      |
| 66417.6263 | 35658.8796 | 0.5985 | 1.2737  | 2.1143         | 0.3497         | 5.1383         | 3.6675               |
|            | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         |                      |
| 66417.6263 | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |

# Intersezione

| Intersection |            |        |         |                |                |                |                      |
|--------------|------------|--------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| t [s]        | a [km]     | e [-]  | i [rad] | $\Omega$ [rad] | $\omega$ [rad] | $\theta$ [rad] | $\Delta v$<br>[km/s] |
| 0            | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | -                    |
| 0            | 9658.0703  | 0.0915 | 0.3455  | 0.9218         | 1.3142         | 2.3232         | 0.4434               |
|              | 10205.1187 | 0.0055 | 0.3483  | 0.9262         | 1.8566         | 1.7766         |                      |
| 2246.4291    | 10205.1187 | 0.0055 | 0.3483  | 0.9262         | 1.8566         | $\pi$          | 6.5751               |
|              | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 1.3011         |                      |
| 7816.0531    | 13290.0000 | 0.3855 | 0.9526  | 2.5510         | 2.2540         | 3.0360         | -                    |