Gegevensstructuren en algoritmen

Practicum 1: Sorteeralgoritmes

Author:
Stef Tweepenninckx, r0677232

30 maart 2018

Inleiding

In dit verslag, dat ik moet maken voor het vak *Gegevensstructuren en algoritmen*, zoek ik het antwoord op de onderzoeksvraag *"Hoe efficiënt zijn selection sort, insertion sort, en quicksort op random data?"*

Om het antwoord op deze vraag heb ik de drie sorteeralgoritmes geïmplementeerd en een aantal experimenten uitgevoerd. Deze experimenten worden verder beschreven.

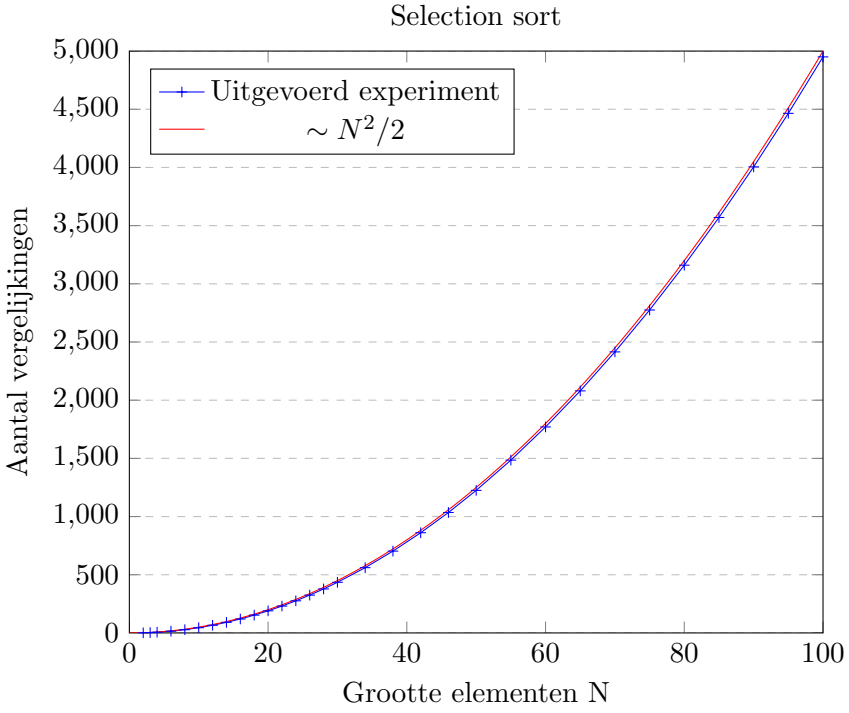
Aantal vergelijkingen

Selection sort

Werking selection sort Selection sort is een van de meest eenvoudige sorteeralgoritmen. We doorlopen de array op zoek naar het kleinste element, waarna we dit element verwisselen met het eerste element van de array. Herhaal deze stappen tot we op het einde van de array zitten en de array gesorteerd is.

Verwachtingen Bij selection sort verwachten we dat het aantal vergelijkingen, voor een array van N elementen, groeit volgens $\sim \frac{N^2}{2}$.

Experiment
We voeren selection sort uit op random gegenereerde arrays. De geplotte data (zie Tabel 3 in bijlagen) van de uitvoering van selection sort voor arrays met verschillend aantal elementen N:



Conclusie experiment Op bovenstaande grafiek kunnen we duidelijk zien dat de experimenten overeenkomen met de verwachte resultaten. De eventuele lichte afwijkingen kunnen we toeschrijven aan het feit dat we met random gegenereerde data zitten. Tussen deze random arrays kunnen arrays zitten die al (deels) gesorteerd zijn. Hierdoor hebben we dus minder vergelijkingen dan verwacht.

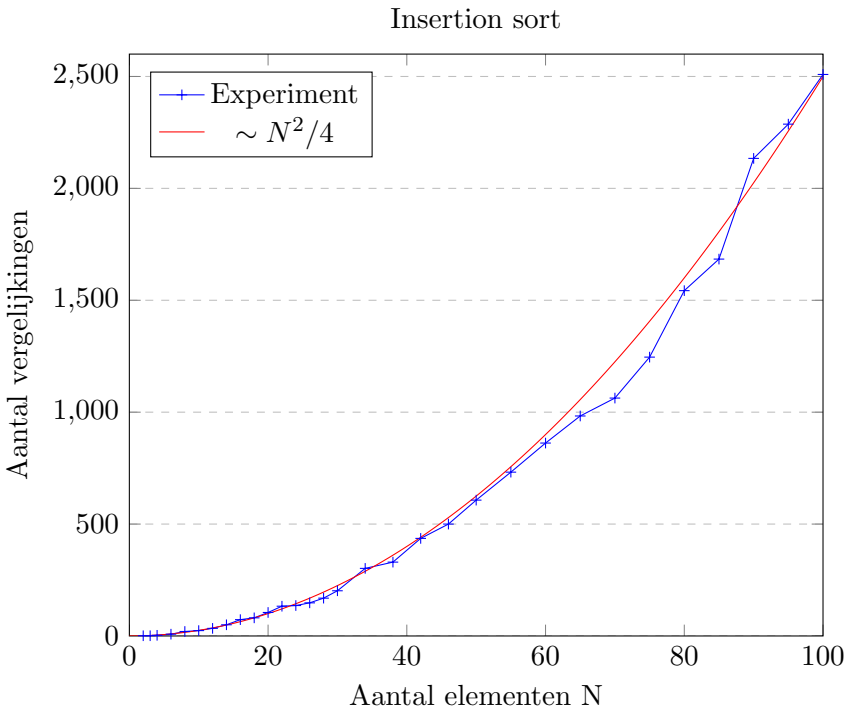
We kunnen ook zien dat het aantal vergelijkingen zeer snel stijgt met het aantal elementen. Hieruit kunnen we afleiden dat selection sort inefficïent is voor arrays met een groot aantal elementen.

Insertion sort

Werking insertion sort Insertion sort is net als selection sort een eenvoudig sorteeralgoritme. We doorlopen de array van links naar rechts. Als het huidige element kleiner is dan een van de voorgaand elementen, verschuiven we het huidige element naar voor tot er geen kleiner element voor het huidige staat.

Verwachtingen Bij insertion sort verwachten we dat het aantal vergelijkingen, voor een array van N elementen, groeit volgens $\sim \frac{N^2}{4}$. In het worst-case geval (een array die gesorteerd is van groot naar klein) groeit het aantal vergelijkingen volgens $\sim \frac{N^2}{2}$

Experiment
We voeren insertion sort uit op random gegenereerde arrays. De geplotte data (zie Tabel 4 in bijlagen) van de uitvoering van insertion sort voor arrays met verschillend aantal elementen N:



Conclusie experiment Op bovenstaande grafiek kunnen we opnieuw zien dat de experimenten overeenkomen met de verwachte resultaten. De resultaten wijken wel meer af van de verwachte resultaten dan bij selection sort. Dit komt omdat het eventuele al (deels) gesorteerd zijn van de arrays, een grotere invloed heeft op het aantal vergelijkingen dan bij selection sort. Bij

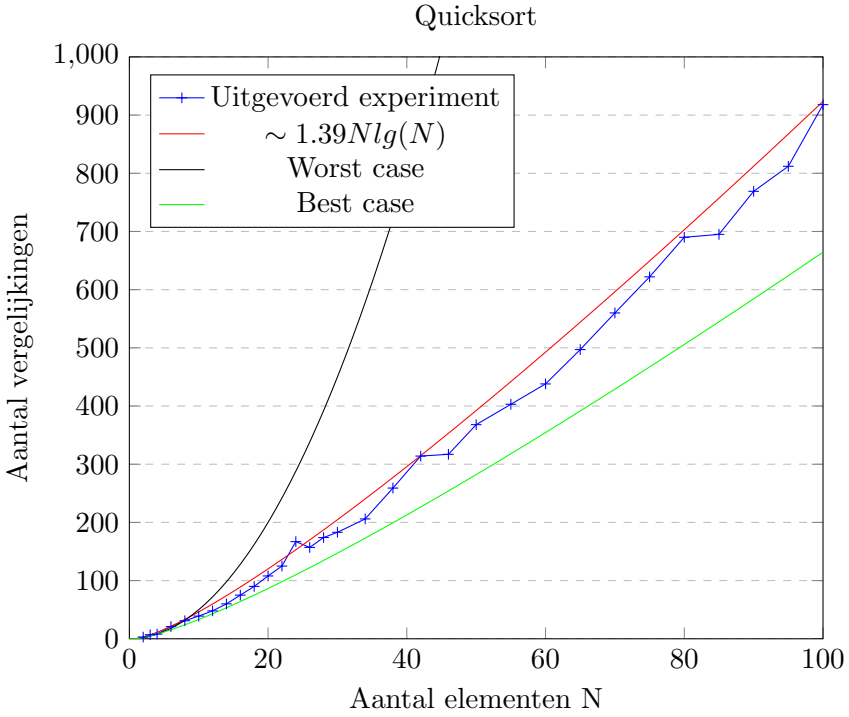
selection sort vergelijken we namelijk enkel met het eerste element, waar we bij insertion sort met elk voorgaand element vergelijken. Het aantal vergelijkingen stijgt ook bij insertion sort snel met het aantal elementen, maar minder dan bij selection sort. Hieruit kunnen we afleiden dat insertion sort een zeer goed algoritme is voor arrays met weinig elementen. Daarom wordt insertion sort vaak gebruikt als cutoff bij quicksort indien er weinig elementen te sorteren zijn.

Quicksort

Werking quicksort Quicksort is een recursief sorteeralgoritme en daardoor iets minder eenvoudig dan voorgaande. We kiezen een pivot, meestal het 1e element, en vergelijken alle andere elementen uit de array hiermee. Zo delen we de array op in 3 delen: de pivot, elementen kleiner dan de pivot, en elementen groter dan de pivot. Dit herhalen we dan op de 2 deelarrays, enz.

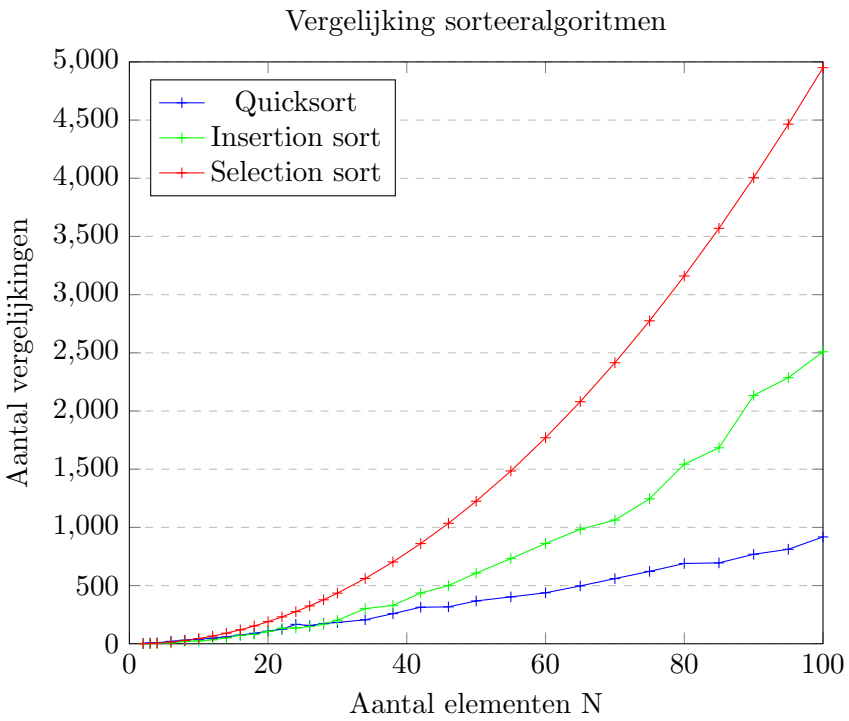
Verwachtingen Bij quicksort verwachten we dat het aantal vergelijkingen, voor een array van N elementen, groeit volgens $\sim 1.39nlg(n)$.

Experiment
We voeren quicksort uit op random gegenereerde arrays. De geplotte data (zie Tabel 5 in bijlagen) van de uitvoering van quicksort voor arrays met verschillend aantal elementen N:



Conclusie experiment De resultaten van dit experiment komen overeen met de verwachte waarden. Opnieuw zijn er aantal lichte afwijkingen, maar ze bevinden zich mooi tussen de best en worst case van quicksort. De reden van afwijking bij quicksort is de keuze van de pivot, deze deelt de array niet altijd perfect in twee en dit kan leiden tot meer of minder vergelijkingen dan verwacht.

Algemene conclusie 1

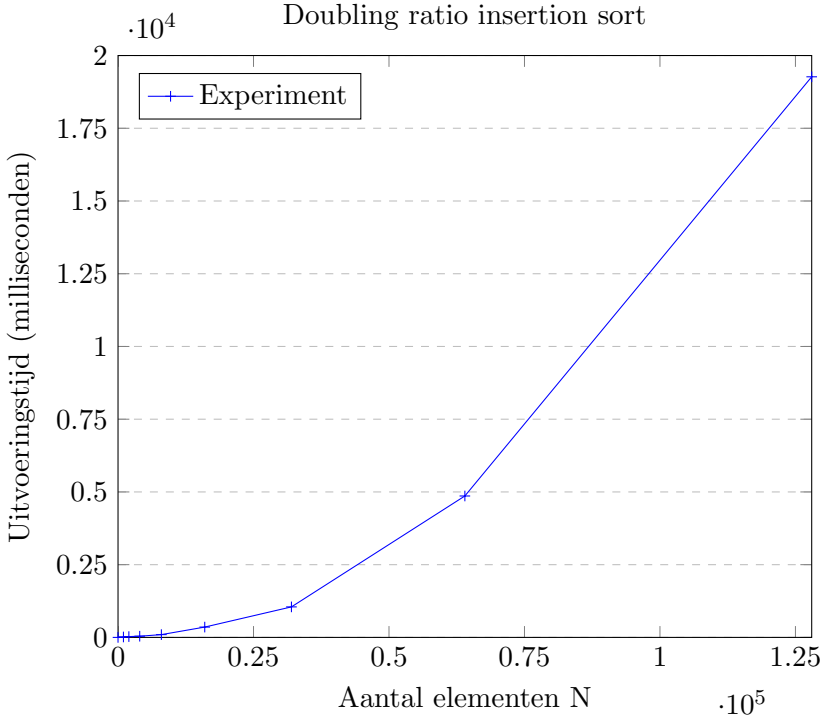


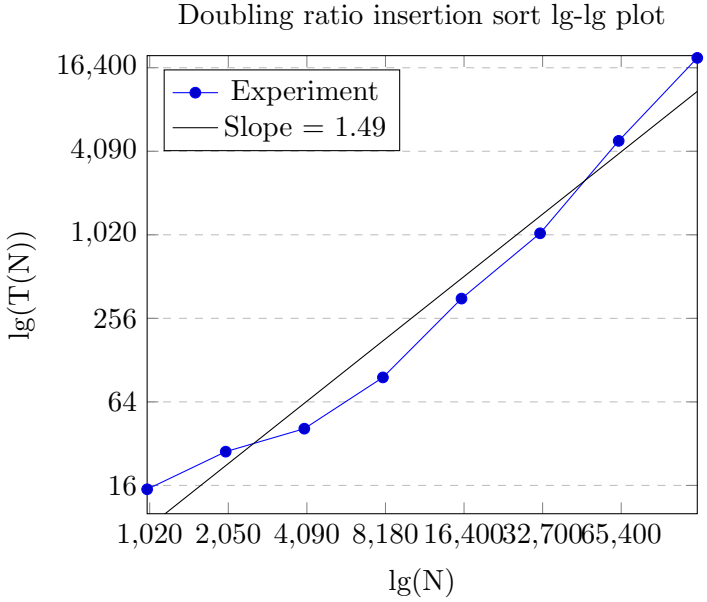
Zoals we duidelijk kunnen zien is quicksort het meest efficiënte algoritme voor arrays met een groot aantal elementen. Bij een klein aantal elementen, < 20, ligt het aantal vergelijkingen echter heel dicht bij elkaar. Vooral bij insertion sort en quicksort is het verschil zeer klein. Zoals eerder gezegd is dit een van de redenen dat insertion sort soms gebruikt wordt als cutoff bij quicksort voor een klein aantal elementen.

Doubling ratio

Insertion sort

We voeren het doubling ratio experiment uit en plotten de resultaten:





We krijgen een rechte met een slope van 1.49, $T(N) = aN^b$ en b = 1.49. Om de voorspelling te kunnen maken voor de uitvoeringstijd met N = 1024000, moeten we dus eerst a berekenen. Dit doen we door de vergelijking $1049 = a \times 32000^{1.49}$ op te lossen en dit geeft ons $a = 0.203 \times 10^{-3}$.
Nu kunnen we een voorspelling maken voor N = 1024000, immers $T(N) = 0.203 \times 10^{-3} N^{1.49}$. Als we N = 1024000 invullen, krijgen we T(1024000)= 183165 milliseconden.

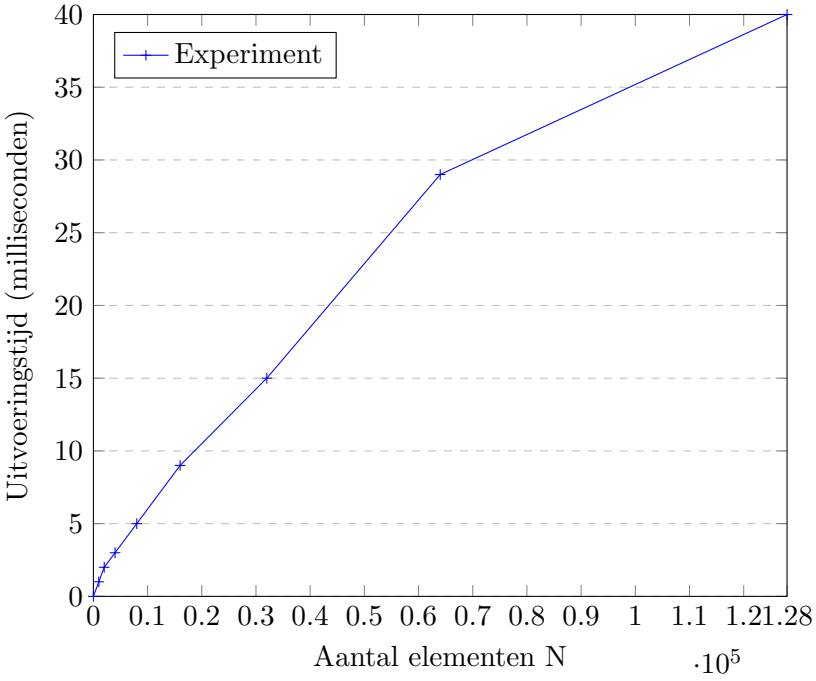
N	**Tijd (milliseconden)**	**ratio**	**lg ratio**
1000	15	-	-
2000	28	1.9	0.93
4000	41	1.5	0.58
8000	96	2.3	1.20
16000	355	3.7	1.89
32000	1049	3	1.58
64000	4861	4.6	2.20
128000	19269	4	2

Tabel 1: Doubling ratio insertion sort

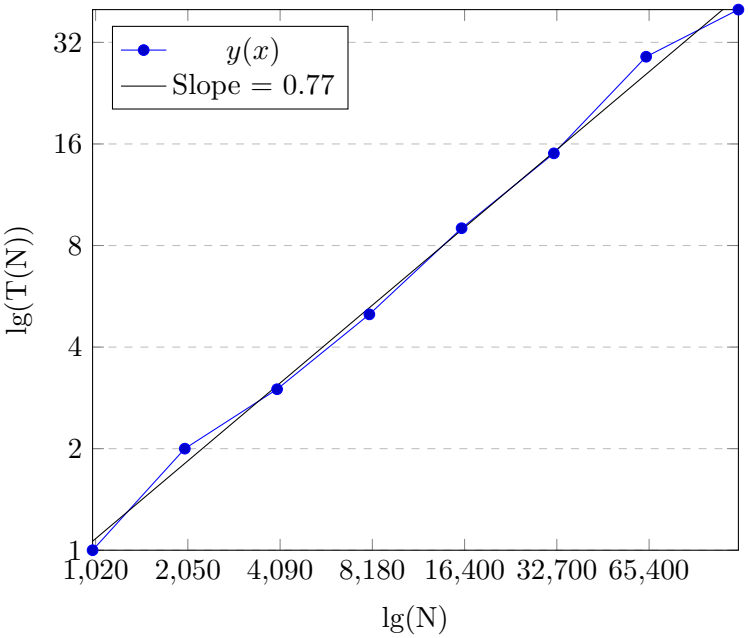
Quicksort

We voeren het doubling ratio experiment uit en plotten de resultaten:

Doubling ratio quicksort



Doubling ratio quicksort lg-lg plot

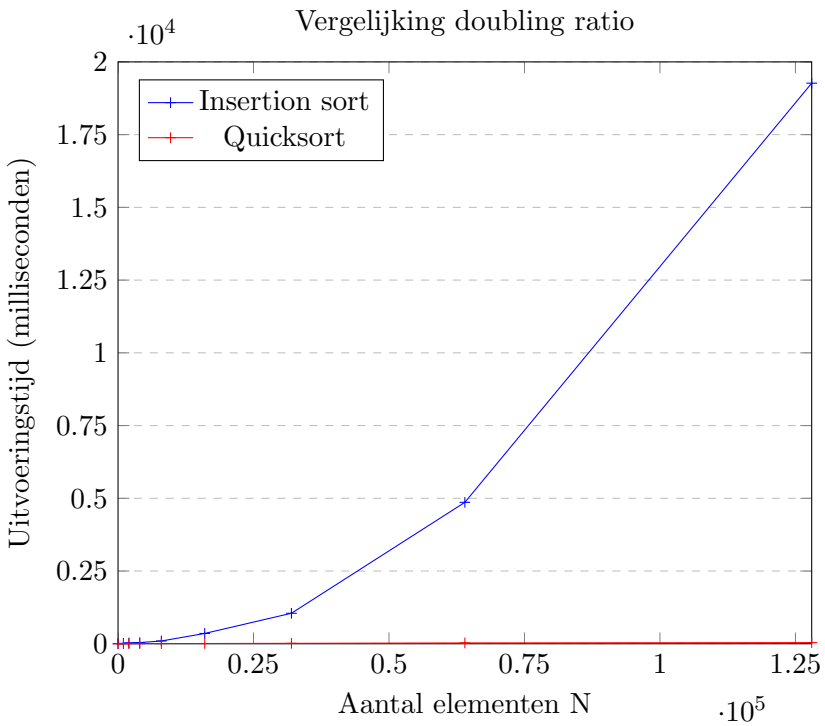


We krijgen een rechte met een slope van 0.77, $T(N) = aN^b$ en b = 0.77. Om de voorspelling te kunnen maken voor de uitvoeringstijd met N = 1024000, moeten we dus eerst a berekenen. Dit doen we door de vergelijking $15 = a \times 32000^{0.77}$ op te lossen en dit geeft ons $a = 0.509 \times 10^{-2}$.
Nu kunnen we een voorspelling maken voor N = 1024000, immers $T(N) = 0.509 \times 10^{-2} N^{0.77}$. Als we N = 1024000 invullen, krijgen we T(1024000)= 216 milliseconden.

N	**Tijd (milliseconden)**	**ratio**	**lg ratio**
1000	1	-	-
2000	2	2	1
4000	3	1.5	0.58
8000	5	1.7	0.77
16000	9	1.8	0.85
32000	15	1.7	0.77
64000	29	1.9	0.93
128000	40	1.4	0.49

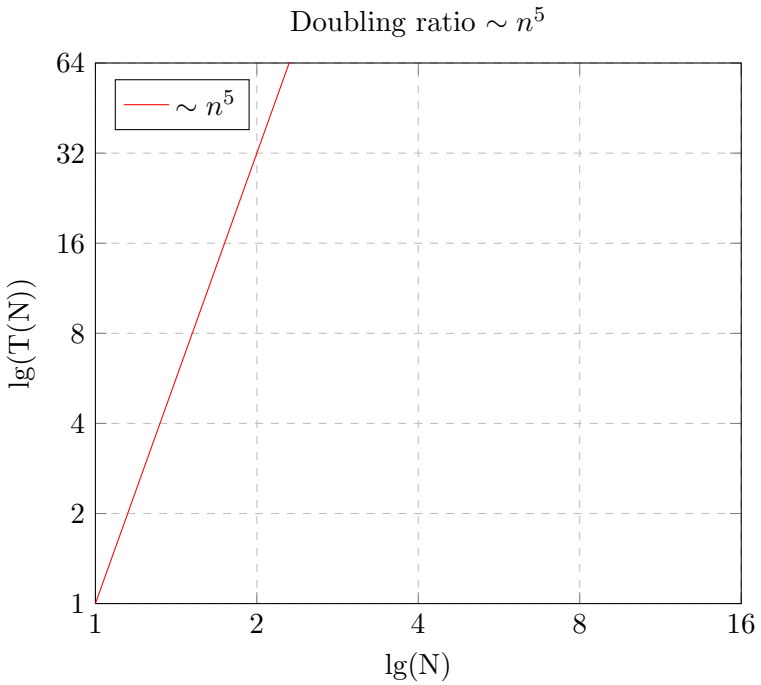
Tabel 2: Doubling ratio quicksort

Algemene conclusie 2



Opnieuw is duidelijk zichtbaar dat quicksort veel sneller werkt voor arrays met zeer veel elementen.

Doubling ratio $\sim n^5$



Om de doubling ratio van $\sim n^5$ te weten te komen, plotten we $\sim n^5$ op een lg-lg grafiek. Met graphing software heb ik de slope van de rechte berekend, b is ongeveer 10. We weten dat de doubling ratio gelijk is aan 2^b en dus 1024.

Algemene conclusie

Uit de experimenten blijkt dat naarmate het aantal elementen stijgt, selection- en insertion sort aanzienlijk meer werk/tijd in beslag neemt. Voor kleine aantallen blijven ze wel zeer geschikt.

Bijlagen

N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen
2	1	20	190	50	1225
3	3	22	231	55	1485
4	6	24	276	60	1770
6	15	26	325	65	2080
8	28	28	378	70	2415
10	45	30	435	75	2775
12	66	34	561	80	3160
14	91	38	703	85	3570
16	120	42	861	90	4005
18	153	46	1035	95	4465
				100	4950

Tabel 3: Data selection sort

N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen
2	1	20	105	50	607
3	1	22	133	55	732
4	3	24	136	60	862
6	8	26	148	65	983
8	20	28	169	70	1063
10	24	30	202	75	1246
12	34	34	302	80	1543
14	50	38	330	85	1684
16	73	42	436	90	2134
18	81	46	500	95	2287
				100	2509

Tabel 4: Data insertion sort

N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen	N	Aantal vergelijkingen
2	3	20	108	50	368
3	7	22	125	55	403
4	8	24	167	60	438
6	21	26	157	65	497
8	31	28	174	70	560
10	39	30	183	75	622
12	48	34	206	80	690
14	60	38	259	85	695
16	75	42	314	90	769
18	90	46	317	95	812
				100	918

Tabel 5: Data quicksort