

# LOGICA VOOR INFORMATICI

---

**Antwoorden Theorievragen 2017-2018**

---

*Authors:*

STEF TWEOPENNINCKX

1 FEBRUARI 2018

## Inhoudsopgave

<b>Belangrijke definities</b>	<b>1</b>
Term en formule . . . . .	1
Structuur . . . . .	1
Formule A is waar in structuur U . . . . .	1
Logische waarheid, consistentie, equivalentie, tegenstrijdigheid . . .	2
Inferentie . . . . .	2
Een afbeelding is berekenbaar dmv een registermachine . . . . .	2
<b>Oefeningen en inzichtsvragen</b>	<b>2</b>
<b>Stellingen</b>	<b>2</b>

## Belangrijke definities

### Term en formule

**Een term** is een string die kan bekomen worden door herhaaldelijke toepassing van de volgende regels:

- Een objectsymbool is een term.
- Als  $t_1, \dots, t_n$  termen zijn en  $G$  een  $n$ -voudige functiesymbool, dan is  $G(t_1, \dots, t_n)$  een term.

**Een formule** is een string die kan bekomen worden door herhaaldelijke toepassing van de volgende regels:

- Als  $t_1, \dots, t_n$  termen zijn en  $P/n$  een relatiesymbool van ariteit  $n$ , dan is  $P(t_1, \dots, t_n)$  een formule. We noemen dit een **atoom**.
- Als  $t_1, t_2$  termen zijn, dan is  $t_1 = t_2$  een formule. Dit noemen we een gelijkheidsatoom.
- Als  $A, B$  formules zijn, dan zijn  $(\neg A)$ ,  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \implies B)$  en  $(A \iff B)$  ook formules.
- Als  $x$  een variabele is en  $A$  een formule, dan zijn  $(\exists x : A)$  en  $(\forall x : A)$  ook formules.

### Structuur

Een structuur  $U$  bestaat uit een niet-lege verzameling  $D_U$ , het domein of universum van  $U$ , en een toekenning van waarden  $\tau^U$  aan niet-logische symbolen  $\tau$ :

- De waarde  $c^U$  voor een objectsymbool  $c$  is een element uit het domein  $D_U$ .  $c$  kan zowel een variabele als constante zijn.
- De waarde  $F^U$  voor een functie-symbool  $F/n$ : is een functie die  $n$ -tallen uit het domein op elementen van het domein afbeeldt.
- De waarde  $P^U$  voor een predikaatsymbool  $P/n$  is een  $n$ -voudige relatie  $P^U$  in  $D_U$ , dus  $P^U \subset D_U^n$ .

We noemen  $\tau^U$  de waarde of interpretatie van  $\tau$  in  $U$ .

### Formule $A$ is waar in structuur $U$

**Definitie 1** in formularium.

## **Logische waarheid, consistentie, equivalentie, tegenstrijdigheid**

### **Logische waarheid**

Een logische formule  $A$  is logisch waar, of is een **tautologie** als ze waar is in alle structuren  $U$  die  $A$  interpreteren. Notatie:  $\models A$

### **Logische consistentie**

Een logische formule  $A$  is logisch consistent als ze waar is in minstens één structuur.

### **Logische equivalentie**

$A$  is logisch equivalent met  $B$  indien  $A$  en  $B$  dezelfde waarheidswaarde hebben.

### **Logische tegenstrijdigheid**

Een logische formule  $A$  is logisch inconsistent, tegenstrijdig of contradicto-  
risch als er geen structuur bestaat waarin  $A$  waar is.

## **Inferentie**

Een inferentieprobleem is een probleem met een input en een gewenste output. De input bestaat uit één of meerdere logische objecten. Hiermee bedoelen we:

- een symbool of vocabularium
- een waarde uit een domein
- een structuur: een toekenning van waardes aan symbolen
- een logische uitdrukking: een term, een verzamelingenuitdrukking, een formule of zin, een theorie.

De output bestaat uit één of meerdere logische objecten die aan een bepaalde logische voorwaarde in termen van de invoer voldoen.

## **Een afbeelding is berekenbaar dmv een registermachine**

Een afbeelding is berekenbaar dmv een registermachine als er een registermachine  $M$  bestaat die bij iedere input  $a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathbb{N}$  stopt na een eindig aantal stappen met output  $f(a_1, \dots, a_k)$ .

We zeggen dat  $R$  semi-beslisbaar is dmv een registermachine als er een registermachine bestaat die voor elke input  $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in R$  eindigt en 1 antwoordt en voor elke input  $(a_1, a_2, \dots, a_n) \notin R$  eindigt en 0 antwoordt ofwel niet eindigt.

**Oefeningen en inzichtsvragen**

**Stellingen**