# Лабораторная работа № 1

**Выполнил –** Донских Дмитрий Павлович (гр. 2.2)

**Задание 1**

Для каждого из приведённых лямбда-выражений найдите из предложенных вариантов ему альфа- эквивалентное и обоснуйте Ваш выбор.

1. 𝜆𝑥𝑦. 𝑥𝑧 = (𝜆x.(𝜆y. xz))

a) 𝜆𝑥𝑧. 𝑥𝑧

b) 𝜆𝑚𝑛. 𝑚𝑧 = заменими «m» на «x», «n» на «y», получим 𝜆𝑥𝑦. 𝑥𝑧

c) 𝜆𝑧(𝜆𝑥). 𝑥𝑧

2. 𝜆𝑥𝑦. 𝑥𝑥𝑦

a) 𝜆𝑚𝑛. 𝑚𝑛𝑝

b) 𝜆𝑥(𝜆𝑦). 𝑥𝑦

c) 𝜆𝑎𝑏. 𝑎𝑎𝑏 = заменими «a» на «x», «b» на «y», получим 𝜆𝑥𝑦. 𝑥𝑥𝑦

3. 𝜆 𝑥𝑦𝑧. 𝑧𝑥

a) 𝜆𝑥. (𝜆𝑦). (𝜆𝑧)

b) 𝜆𝑡𝑜𝑠. 𝑠𝑡 = заменими «t» на «x», «s» на «z», «o» на «y», получим 𝜆𝑥𝑦z. z𝑥

c) 𝜆𝑚𝑛𝑝. 𝑚𝑛

# Задание 2

Определите, какие из следующих выражений являются комбинаторами и обоснуйте Ваш выбор.

1. 𝜆𝑥. 𝑥𝑥𝑥 - комбинатор (нет свободных переменных)

2. 𝜆𝑥𝑦. 𝑧𝑥

3. 𝜆𝑥𝑦𝑧. 𝑥𝑦(𝑧𝑥) – комбинатор (нет свободных переменных)

4. 𝜆𝑥𝑦𝑧. 𝑥𝑦(𝑧𝑥𝑦) – комбинатор (нет свободных переменных)

5. 𝜆𝑥𝑦. 𝑥𝑦(𝑧𝑥𝑦)

# Задание 3

Определите, какие из следующих выражений могут быть редуцированы к бета-нормальной форме, а какие из них расходятся. Обоснуйте Ваш ответ.

1. 𝜆𝑥. 𝑥𝑥𝑥 - (𝜆𝑥. 𝑥𝑥𝑥)a = aaa

2. (𝜆𝑧. 𝑧𝑧)(𝜆𝑦. 𝑦𝑦)

[z:= (𝜆𝑦. 𝑦𝑦)]

(𝜆𝑦. 𝑦𝑦) (𝜆𝑦. 𝑦𝑦)

[y:= (𝜆𝑦. 𝑦𝑦)]

(𝜆𝑦. 𝑦𝑦) (𝜆𝑦. 𝑦𝑦)

….

И так до бесконечности ….

3. (𝜆𝑥. 𝑥𝑥𝑥)𝑧 – получим zzz

# Задание 4

Произведите бета-редукцию следующих выражений к нормальной форме, зафиксировав все промежуточные шаги преобразований.

1. (𝜆𝑎𝑏𝑐. 𝑐𝑏𝑎)𝑧𝑧(𝜆𝑤𝑣. 𝑤)

2. (𝜆𝑥. 𝜆𝑦. 𝑥𝑦𝑦)(𝜆𝑎. 𝑎)𝑏

3. (𝜆𝑦. 𝑦)(𝜆𝑥. 𝑥𝑥)(𝜆𝑧. 𝑧𝑞)

4. (𝜆𝑧. 𝑧)(𝜆𝑧. 𝑧𝑧)(𝜆𝑧. 𝑧𝑦) – от 4 делать замену

Подсказка: используйте альфа-эквиваленцию для введения новых обозначений 5. (𝜆𝑥. 𝜆𝑦. 𝑥𝑦𝑦)(𝜆𝑦. 𝑦)𝑦

6. (𝜆𝑎. 𝑎𝑎)(𝜆𝑏. 𝑏𝑎)𝑐

7. (𝜆𝑥𝑦𝑧. 𝑥𝑧(𝑦𝑧))(𝜆𝑥. 𝑧)(𝜆𝑥. 𝑎)

Пример 1

1. (𝜆𝑎𝑏𝑐. 𝑐𝑏𝑎)𝑧𝑧(𝜆𝑤𝑣. 𝑤)
2. (𝜆𝑎. 𝜆𝑏. 𝜆𝑐. 𝑐𝑏𝑎)𝑧𝑧(𝜆𝑤. 𝜆𝑣. 𝑤)
3. [a := z]
4. (𝜆𝑏. 𝜆𝑐. 𝑐𝑏z)𝑧(𝜆𝑤. 𝜆𝑣. 𝑤)
5. [b := z]
6. (𝜆𝑐. 𝑐zz)(𝜆𝑤. 𝜆𝑣. 𝑤)
7. [c:= (𝜆𝑤. 𝜆𝑣. 𝑤)]
8. (𝜆𝑤. 𝜆𝑣. 𝑤)zz
9. [𝑤 := z]
10. z

Пример 2

1. (𝜆𝑥. 𝜆𝑦. 𝑥𝑦𝑦)(𝜆𝑎. 𝑎)𝑏
2. [x := (𝜆𝑎. 𝑎)]
3. (𝜆𝑦. (𝜆𝑎. 𝑎)𝑦𝑦)𝑏
4. [y := b]
5. (𝜆𝑎. 𝑎)bb
6. [a := b]
7. bb

Пример 3

1. (𝜆𝑦. 𝑦)(𝜆𝑥. 𝑥𝑥)(𝜆𝑧. 𝑧𝑞)
2. [y := (𝜆𝑥. 𝑥𝑥)]
3. (𝜆𝑥. 𝑥𝑥)(𝜆𝑧. 𝑧𝑞)
4. [x := (𝜆𝑧. 𝑧𝑞)]
5. (𝜆𝑧. 𝑧𝑞)(𝜆𝑧. 𝑧𝑞)
6. [z := (𝜆𝑧. 𝑧𝑞)]
7. (𝜆𝑧. 𝑧𝑞)q
8. [z := q]
9. qq

Пример 4

1. (𝜆𝑧. 𝑧)(𝜆a. aa)(𝜆b. b𝑦)
2. [z := (𝜆a. aa)]
3. (𝜆a. aa)(𝜆b. b𝑦)
4. [a := (𝜆b. by)]
5. (𝜆b. b𝑦)(𝜆b. b𝑦)
6. [b := (𝜆b. by)]
7. (𝜆b. b𝑦)y
8. [b := y]
9. yy

Пример 5

1. (𝜆𝑥. 𝜆𝑦. 𝑥𝑦𝑦)(𝜆a. a)c
2. [x := (𝜆a. a)]
3. (𝜆𝑦. (𝜆a. a)𝑦𝑦)c
4. [y := c]
5. (𝜆a. a)cc
6. [a := c]
7. cc

Пример 6

1. (𝜆𝑎. 𝑎𝑎)(𝜆𝑏. 𝑏𝑎)𝑐
2. [a := (𝜆𝑏. 𝑏𝑎)]
3. (𝜆𝑏. 𝑏𝑎)(𝜆𝑏. 𝑏𝑎)c
4. [b:= (𝜆𝑏. 𝑏𝑎)]
5. ((𝜆𝑏. 𝑏𝑎)a)c
6. [b:=a]
7. aac

Пример 7

1. (𝜆𝑥𝑦𝑧. 𝑥𝑧(𝑦𝑧))(𝜆b. c)(𝜆d. a)
2. (𝜆𝑥. 𝜆𝑦. 𝜆𝑧. 𝑥𝑧(𝑦𝑧))(𝜆b. c)(𝜆d. a)
3. [x:= (𝜆b. c)] [y:= (𝜆d. a)]
4. 𝜆𝑧. (𝜆b. c)𝑧((𝜆d. a)𝑧)
5. [z:= (𝜆b. c)]
6. 𝜆𝑧. (𝜆b. c)𝑧((𝜆d. a)𝑧)
7. (𝜆d. a)𝑧 = a
8. 𝜆𝑧. (𝜆b. c)za
9. (𝜆b. c)z = c
10. 𝜆𝑧. ca