



Programa 3: Algoritmo Genético para un Portafolio de Inversión de Dos Activos

Prof. Pedro T. Vera

Objetivo:

Modelar e implementar un algoritmo genético para maximizar el rendimiento y minimizar el riesgo de una cartera de inversión con dos activos financieros de forma conjunta.

Conceptos Básicos:

Activo: Los activos financieros son títulos o anotaciones contables que otorgan al comprador el derecho a recibir un ingreso futuro procedente del vendedor. Los activos financieros pueden ser emitidos por entidades económicas (empresas, comunidades autónomas, gobiernos...) y no suelen poseer un valor físico, como sí ocurre con los activos reales (como pueden ser un coche o una casa). Además, a diferencia de los activos reales, los activos financieros no incrementan la riqueza general de un país y no se contabilizan en el PIB, aunque impulsan la movilización de los recursos económicos reales, y contribuyen así al crecimiento de la economía. Gracias a los activos financieros, el comprador consigue una rentabilidad con el dinero que invierte, mientras que el vendedor se financia. Los activos financieros son, en resumen, derechos que adquiere el comprador sobre los activos reales del emisor, y el efectivo que estos generen. Recuperado de: <https://www.bbva.es/finanzas-vistazo/ef/fondos-inversion/activos-financieros.html>

Rendimiento financiero: El rendimiento financiero son las ganancias que obtienes al invertir tu dinero en instrumentos financieros.

Capital de inversión: Parte de los recursos financieros que se tienen disponibles para operar en el mercado.

Cartera de inversión: Un portafolio de inversión o cartera de inversión es un conjunto de activos financieros en los que una persona o empresa decide colocar o invertir su dinero, y repartir el riesgo al combinar diferentes instrumentos financieros.

Ejemplo: El portafolio $C(w_1, w_2, \dots, w_n)$, es una cartera en la cual se invierten distintos porcentajes del capital de inversión. La suma de los w_i debe ser la unidad. Lo cual representa que todo el capital está invertido en distintos activos. (los porcentajes destinados a cada activo pueden ser diferentes)

Rendimiento esperado de un activo individual (RE):

$$RE = \frac{1}{T} + \sum_{t=1}^T R_r$$

, donde $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$ (R_t , cuánto creció (disminuyó) el rendimiento de una acción con respecto al inicio del periodo).

Rendimiento esperado de dos activos financieros:

Supongamos que tenemos dos activos financieros A y B. Y un portafolio de inversión C (w_A, w_B), con w_A, w_B porcentajes de inversión para cada activo. El rendimiento esperado del portafolio es:

$$RE_C = w_1 * RE_A + w_2 * RE_B,$$

, donde RE_A y RE_B son los rendimientos individuales de los activos A y B respectivamente.

Ejemplo: Se tienen los siguientes rendimientos individuales para dos activos A y B durante los periodos $t=1, 2, 3$.

Periodo	R_{At}	R_{Bt}
1	2.5%	1.2%
2	3.1%	1.5%
3	3.9%	2.2%

Sus correspondientes rendimientos individuales esperados son:

$$RE_A = \frac{0.025 + 0.031 + 0.039}{3} = 0.0316 = 3.16\%$$

$$RE_B = \frac{0.012 + 0.015 + 0.022}{3} = 0.0163 = 1.63\%$$

(Observese que el rendimiento esperado de A es mayor que el de B)

Ahora supongamos que se tiene el monto total M a invertir en los activos A y B. Propondremos tres portafolios con distintos porcentajes de inversión en los distintos activos: Portafolios: $C_1(w_A, w_B) = C_1(0.5, 0.5)$, $C_2(w_A, w_B) = C_2(0.6, 0.4)$ y $C_3(w_A, w_B) = C_3(0.4, 0.6)$. Ahora calculemos los rendimientos para cada portafolio:

$$RE_{C1} = (0.5)(0.0316) + (0.5)(0.0163) = 0.0239 = 2.39\%$$

$$RE_{C2} = (0.6)(0.0316) + (0.4)(0.0163) = 0.0254 = 2.54\%$$

$$RE_{C3} = (0.4)(0.0316) + (0.6)(0.0163) = 0.0224 = 2.24\%$$

Si observamos, como el activo A tiene mayor rendimiento (3.16%) que el activo B. Al invertir más en A y menos en B se obtiene un mayor rendimiento para el portafolio C_2 . De forma contraria, al invertir más en el activo B que en A se obtiene un menor rendimiento para el portafolio C_3 .

Ahora hablaremos del riesgo:

Riesgo: La volatilidad financiera es un indicador del riesgo de un activo: a más volatilidad, es decir, mayores movimientos bruscos en su cotización, mayor riesgo de que la rentabilidad se desvíe de lo esperado.

Existen distintas estrategias para medir el riesgo, como: VaR, cVaR, Parkinson, etc. Pero podemos utilizar la propuesta de Markowitz, quien planteó como la aproximación al riesgo como la desviación estandar historica de una serie financiera.

El riesgo individual de un activo se puede calcular con la desviación estandar. De la misma forma, usaremos el cálculo de la desviación estandar para calcular el riesgo de un portafolio. Para ello, calcularemos la varianza conjunta.

Sean R_{At} y R_{Bt} los rendimientos individuales (de cada periodo) de los activos financieros A y B. Y sean R_A y R_B , sus rendimientos esperados.

Así, la varianza conjunta del portafolio de los dos activos A y B esta dada por:

$$\text{VAR}(R_A + R_B) = \frac{1}{T-1} + \sum_{t=1}^T ((R_{At} + R_{Bt}) - (R_A + R_B))^2$$

Simplificando esta expresión, se obtiene:

$$\text{VAR}(R_A + R_B) = \text{VAR}(R_A) + \text{VAR}(R_B) + 2 * \text{COV}(R_A, R_B),$$

Donde,

$$\text{COV}(R_A, R_B) = \frac{1}{T-1} + \sum_{t=1}^T (R_{At} - R_{EA})(R_{Bt} - R_{EB})$$

De lo anterior, para un portafolio con dos activos A y B, en donde se invierte la proporcion w_A en A y w_B en B, la varianza conjunta del portafolio, con los rendimientos R_A y R_B está dada por

$$\text{VAR}(w_A R_A + w_B R_B) = w_A^2 \text{VAR}(R_A) + 2w_A w_B \text{COV}(R_A, R_B) + w_B^2 \text{VAR}(R_B)$$

De acuerdo con el ejemplo que estamos manejando, los rendimientos esperados individuales son: $R_{EA} = 0.0316$ y $R_{EB} = 0.0163$, por lo que las varianzas individuales serían:

$$\begin{aligned} \text{VAR}(R_A) &= [(0.025 - 0.0316)^2 + (0.031 - 0.0316)^2 + (0.039 - 0.0316)^2] / (3 - 1) \\ \text{VAR}(R_A) &= 0.000049 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VAR}(R_B) &= [(0.012 - 0.0163)^2 + (0.015 - 0.0163)^2 + (0.022 - 0.0163)^2] / (3 - 1) \\ \text{VAR}(R_B) &= 0.000026 \end{aligned}$$

Calculamos la covarianza:

$$\begin{aligned} \text{COV}(R_A, R_B) &= [(0.025 - 0.0316)(0.012 - 0.0163) + (0.031 - 0.0316)(0.015 - 0.0163) + (0.039 - 0.0316)(0.022 - 0.0163)] / (3 - 1) \\ \text{COV}(R_A, R_B) &= 0.00036 \end{aligned}$$

Por último, calcularemos la varianza del portafolio:

Si se destina el 40% de la inversión al activo A y el 60% al activo B, es decir, se construye el portafolio $P(0.40,0.60)$, la varianza conjunta de P será:

$$\begin{aligned}\text{VAR}(P(0.4,0.6)) &= [(0.4)^2(0.000049) + 2(0.4)(0.6)(0.000036) + (0.6)^2(0.000026)] \\ &= 0.000036.\end{aligned}$$

Así, el correspondiente riesgo del portafolio es:

$$\text{RI} = \sqrt{\text{VAR}(P(0.4,0.6))} = 0.0059$$

ALGORITMO GENÉTICO

- a.- Generar una población de 10 individuos aleatorios dentro del espacio de búsqueda definido
- b.- Diseñar mínimo dos operaciones de cruce. Y usar el método de selección de ruleta
- c.- Diseñar una operación de mutación (que no se escape del espacio definido)
- d.- Usar elitismo de los mejores dos individuos
- e.- Graficar las soluciones encontradas y resaltar con diferente color cada generación. Sugerencia: Usar un gráfico en tres dimensiones en donde el valor en X sea el porcentaje del monto a invertir en el activo A y Y sea el porcentaje a invertir en el activo B. Z deberá ser el resultado de su función objetivo.
- f.- Solicitar al usuario el número **n** de generaciones
- g.- Al final devolver la mejor de las soluciones de la última generación y pintarla de color rojo
- h.- Interpretar sus resultados**
- i.- Usar una GUI

Consideraciones importantes:

a).- Definir una función de aptitud

b).- Los individuos pueden contener valores decimales, pues únicamente con valores enteros la búsqueda quedaría limitada.

Entrega del reporte:

- 1.- Índice
- 2.- Planteamiento del problema
- 3.- Metodología:
 - 3.1. Diseño de las cruces (justificación)
 - 3.2. Diseño de la mutación (justificación)
 - 3.3. Descripción del elitismo
 - 3.4. Descripción del método de selección por ruleta
- 4.- Reporte de los individuos de la última generación y el mejor de dicha generación.
- 5.- Apéndices:
 - A Código del programa
 - B Manual de usuario

Fecha de entrega: 13 de mayo de 2024