Classifying Finite Simple Groups with Respect to the Number of Orbits Under the Action of the Automorphism Group

– Supplementary Tables, Updated 2019-12-23 –

Stefan Kohl

The values $\omega(G)$ in Table 1 have mostly been computed using GAP [4], all other data has been taken from the *Atlas of finite groups* [3]. Tables 2 and 4 have in parts been computed using GAP, and in parts using MAGMA [2] by Eamonn O'Brien in December 2019 – cf. Table 3. For Table 4, among various other information, also the bounds from [1] have been taken into account.

1 Orbit Numbers for Small Simple Groups

Table 1: Values $\omega(G)$ for simple groups G (sorted by group order, the enumeration of groups $G = \mathrm{PSL}(2,q)$ was stopped at $|G| = 10^6$).

G	$\omega(G)$	$\|G\|$	Prime factorization of $\|G\|$	$\mathrm{Out}(G)$
$\mathrm{A}_5 \cong \mathrm{PSL}(2,4) \cong \mathrm{PSL}(2,5)$	4	60	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,2) \cong \mathrm{PSL}(2,7)$	5	168	$2^3 \cdot 3 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{A}_6 \cong \mathrm{PSL}(2,9)$	5	360	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C_2^2
$\mathrm{PSL}(2,8)$	5	504	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$	C_3
$\mathrm{PSL}(2,11)$	7	660	$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,13)$	8	1092	$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,17)$	10	2448	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 17$	C_2
A_7	8	2520	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,19)$	11	3420	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,16)$	7	4080	$2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$	C_4
$\mathrm{PSL}(3,3)$	9	5616	$2^4 \cdot 3^3 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSU}(3,3) \cong \mathrm{G}_2(2)'$	10	6048	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,23)$	13	6072	$2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,25)$	10	7800	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$	C_2^2
M_{11}	10	7920	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$	1
$\mathrm{PSL}(2,27)$	7	9828	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13$	C_6
$\mathrm{PSL}(2,29)$	16	12180	$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 29$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,31)$	17	14880	$2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31$	C_2
				To be continued.

Continued.				
G	$\omega(G)$	$\|G\|$	Prime factorization of $\|G\|$	$\mathrm{Out}(G)$
$\mathrm{A}_8 \cong \mathrm{PSL}(4,2)$	12	20160	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,4)$	6	20160	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	D_6
$\mathrm{PSL}(2,37)$	20	25308	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 19 \cdot 37$	C_2
$\mathrm{PSU}(4,2) \cong \mathrm{PSp}(4,3)$	15	25920	$2^6 \cdot 3^4 \cdot 5$	C_2
$\mathrm{Sz}(8)$	7	29120	$2^6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$	C_3
$\mathrm{PSL}(2,32)$	9	32736	$2^5 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31$	C_5
$\mathrm{PSL}(2,41)$	22	34440	$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,43)$	23	39732	$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 43$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,47)$	25	51888	$2^4 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 47$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,49)$	17	58800	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$	C_2^2
$\mathrm{PSU}(3,4)$	9	62400	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$	C_4
$\mathrm{PSL}(2,53)$	28	74412	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 13 \cdot 53$	C_2
M_{12}	12	95040	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,59)$	31	102660	$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 59$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,61)$	32	113460	$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31 \cdot 61$	C_2
$\mathrm{PSU}(3,5)$	10	126000	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$	S_3
$\mathrm{PSL}(2,67)$	35	150348	$2^2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 67$	C_2
J_1	15	175560	$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19$	1
$\mathrm{PSL}(2,71)$	37	178920	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 71$	C_2
A_9	16	181440	$2^6 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,73)$	38	194472	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 37 \cdot 73$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,79)$	41	246480	$2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 79$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,64)$	15	262080	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$	C_6
$\mathrm{PSL}(2,81)$	15	265680	$2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 41$	$\mathrm{C}_2 \times \mathrm{C}_4$
$\mathrm{PSL}(2,83)$	43	285852	$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 83$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,89)$	46	352440	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 89$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,5)$	19	372000	$2^5 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 31$	C_2
M_{22}	11	443520	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,97)$	50	456288	$2^5 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 97$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,101)$	52	515100	$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 17 \cdot 101$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,103)$	53	546312	$2^3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 103$	C_2
J_2	16	604800	$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,107)$	55	612468	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 53 \cdot 107$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,109)$	56	647460	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 109$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,113)$	58	721392	$2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 113$	C_2
$\mathrm{PSL}(2,121)$	37	885720	$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2 \cdot 61$	C_2^2
$\mathrm{PSL}(2,125)$	24	976500	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 31$	C_6
$\mathrm{PSp}(4,4)$	12	979200	$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 17$	C_4
$\mathrm{PSp}(6,2)$	30	1451520	$2^9 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$	1
A_{10}	22	1814400	$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,7)$	16	1876896	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 19$	S_3
$\mathrm{PSU}(4,3)$	14	3265920	$2^7 \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 7$	D_4
$\mathrm{G}_2(3)$	17	4245696	$2^6 \cdot 3^6 \cdot 7 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSp}(4,5)$	27	4680000	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSU}(3,8)$	10	5515776	$2^9 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 19$	$\mathrm{C}_3 \times \mathrm{S}_3$
$\mathrm{PSU}(3,7)$	34	5663616	$2^7 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 43$	C_2
				To be continued.

Continued.				
G	$\omega(G)$	$\|G\|$	Prime factorization of $\|G\|$	$\mathrm{Out}(G)$
$\mathrm{PSL}(4,3)$	26	6065280	$2^7 \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 13$	C_2^2
$\mathrm{PSL}(5,2)$	20	9999360	$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 31$	C_2
M_{23}	17	10200960	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$	1
$\mathrm{PSU}(5,2)$	30	13685760	$2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,8)$	17	16482816	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 73$	C_6
${}^2\mathrm{F}_4(2)'$ (Tits-G.)	17	17971200	$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 13$	C_2
A_{11}	29	19958400	$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{Sz}(32)$	11	32537600	$2^{10} \cdot 5^2 \cdot 31 \cdot 41$	C_5
$\mathrm{PSL}(3,9)$	32	42456960	$2^7 \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$	C_2^2
$\mathrm{PSU}(3,9)$	29	42573600	$2^5 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 73$	C_4
HS	21	44352000	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11$	C_2
J_3	17	50232960	$2^7 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 19$	C_2
$\mathrm{PSU}(3,11)$	30	70915680	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11^3 \cdot 37$	S_3
$\mathrm{PSp}(4,7)$	43	138297600	$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^4$	C_2
$\mathrm{O}^+(8,2)$	27	174182400	$2^{12} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7$	S_3
$\mathrm{O}^-(8,2)$	33	197406720	$2^{12} \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$	C_2
${}^3\mathrm{D}_4(2)$	21	211341312	$2^{12} \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 13$	C_3
$\mathrm{PSL}(3,11)$	73	212427600	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11^3 \cdot 19$	C_2
A_{12}	40	239500800	$2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$	C_2
M_{24}	26	244823040	$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$	1
$\mathrm{G}_2(4)$	24	251596800	$2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,13)$	39	270178272	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13^3 \cdot 61$	S_3
$\mathrm{PSU}(3,13)$	100	811273008	$2^4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13^3 \cdot 157$	C_2
McL	19	898128000	$2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11$	C_2
$\mathrm{PSL}(4,4)$	36	987033600	$2^{12} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 17$	C_2^2
$\mathrm{PSU}(4,4)$	35	1018368000	$2^{12} \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 13 \cdot 17$	C_4
$\mathrm{O}(5,8)$	21	1056706560	$2^{12} \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13$	C_6
$\mathrm{PSL}(3,16)$	20	1425715200	$2^{12} \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17$	$\mathrm{C}_4 \times \mathrm{S}_3$
$\mathrm{O}(5,9)$	41	1721606400	$2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^2 \cdot 41$	C_2^2
$\mathrm{PSU}(3,17)$	62	2317678272	$2^6 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17^3$	S_3
A_{13}	52	3113510400	$2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$	C_2
He	26	4030387200	$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 17$	C_2
$\mathrm{PSU}(3,16)$	40	4279234560	$2^{12} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17^2 \cdot 241$	C_8
$\mathrm{PSp}(6,3)$	50	4585351680	$2^9 \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{O}(7,3)$	52	4585351680	$2^9 \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$	C_2
$\mathrm{PSL}(3,19)$	75	5644682640	$2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 19^3 \cdot 127$	S_3
$\mathrm{G}_2(5)$	44	5859000000	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^6 \cdot 7 \cdot 31$	1
$\mathrm{PSL}(3,17)$	163	6950204928	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 17^3 \cdot 307$	C_2
$\mathrm{PSL}(4,5)$	34	7254000000	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^6 \cdot 13 \cdot 31$	D_4
$\mathrm{PSU}(6,2)$	34	9196830720	$2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	S_3

2 Simple Groups by Orbit Number

Table 2: Simple groups G for given $\omega(G)$; if several groups are generically isomorphic, only one of them is mentioned. The table is complete for $\omega(G) \leq 41$.

n	Simple groups G satisfying $\omega(G) = n$
4	$\mathrm{PSL}(2,4) \cong \mathrm{PSL}(2,5) \cong \mathrm{A}_5$
5	$\mathrm{PSL}(2,7) \cong \mathrm{PSL}(3,2)$, $\mathrm{PSL}(2,9) \cong \mathrm{A}_6$, $\mathrm{PSL}(2,8)$
6	$\mathrm{PSL}(3,4)$
7	$\mathrm{PSL}(2,11)$, $\mathrm{PSL}(2,16)$, $\mathrm{PSL}(2,27)$, $\mathrm{Sz}(8)$
8	$\mathrm{PSL}(2,13)$, A_7
9	$\mathrm{PSL}(3,3)$, $\mathrm{PSL}(2,32)$, $\mathrm{PSU}(3,4)$
10	$\mathrm{PSL}(2,17)$, $\mathrm{PSU}(3,3)$, $\mathrm{PSL}(2,25)$, M_{11}, $\mathrm{PSU}(3,5)$, $\mathrm{PSU}(3,8)$
11	$\mathrm{PSL}(2,19)$, M_{22}, $\mathrm{Sz}(32)$
12	$\mathrm{PSL}(4,2) \cong \mathrm{A}_8$, M_{12}, $\mathrm{PSp}(4,4)$
13	$\mathrm{PSL}(2,23)$
14	$\mathrm{PSU}(4,3)$
15	$\mathrm{PSU}(4,2) \cong \mathrm{PSp}(4,3)$, J_1, $\mathrm{PSL}(2,64)$, $\mathrm{PSL}(2,81)$
16	$\mathrm{PSL}(2,29)$, A_9, J_2, $\mathrm{PSL}(3,7)$
17	$\mathrm{PSL}(2,31)$, $\mathrm{PSL}(2,49)$, $\mathrm{G}_2(3)$, M_{23}, $\mathrm{PSL}(3,8)$, ${}^2\mathrm{F}_4(2)'$, J_3
18	
19	$\mathrm{PSL}(3,5)$, Mcl, $\mathrm{Ree}(27)$
20	$\mathrm{PSL}(2,37)$, $\mathrm{PSL}(5,2)$, $\mathrm{PSL}(3,16)$
21	$\mathrm{PSL}(2,128)$, HS, ${}^3\mathrm{D}_4(2)$, $\mathrm{O}(5,8)$
22	$\mathrm{PSL}(2,41)$, A_{10}
23	$\mathrm{PSL}(2,43)$, $\mathrm{Sz}(128)$
24	$\mathrm{PSL}(2,125)$, $\mathrm{G}_2(4)$
25	$\mathrm{PSL}(2,47)$, O′N
26	$\mathrm{PSL}(4,3)$, M_{24}, He
27	$\mathrm{PSp}(4,5)$, $\mathrm{PSL}(2,243)$, $\mathrm{O}^+(8,2)$
28	$\mathrm{PSL}(2,53)$
29	A_{11}, $\mathrm{PSU}(3,9)$
30	$\mathrm{O}(7,2) \cong \mathrm{PSp}(6,2)$, $\mathrm{PSU}(5,2)$, $\mathrm{PSU}(3,11)$
31	$\mathrm{PSL}(2,59)$
32	$\mathrm{PSL}(2,61)$, $\mathrm{PSL}(3,9)$
33	$\mathrm{O}^-(8,2)$
34	$\mathrm{PSU}(3,7)$, $\mathrm{PSL}(4,5)$, $\mathrm{PSU}(5,4)$, $\mathrm{PSU}(6,2)$
35	$\mathrm{PSL}(2,67)$, $\mathrm{PSU}(4,4)$
36	$\mathrm{PSL}(4,4)$, Ru
37	$\mathrm{PSL}(2,71)$, $\mathrm{PSL}(2,121)$, $\mathrm{PSL}(2,256)$, Suz
38	$\mathrm{PSL}(2,73)$, $\mathrm{O}^+(8,3)$
39	$\mathrm{PSL}(3,13)$
40	A_{12}, $\mathrm{PSU}(3,16)$
41	$\mathrm{PSL}(2,79)$, $\mathrm{O}(5,9)$
42	$\mathrm{PSU}(3,32)$, Co_3
43	$\mathrm{PSL}(2,83)$, $\mathrm{O}(5,7)$
	To be continued.

Continued.	
n	Simple groups G satisfying $\omega(G) = n$
44	$G_2(5)$, $PSL(6,2)$, HN
45	$O(5,16)$
46	$PSL(2,89)$
47	
48	Th
49	
50	$PSL(2,97)$, $PSL(2,169)$, $PSp(6,3)$
51	
52	$PSL(2,101)$, A_{13}, $O(7,3)$
53	$PSL(2,103)$, Ly
54	
55	$PSL(2,107)$
56	$PSL(2,109)$, ${}^3D_4(3)$
57	
58	$PSL(2,113)$
59	Fi_{22}
60	Co_2
61	$PSL(2,343)$, $PSL(2,512)$
62	$PSU(3,17)$, $F_4(2)$, J_4
63	
64	$PSU(4,5)$
65	$PSL(2,127)$
66	
67	$PSL(2,131)$
68	
69	$PSL(2,729)$, A_{14}
70	$PSL(2,137)$
71	$PSL(2,139)$
72	$PSL(3,25)$, $PSL(5,3)$, $G_2(7)$
73	$PSL(3,11)$
74	
75	$PSL(3,19)$, $O(7,4)$
76	$PSL(2,149)$, $PSU(4,7)$
77	$PSL(2,151)$, $O^-(8,3)$, $PSL(7,2)$
78	${}^3D_4(4)$
79	
80	$PSL(2,157)$
81	$O(9,2)$, $PSp(8,2)$
82	$PSL(2,289)$
83	$PSL(2,163)$
84	$O^+(10,2)$, $O^+(8,4)$
85	$PSL(2,167)$, $PSL(4,9)$
86	
87	$O(5,11)$
88	$PSL(2,173)$, $PSL(2,625)$
89	$PSU(5,3)$
	To be continued.

Continued.	
n	Simple groups G satisfying $\omega(G) = n$
90	A_{15}
91	$\mathrm{PSL}(2, 179)$
92	$\mathrm{PSL}(2, 181)$
93	$\mathrm{O}^-(10, 2)$
94	
95	
96	
97	$\mathrm{PSL}(2, 191)$, Fi'_{24}
98	$\mathrm{PSL}(2, 193)$, Fi_{23}
99	
100	$\mathrm{PSL}(2, 197)$, $\mathrm{PSU}(3, 13)$

Table 3: Values $\omega(G)$ computed by Eamonn O'Brien with MAGMA in December 2019.

G	$\omega(G)$
$\mathrm{O}(5, 8)$	21
$\mathrm{PSU}(6, 2)$	34
$\mathrm{PSU}(5, 4)$	34
$\mathrm{PSU}(4, 4)$	35
$\mathrm{O}^+(8, 3)$	38
$\mathrm{PSU}(3, 16)$	40
$\mathrm{O}(5, 9)$	41
$\mathrm{PSU}(3, 32)$	42
$\mathrm{O}(5, 16)$	45
${}^3\mathrm{D}_4(3)$	56
$\mathrm{PSU}(3, 17)$	62
$\mathrm{F}_4(2)$	62
$\mathrm{PSU}(4, 5)$	64
$\mathrm{PSL}(3, 25)$	72
$\mathrm{PSL}(3, 11)$	73
$\mathrm{PSL}(3, 19)$	75
$\mathrm{O}(7, 4)$	75
$\mathrm{PSU}(4, 7)$	76
$\mathrm{PSL}(7, 2)$	77
$\mathrm{O}^-(8, 3)$	77
${}^3\mathrm{D}_4(4)$	78
$\mathrm{O}^+(8, 4)$	84
$\mathrm{O}^+(10, 2)$	84
$\mathrm{PSL}(4, 9)$	85
$\mathrm{O}(5, 11)$	87
$\mathrm{PSU}(5, 3)$	89
$\mathrm{O}^-(10, 2)$	93
$\mathrm{PSU}(3, 13)$	100
$\mathrm{PSU}(3, 23)$	106
$\mathrm{PSL}(5, 4)$	110
	To be continued.

Continued.	
n	$\omega(G)$
$\mathrm{O}(5,13)$	115
$\mathrm{O}^+(8,5)$	116
$\mathrm{PSL}(4,8)$	119
$\mathrm{PSL}(6,3)$	122
$\mathrm{E}_6(2)$	132
$\mathrm{PSp}(6,5)$	133
$\mathrm{O}^-(8,4)$	133
$\mathrm{O}(7,5)$	136
$\mathrm{PSL}(4,7)$	137
$\mathrm{PSU}(4,9)$	142
$\mathrm{O}^-(10,3)$	151
$\mathrm{O}(5,27)$	151
$\mathrm{PSU}(6,3)$	156
$\mathrm{PSU}(3,29)$	162
$\mathrm{PSL}(6,4)$	169
$\mathrm{O}(5,25)$	203
$\mathrm{PSU}(4,11)$	232
$\mathrm{PSU}(9,2)$	240
$\mathrm{O}^+(10,3)$	268
$\mathrm{O}(7,9)$	307
$\mathrm{PSU}(3,41)$	310

3 Remaining 'Candidates'

Table 4: Bounds on orbit numbers for all remaining simple groups G which possibly satisfy $\omega(G) \leq 100$. We give the best lower bound computed so far.

n	Simple groups G satisfying $\omega(G) \geq n$
42	$\mathrm{Ree}(8)$
64	$\mathrm{PSU}(6,5)$
77	$\mathrm{PSU}(5,9)$
89	${}^2\mathrm{E}_6(2)$

References

[1] Alexander Bors, Michael Giudici, and Cheryl E. Praeger. *Documentation for the GAP code file OrbOrd.txt*, 2019. (`https://arxiv.org/abs/1910.12570`).

[2] Wieb Bosma, John Cannon, and Catherine Playoust. The Magma algebra system. I. The user language. *J. Symbolic Comput.*, 24(3-4):235–265, 1997. Computational algebra and number theory (London, 1993).

[3] John H. Conway, Robert T. Curtis, Simon P. Norton, Richard A. Parker, and Robert A. Wilson. *Atlas of finite groups*. Oxford University Press, 1985.

[4] The GAP Group, Aachen, St Andrews. *GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.10.2*, 2019. (`http://www.gap-system.org`).