

Topici speciale in logica si securitate*

26 iunie 2020

1. Aratati ca matricea T , numita si poarta Toffoli, este unitara:

$$T = \begin{pmatrix} I_2 & O & O & O \\ O & I_2 & O & O \\ O & O & I_2 & O \\ O & O & O & M_{\neg} \end{pmatrix}$$

si calculati $T \otimes T$. *Indicatie: Reprezentati $T \otimes T$ in blocuri 8×8 folosind literele O si T .*

2. Fie ω o radacina primitiva de ordinul 3 al unitatii. Aratati ca matricea A este unitara:

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}$$

si calculati $\Omega \otimes \Omega$.

3. Fie vectorul coloana $|v\rangle$ definit ca:

$$|v\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Calculati $C = |v\rangle\langle v|$.

(b) Aratati ca $C^2 = C$.

(c) Aratati ca pentru orice $x, y \in \mathbb{C}^3$ are loc:

$$\langle Cx, y \rangle = \langle x, Cy \rangle.$$

(d) Aratati ca aplicatia $p : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ data de $p(|u\rangle) = C|u\rangle$ este proiectia ortogonală pe dreapta complexă:

$$(x = 0) \cap (2y = z).$$

4. Construiti un circuit cuantic reversibil format numai din porti Toffoli care sa extrapoleze functia booleana:

$$f(x, y, z) = x \vee y \vee z.$$

5. Exista $A, B \in \mathbb{C}^2$ stari cuantice astfel incat $A + B \in \mathbb{C}^2$ sa fie stare cuantica?

*Master, anul II. Timp de lucru 120 minute.