ФАКУЛТЕТ ПО ТЕЛЕКОМУНИКАЦИИ
КАТЕДРА „РАДИОКОМУНИКАЦИИ И ВИДЕОТЕХНОЛОГИИ"

КУРСОВА РАБОТА

ПО

СИГНАЛИ И СИСТЕМИ

Студент: Стефан Стоилков

фак.№: 123221012, гр.: 43 , ФКСТ

Преподавател: Любомир Ласков

/гл. ас. д-р Св. Антонов/

Специалност:
Компютърно и софтуерно инженерство

Образователно-квалификационна степен:
бакалавър

София, 2022 г. / 2023 г.

СЪДЪРЖАНИЕ :

1. ЗАДАНИЕ

Даден е следният цифров филтър описан с диференчно уравнение (1), за който:

1. Да се определи предавателната функция - H(z).
2. Да се определи коефициентът на предаване - H(ω).
3. Да се определи АЧХ и ФЧХ.
4. Да се провери дали филтърът е устойчив.
5. Да се начертае структурната схема и нейната канонична форма.

(1) $$\mathrm{Yn} = 10.\mathrm{Xn} + 2.\mathrm{Xn} - 10 - 1.\mathrm{Xn} - 2 + 0.\mathrm{Yn} - 10 - 2.\mathrm{Yn} - 2$$

2. АНАЛИТИЧНО РЕШЕНИЕ

1. $$Y_n = 10\cdot X_n + 2\cdot X_{n-10} - 1\cdot X_{n-2} + 0\cdot Y_{n-10} - 2\cdot Y_{n-2}$$

Извършваме Z преобразуване по следната формула:

$$(1)\quad Y_z = a_0 X(z) + a_1 X(z)\cdot z^{-1} + a_2 X(z)\cdot z^{-2} + \dots + b_1 Y(z)\cdot z^{-1} + b_2 Y(z)\cdot z^{-2} + \dots$$

$$Y(z) = 10\cdot X(z) + 2\cdot z^{-10} X(z) - 1\cdot z^{-2} X(z) + 0\cdot z^{-10} Y(z) - 2\cdot z^{-2} Y(z)$$

$$Y(z) - 0\cdot z^{-10} Y(z) + 2\cdot z^{-2} Y(z) = 10\cdot X(z) + 2\cdot z^{-10} X(z) - 1\cdot z^{-2} X(z)$$

$$Y(z)\left[1 \underbrace{- 0\cdot z^{-10}}_{0} + 2\cdot z^{-2}\right] = X(z)\left[10 + 2\cdot z^{-10} - 1\cdot z^{-2}\right]$$

$$Y(z)\left[1 + 2\cdot z^{-2}\right] = X(z)\left[10 + 2\cdot z^{-10} - 1\cdot z^{-2}\right]$$

За да определим предавателната функция използваме следната формула:

$$(2)\quad H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2} - \dots - b_p z^{-p}}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{10 - 1\cdot z^{-2} + 2\cdot z^{-10}}{1 + 2\cdot z^{-2}}$$

② За да определим коефициентът на предаване $H(j\omega)$ прилагаме Лаплас преобразуване и получаваме:

$$(3) \quad H(j\omega) = \frac{a_0 + a_1 e^{-j\omega T} + a_2 e^{-j2\omega T} + \dots a_m e^{-jm\omega T}}{1 - b_1 e^{-j\omega T} - b_2 e^{-j2\omega T} - \dots - b_p e^{-jp\omega T}}$$

$$H(j\omega) = \frac{a_0 + a_1 \cos(\omega T) + a_2 \cos(2\omega T) + \dots + a_m \cos(m\omega T) - j[a_1 \cdot \sin(\omega t) + a_2 \cdot \sin(2\omega T) + \dots + a_m \sin(m\omega T)]}{1 - b_1 \cos(\omega T) - b_2 \cos(2\omega T) - \dots - b_p \cos(p\omega T) + j[b_1 \cdot \sin(\omega T) + b_2 \cdot \sin(2\omega T) + \dots + b_p \sin(p\omega T)]} = \frac{A + jB}{C + jD}$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{10 - e^{-j2\omega T} + 2 \cdot e^{-j10\omega T}}{1 + 2 \cdot e^{-j2\omega T}} =$$

$$= \frac{10 - (\cos 2\omega T - j\sin 2\omega T) + 2 \cdot (\cos 10\omega T - j\sin 10\omega T)}{1 + 2 \cdot (\cos 2\omega T - j\sin 2\omega T)} =$$

$$= \frac{(10 - \cos 2\omega T + j\sin 2\omega T) + (2\cos 10\omega T - 2j\sin 10\omega T)}{1 + 2 \cdot (\cos 2\omega T - j\sin 2\omega T)} =$$

$$= \frac{(10 - \cos 2\omega T + 2\cos 10\omega T) + j(\sin 2\omega T - 2\sin 10\omega T)}{(1 + 2\cos 2\omega T) - j2\sin 2\omega T} = \frac{A + jB}{C + jD}$$

Определяме реалните части на $H(j\omega)$ (A и C), както и имагинерните (B и D):

$$A = 10 - \cos 2\omega T + 2\cos 10\omega T$$

$$B = \sin 2\omega T - 2\sin 10\omega T$$

$$C = 1 + 2\cos 2\omega T$$

$$D = -2\sin 2\omega T$$

③ Определяме АЧХ:

$$(4)\quad |H(j\omega)| = \sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2}}$$

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{(10-\cos 2\omega T+2\cos 10\omega T)^2 + (\sin 2\omega T-2\sin 10\omega T)^2}{(1+2\cos 2\omega T)^2 + (-2\sin 2\omega T)^2}}$$

и ФЧХ:

$$(5)\quad \varphi(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{B}{A} - \operatorname{arctg}\frac{D}{C}$$

$$\varphi(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\sin 2\omega T-2\sin 10\omega T}{10-\cos 2\omega T+2\cos 10\omega T} - \operatorname{arctg}\frac{-2\sin 2\omega T}{1+2\cos 2\omega T}$$

④ За да бъде устойчив даден филтър е необходимо корените на знаменателя на предавателната ф-я да бъдат в единичната окръжност.

$$1+2\cdot z^{-2}=0$$

$$1+2\cdot\frac{1}{z^2}=0$$

$$1+\frac{2}{z^2}=0$$

$$\frac{2}{z^2}=-1$$

$$-z^2=2$$

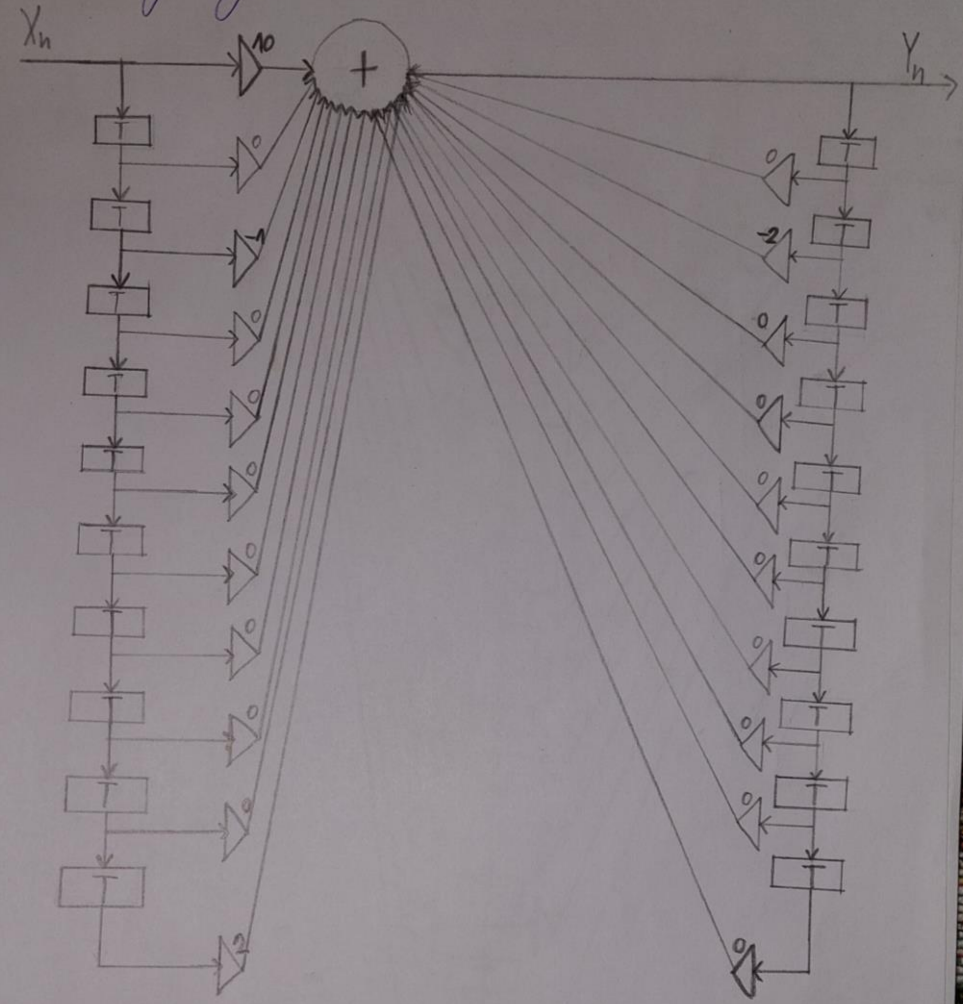
$$z^2=-2$$

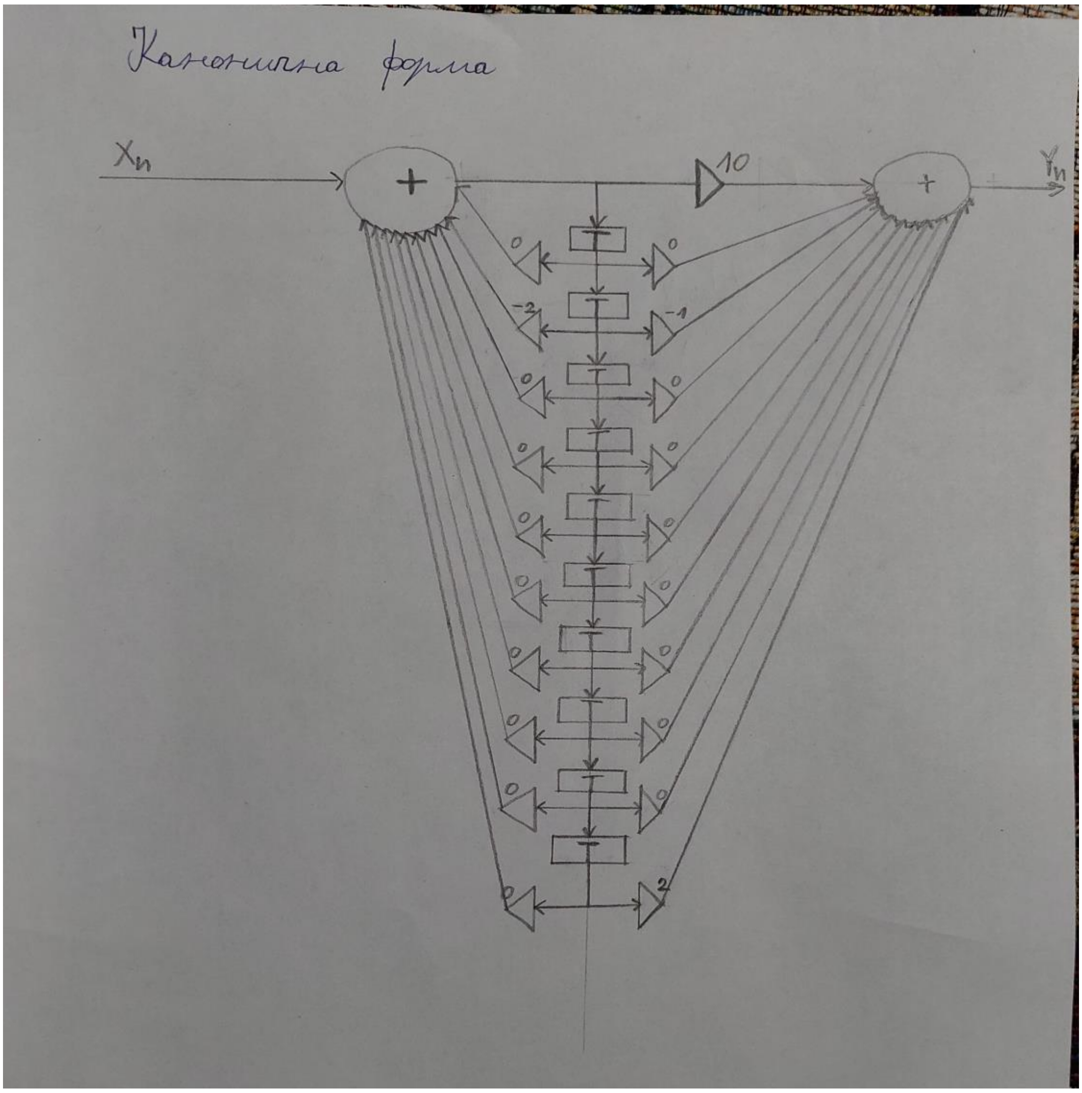
$$z_1=-\sqrt{2}\,i$$

$$z_2=\sqrt{2}\,i$$

Тъй като и двата корена на знаменателя са извън единичната окръжност то филтъра е неустойчив.

5. Структурна схема




Канонічна форма
Xn
+
10
+
Yn

3. РЕЗУЛТАТИ ОТ РЕШЕНИЕТО

1) Предавателна функция

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{10 - 1\cdot z^{-2} + 2\cdot z^{-10}}{1+2\cdot z^{-2}}$$

2) Коефициент на предаване

$$H(jw) = \frac{(10 - \cos 2wT + 2\cos 10wT) + j(\sin 2wT - 2\sin 10wT)}{(1+2\cos 2wT) - j2\sin 2wT} =$$

$$= \frac{A+jB}{C+jD}$$

3) АЧХ

$$|H(jw)| = \sqrt{\frac{(10-\cos 2wT + 2\cos 10wT)^2 + (\sin 2wT - 2\sin 10wT)^2}{(1+2\cos 2wT)^2 + (-2\sin 2wT)^2}}$$

ФЧХ

$$\varphi(jw) = \operatorname{arctg}\frac{\sin 2wT - 2\sin 10wT}{10 - \cos 2wT + 2\cos 10wT} - \operatorname{arctg}\frac{-2\sin 2wT}{1+2\cos 2wT}$$

4) Устойчивост на филтъра

$z_1 = -\sqrt{2}\, i$

$z_2 = \sqrt{2}\, i$

1) Предавателната ф-я представлява отношението на изхода към входа.

2) Коефициентът на предаване управлява усилването или загубата на сигнала, когато той преминава през филтъра.

3) АЧХ показва как филтърът променя амплитудата на сигнала в зависимост от честотата на входния сигнал.

ФЧХ показва как филтърът променя фазата на сигнала в зависимост от честотата на входния сигнал.

4) За да бъде един рекурсивен филтър устойчив е необходимо корените на знаменателя да са в единичната окръжност (стойността на корените по модул да е по-малка от 1).

В случая и двата корена на знаменателя по модул са по-големи от 1, следователно филтъра е неустойчив.

5) От структурната схема се вижда че, изходният сигнал зависи от входния, който се подава на първия блок в структурната схема на филтъра.

Тя представлява визуална диаграма на филтъра.

6) Каноничната схема се използва за да се намали броя на закъснителните елементи.

1) $H(z)$	2) $H(\omega)$	3) АЧХ и ФЧХ	4) Устойчивость	5) СС	6) КФ
$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=$ $=\frac{10-1\cdot z^{-2}+2\cdot z^{-10}}{1+2\cdot z^{-2}}$	$H(j\omega)=\frac{(10-\cos 2\omega T+2\cos 10\omega T)+j(\sin 2\omega T-2\sin 10\omega T)}{(1+2\cos 2\omega T)-j2\sin 2\omega T}$	$\lvert H(j\omega)\rvert=$ $=\sqrt{\frac{(10-\cos 2\omega T+2\cos 10\omega T)^2+(\sin 2\omega T-2\sin 10\omega T)^2}{(1+2\cos 2\omega T)^2+(-2\sin 2\omega T)^2}}$ $\varphi(j\omega)=$ $=\operatorname{arctg}\frac{\sin 2\omega T-2\sin 10\omega T}{10-\cos 2\omega T+2\cos 10\omega T}-\operatorname{arctg}\frac{-2\sin 2\omega T}{1+2\cos 2\omega T}$	$z_1=-\sqrt{2}i$ $z_2=\sqrt{2}i$	5.	5.

4. СПИСЪК НА ИЗПОЛЗВАНИТЕ ОЗНАЧЕНИЯ И СЪКРАЩЕНИЯ

$a_0, a_1, \ldots, b_1, b_2, \ldots$ – коефициенти

$H(z)$ – предавателна функция

e – Неперово число ($e = 2{,}72$)

j – комплексна единица

T – период [s]

z – комплексно число

$H(j\omega)$ – коефициент на предаване

A и C – реални части на $H(j\omega)$

B и D – имагинерни части на $H(j\omega)$

$\varphi(j\omega)$ – аргумента на комплексният честотен коефициент на предаване

$|H(j\omega)|$ – модулът на комплексният честотен коефициент на предаване

ω – кръгова честота [Hz]

АЧХ – амплитудно честотна характеристика

ФЧХ – фазово честотна характеристика