Tema teoretica

Tudose Alexandru-Stefan

131

Ex 1. Nu putem afirma cu certitudine ca L1 ∈ REG.

Contraexemplu: L2 = {a*b*}; L1 = {a^ib^i | i >= 0};

L2 ∈ REG, L1 ⊆ L2, L1 ∉ REG

Ex 2. Da! Exemplu: L = {$a^{2\wedge i}$ | i >= 1}, care pompat iese din proprietatea $|w|_a$ = putere de 2.

Ex 3. Da, L1 ∈ REG.

Demonstratie:

$$L1 - L2 = L1 \cap \overbrace{\overline{L2}}^{\in REG} = \overbrace{L3}^{\in REG}$$

REG este inchisa $\underbrace{\text{la complement}}$ si la intersectie

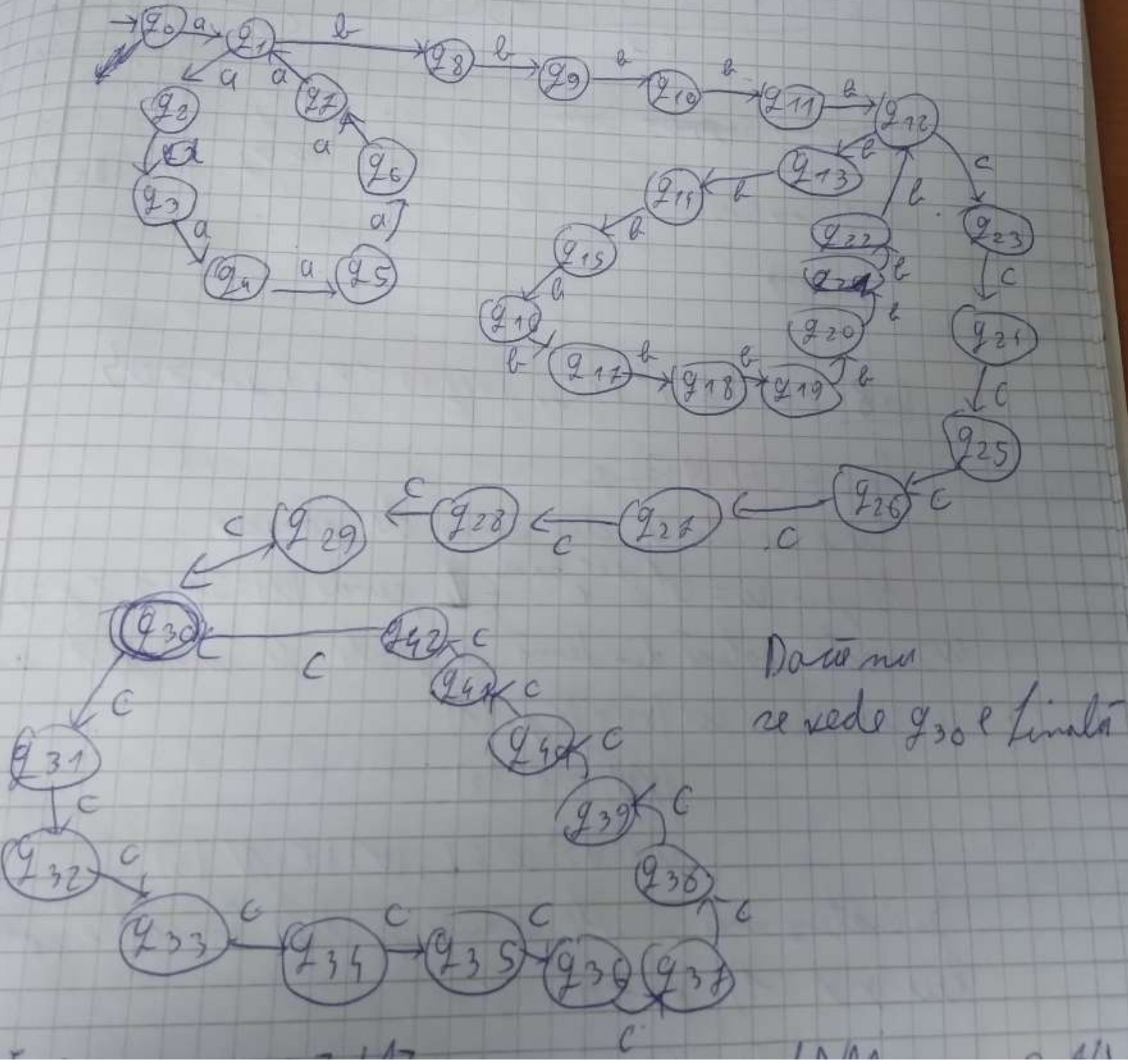
$$\Downarrow$$

$$L_1 \in REG \Leftrightarrow \overline{L_2} \in REG$$

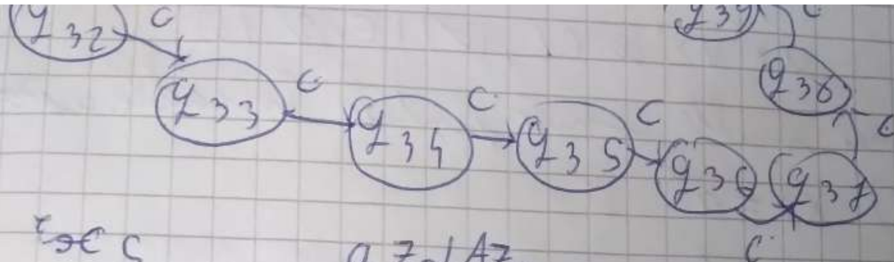
$$\Rightarrow L1 \in REG$$

Temă teoretică

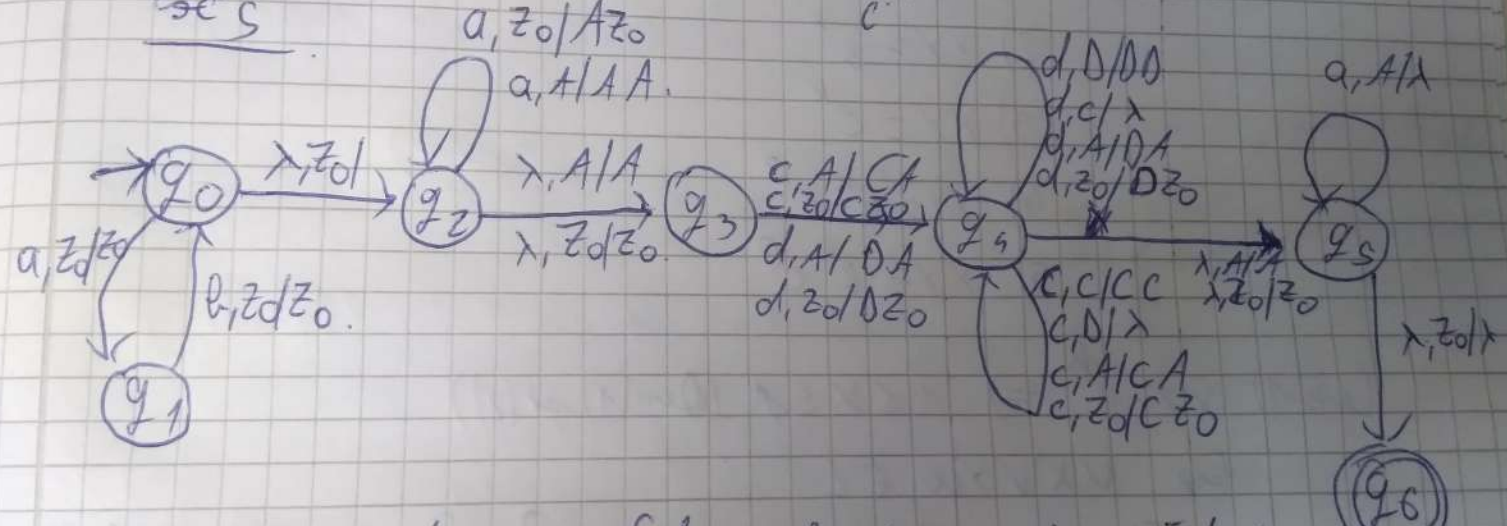
Ex 6.



Dacă nu se vede q_{30} e finală



Ex 5



Acc prin Stare finală și stivă vidă.

Exercitiul 6 alternativ:

$L = \{0^{3k} 1^{l} 0^{k} \mid k \geq 0, l \geq 4\}$.

$S \rightarrow 000S0 / A$

$A \rightarrow aA / aaaa.$

Din toate cele 5 cazuri putem conclude că ip. făcută este falsă, iar $L \notin CFL$.

Ex 7. $L = \{a^i b^j c^k \mid j = max(i,k); i,j,k \geq 0\}$.

Pp $L \in REG$. Fie n constanta din lemă.

Alegem $\alpha = a^n b^n c^n$, cu $|\alpha| = 3n \geq n$, deci respectă ipoteza din lemă și se poate descompune astfel:

$\alpha = uvw$, cu $|uv| \leq n$ (1)

$|v| \geq 1$. (2)

$uv^i w \in L$, $(\forall) i \in \mathbb{N}$. (3)

Observăm 3 cazuri distincte pentru încadrarea lui v:

1) $v = a^q$

2) $v = b^q$

3) $v = c^k$

Caz 1) $v = a^k$; $1 \leq k \leq n$, (conform prop (1) și (2)).

Alegem $i = 2$.

Obținem $\beta_1 = a^{n+k} b^n c^n \in L \Leftrightarrow |\beta_1|_b = max(|\beta_1|_a, |\beta_1|_c) \Leftrightarrow$

$n = max(n+k, n) \Leftrightarrow n+k \leq n \Leftrightarrow k \leq 0$

Dar $k \geq 1$ (Din prop (1)) $\Rightarrow$ ↯, $\beta_1 \notin L$

Caz 2) $v = b^k$; $1 \leq k \leq n$ (conform 1 și 2).

Alegem $i = 0$.

Obținem $\beta_2 = a^n b^{n-k} c^n \in L \Leftrightarrow |\beta_2|_b = max(|\beta_2|_a, |\beta_2|_c) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n-k = max(n,n) = n \Leftrightarrow k = 0$

Dar $k \geq 1$ (Din prop 1) $\Rightarrow$ ↯, $\beta_2 \notin L$

Cazul 3 se analizează exact la fel ca primul caz.

Din analiza tuturor cazurilor posibile, concludem că ip. făcută este falsă, iar $L \notin REG$.

Ex 8: $L=\{a^i b^j c^k \mid i<j,\ i+2j+3<k;\ i,j,k \geq 0\}$.

P.p. $L \in CFL \Rightarrow (\exists)\ p$.

Fie p constanta din Lema de pompare.

Alegem $w = a^p b^{p+1} c^{3p+6} \in L$, unde $|w| = 5p+7 \geq p \Rightarrow$

w respectă ipoteza din lemă și poate fi împărțit astfel:

$w = uxvyw$, cu $|xvy| \leq p$ (1)

$|xy| \geq 1$ (2)

$ux^i v y^i w \in L, (\forall) i \in \mathbb{N}$ (3)

Se distinge mai multe cazuri pentru încadrarea ~~lui xy~~ lui xy:

1) $xy = a^k$

2) $xy = b^k$

3) $xy = c^k$

4) $xy = a^k b^l$

5) $xy = b^k c^l$.

Caz 1) $xy = a^k \Rightarrow 1 \leq k \leq p$ (Din (1) și (2)).

~~Fie~~ $ux^i v y^i w \in L$

Fie $i=2$. Obținem $\beta_1 = ux^2 v y^2 w = a^{p+k} b^{p+1} c^{3p+6} \in L$

$\beta_1 \in L \Leftrightarrow |\beta_1|_a < |\beta_1|_b \Leftrightarrow |a^{p+k}| < |b^{p+1}| \Leftrightarrow p+k < p+1$

Dar $k \geq 1$ Din propr. (1) $\Rightarrow$ $\cancel{\kappa}$

$\beta_1 \notin L$.

Caz 2) $xy = b^k$; $1 \leq k \leq n$ (Din (1) și (2)).

Alegem $i = 0$.

Obținem $\beta_2 = u x^0 v y^0 w = a^n b^{n+1-k} c^{3n+6} \in L$ $(\Leftrightarrow)$

$(\Leftrightarrow)$ $|\beta_2|_a < |\beta_2|_b$ $(\Leftrightarrow)$ $n < n+1-k$ $(\Leftrightarrow)$ $0 < 1-k$ $(\Leftrightarrow)$ $k < 1$, dar $k \geq 1$ din propr. 1

$\cancel{\kappa}$, $\beta_2 \notin L$

Caz 3) $xy = c^k$; $1 \leq k \leq n$.

Alegem $i=0$.

Obținem $\beta_3 = a^n b^{n+1} c^{3n+6-k} \in L$ $(\Leftrightarrow)$ $|\beta_3|_c > |\beta_3|_a + 2|\beta_3|_b + 3$ $(\Leftrightarrow)$

$(\Leftrightarrow)$ $3n+6-k > n + 2(n+1) + 3$ $(\Leftrightarrow)$ $3n+6-k > 3n+5$

$\Updownarrow$

$1 > k$, dar $k \geq 1$ din propr. (1)

$\cancel{\kappa}$, $\beta_3 \notin L$.

Caz 4) $xy = a^k b^l$; $1 \leq k+l \leq n$.

Alegem $i=2$.

Obținem $\beta_4 = a^{n+k} b^{n+l+1} c^{3n+6}$ $\in L$ $(\Leftrightarrow)$ $|\beta_4|_c > |\beta_4|_a + 2|\beta_4|_b + 3$ $(\Leftrightarrow)$

$(\Leftrightarrow)$ $3n+6 > n+k + 2(n+l+1) + 3$.

$\Updownarrow$

$3n+6 > 3n+5+k+2l$ $(\Leftrightarrow)$ $1 > k+2l$, Dar $k+l \geq 1$

$k, l \in \mathbb{N}$; $\cancel{\kappa}$ $\Rightarrow$ $\beta_4 \notin L$

Caz 5). $xy = b^k c^l$; $1 \leq k+l \leq n$.

$\left.\begin{array}{l} k, l \in \mathbb{N} \\ k+l \geq 1 \end{array}\right\} \Rightarrow k \neq 0$ sau $l \neq 0$

Alegem $i=0$

Obținem $\beta_5 = a^n + b^{n-k+1} + c^{3n+6-l} \in L$ $(\Leftrightarrow)$ i) $|\beta_5|_a < |\beta_5|_b$

și

ii) $|\beta_5|_c > |\beta_5|_a + 2|\beta_5|_b + 3$

i) $n < n-k+1$ $(\Leftrightarrow)$ $0 < -k+1$ $(\Leftrightarrow)$ $k < 1$ $\overset{k \in \mathbb{N}}{\Rightarrow}$ $k = 0$

ii) $3n+6-l > n + 2(n+1-k) + 3$ $(\Leftrightarrow)$ $3n+6-l > 3n+5-2k$ $(\Leftrightarrow)$ $1-l > -2k$ $(\Leftrightarrow)$

$1-l > 0$, dar $l+k \geq 1$ și $k=0$, deci $l \geq 1$; $\cancel{\kappa}$; $\beta_5 \notin L$

Din toate cele 5 cazuri putem conclude că pp. făcută este falsă, iar ~~[illegible]~~ $L \notin CFL$.

Ex 7. $L = \{ a^i b^j c^k \mid j = \max(i, k);\ i, j, k \geq 0 \}$.

Pp $L \in REG$. Fie n constanta din lemă.

Alegem $\alpha = a^n b^n c^n$ cu $|\alpha| = 3n \geq n$, deci respectă