

Convergenta in distributie:

Fie X_1, \dots, X_n, \dots v.a. reale. Spunem ca $X_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathcal{D}} X$ (sirul de v.a $X_n, n \in \mathbb{N}$ converge in distributie catre F) daca $F_n(x) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} F(x)$, pentru orice x punct de continuitate ptr F . F_n, F sunt functii de repartitie, i.e $F_n(x) = \mathbb{P}(X_n < x), F(x) = \mathbb{P}(X < x)$.

Teorema Limita Centrala:

Fie X_1, \dots, X_n, \dots iid cu $\mathbb{E}[X_1] = \mu < \infty, \text{Var}(X_1) = \sigma^2 < \infty$. Atunci:

$$\frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{S}_n - \mu) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathcal{D}} Z, \text{ unde } Z \sim N(0, 1)$$

Exercitiul 1

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \beta \cdot X \sim N(\beta \cdot \mu, \sigma^2 \cdot \beta^2).$$

Exercitiul 2

Un pod poate rezista la o greutate de 10000 tone. Media unei masini care traverseaza podul este de 4 tone cu deviatie standard de 3 tone. Stim ca la un moment dat pe pod sunt 2450 masini. Aproximati probabilitatea de colaps a podului.

Exercitiul 3

1. Nivelul de zgomot al unei masini de spalare este o v.a. de medie 44 dB si de abatere standard 5 dB. Admitand aproximarea normala care este probabilitatea sa gasim o medie a zgomotului superioara la 48 dB intr-un esantion de talie 10 masini de spalare?
2. O telecabina are o capacitate de 100 persoane. Stiind ca greutatea populatiei este o v.a. de medie 66.3 kg si o abatere de 15.6 Kg si presupunand ca persoanele care au urcat in telecabina au fost alese in mod aleator din populatie, care este probabilitatea ca greutatea totala a acestora sa depaseasca 7000 Kg?

Exercitiul 4

Fie $X, Y : \Omega \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ cu distributia cuplului $(X, Y) : \Omega \rightarrow \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\}$ astfel $\mathbb{P}(X = a, Y = b) = 1/4$ daca si numai daca $\{a, b\} \in \{\{-1, 0\}, \{0, 1\}\}$, 0 in rest.

- Calculati $\mathbb{E}[X]$ si $\mathbb{E}[Y]$.
- Calculati $\mathbb{E}[XY]$.
- Sunt X si Y independente?