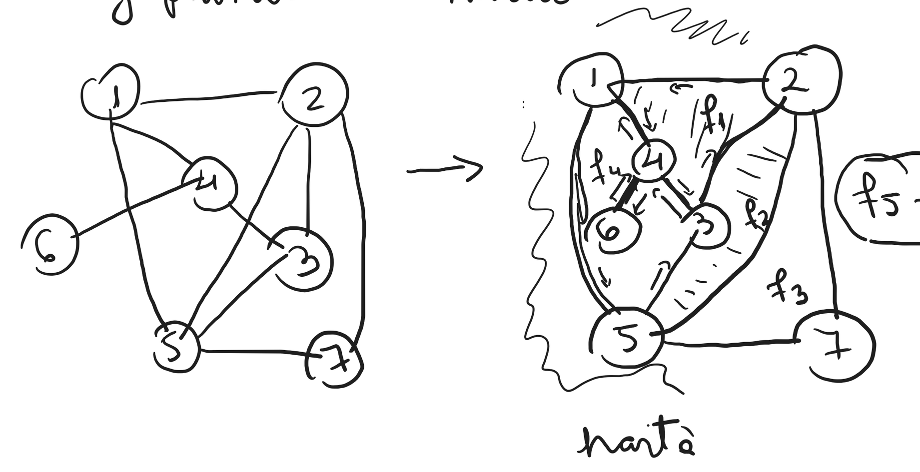
Graf planar → hartă



hartă

$|V|-|E|+|F|=2$

5 fețe

f5 - nemarg

$d_M(f_1)=4$

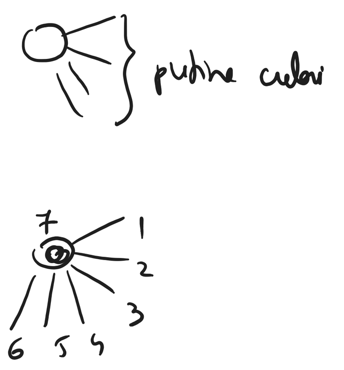
$d_M(f_2)=3$

$d_M(f_3)=3$

$d_M(f_4)=6$

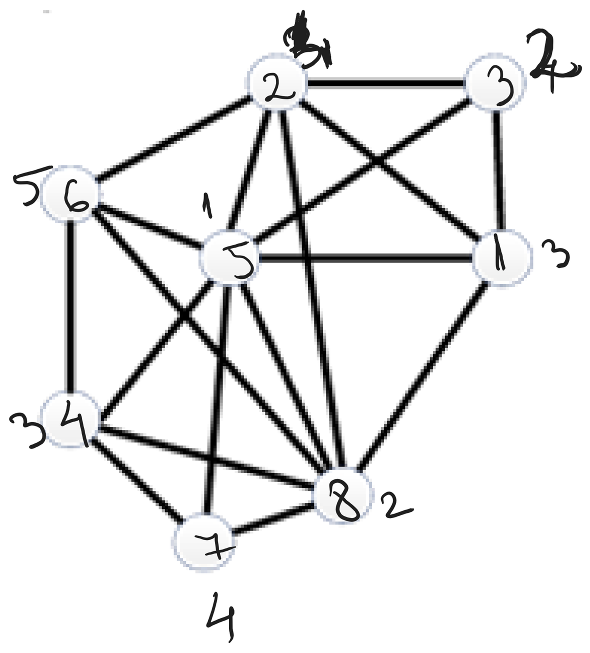
$d_M(f_5)=4$

$2|E|$



puține culori

colorare



$\underbrace{5,\ 8\ \vdots\ 1, 2, 3, 4, 6, 7}$

la final vf de gr ≤ 5 → se elimină cele care au devenit de gr ≤ 5

colorez → cu prima cul disp.

5 → cul 1

8 → cul 2

1 → cul 3

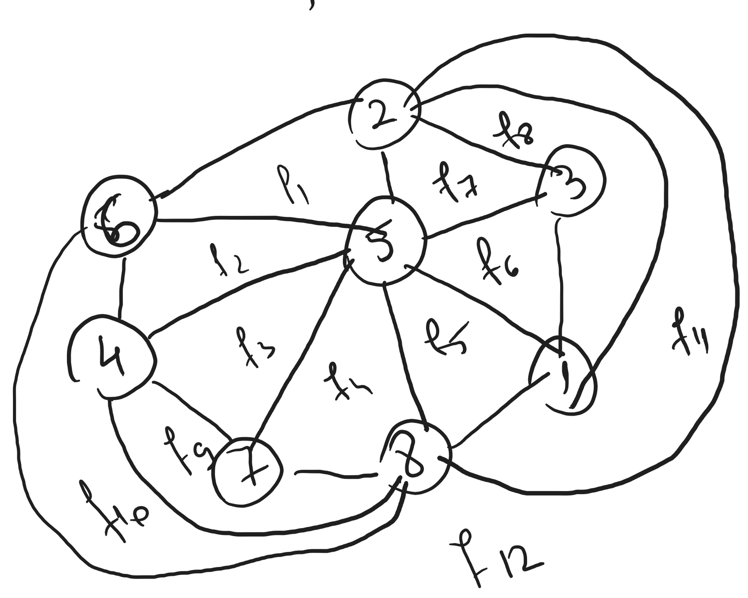
2 → cul ~~3~~ 4 → deja vecinii $\overset{3}{1}, \overset{2}{8}, \overset{1}{5}$ colorați

3 → cul ~~2~~

4 → cul 3 → deja vec $\overset{1}{8}, \overset{2}{5}$ col

6 → cul 5

7 → cul 4



Fie M = (V,E, F) o hartă conexă în care lungimea minimă a unui ciclu este 4, cu n = |V | ≥ 4 și m=|E|. Arătați că m ≤ 2n – 4 și există în M cel puțin două vârfuri de grad mai mic sau egal cu 3. Mai mult, pentru orice n≥ 4 arătați că există un astfel de graf cu n vârfuri și 2n - 4 muchii. (1.5p)

Dem:

$$\begin{cases} |V|-|E|+|F|=2 \\ \sum_{f\in F} d_M(f)=2|E| \\ \sum_{v\in V} d_M(v)=2|E| \end{cases}$$

$d_M(f) \geq 4$

$n-m+|F|=2 \Rightarrow |F|=2+m-n$

$2m \geq 4|F| \Rightarrow 2m \geq 4(2+m-n)$

$2m \geq 8+4m-4n$

$4n-8 \geq 2m$

$\boxed{2n-4 \geq m}$

R.A → cel mult un vf de grad ≤ 3

$$\underbrace{4(n-1)+1}_{4n-3} \leq \sum_v d_M(v) = 2m \leq 4n-8$$