

LUCRARE SCRISĂ LA LOGICĂ

20.01.2014

Numele Grupa

1. Arătați că propoziția $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$ este tautologie folosind:

- a) tabele de adevăr
- b) tablouri semantice.

2. Arătați că
 $\{A \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow C \vee A, C \Rightarrow A \vee B, B \Rightarrow \neg A\} \vdash_R A \vee B \Rightarrow C$.

3. Demonstrați formal: $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \wedge \mathcal{C}) \Rightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C})$.

4. a) Exprimați în limbaj formal: „Oricât de aproape de 2 se găsesc numere raționale pozitive”.

b) Exprimați în limbaj cotidian:

$$(\forall n)(n \in \mathbb{N} \Rightarrow (\forall k)(k \in \mathbb{N} \wedge k \neq n \Rightarrow k < n)).$$

5. Decideți dacă formula de la exercițiul 4 b) este adevărată sau falsă. Justificare!

6. Notăm cu I_0 intervalul $[0, 1]$ și considerăm un șir de intervale închise $(I_n)_n$ cu proprietatea că pentru orice $n \in \mathbb{N}$ avem $I_{n+1} \subset I_n$ și
$$l(I_{n+1}) \leq \frac{l(I_n)}{2}.$$

a) Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}$ are loc relația $l(I_n) \leq \frac{1}{2^n}$.

b) Arătați că $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n$ are cel mult un element.