Tema 1-Coduri

Mîndrilă Claudiu, grupa 301

1. Se foloseste cifra de verificare şi rezultă ($a = 1$) băiat.
2. (a) Dacă ar exista un cod de tip $[12,\ 36,\ 6]_2$ am avea $36 = 2^k$ pentru un anumit k. Răspuns: nu există

   (b) Un cod de tipul $(15,\ M,\ 5)_2$ este perfect dacă $M\left(C_{15}^0 + C_{15}^1 + C_{15}^{[(5-1)/2]=2}\right) = 2^{15}$, dar atunci $1 + 15 + 105 | 2^{12}$, fals. Deci nu există un astfel de cod.

   (c) Argument similar cu (a)
3. (a) Avem(deoarece este vorba cod perfect) $M\left(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3\right) = 2^n$Aceasta se rescrie ca $M\,(n+1)\left(n^2 - n + 6\right) = 3 \cdot 2^{n+1}$. Se analizează cazurile care apar. Spre exemplu $n + 1 = 2^a$, $n^2 - n + 6 = 2^b$, de unde înlocuim şi găsim $n = 7$ etc.

   (b) $C = \{0000000, 1111111\}$ este un cod de tip $(7, 2, 7)_2$ şi este perfect.
4. Faptul că $RS(k, q)$ este cod liniar este imediat. Fie $\varphi : F_{k-1} \mapsto RS\,(k, q)$ cu $F_{k-1} \ni f \overset{\varphi}{\to} (f\,(\alpha_1)\,, \ldots f\,(\alpha_{q-1})) \in RS\,(k, q)$. Evident φ este morfism surjectiv de spatii vectoriale (finit dimensionale), deci izomorfism. Aşadar $RS(k, q)$ este un $\mathbb{F}_q$ -spaţiu vectorial de dimensiune $\dim_{\mathbb{F}_q} F_{k-1} = k$. Deci avem de-a face cu un cod de tip $[q - 1, k, d]_q$. Acum, un polinom din L_{k-1} are cel mult $k - 1$ zerouri, deci un element din $RS(k, q)$ are cel puţin $q - 1 - (k - 1) = q - k$ componente nenule. Deci $d \geq q - k$. Pe de altă parte, inegalitatea Singleton ne asigură că $d + k \leq q - 1 + 1 = q$. Deci vom avea egalitate pentru acest cod.