

Curs 8

Obiectiv I

Să considerăm următoarea specificație pentru numere naturale în Maude:

```
fmod SIMPLE-NAT is
  sort Nat .
  op 0 : -> Nat .
  op s_ : Nat -> Nat .
  op _+_ : Nat Nat -> Nat .
  vars X Y : Nat .
  eq X + 0 = X .
  eq X + s Y = s(X + Y) .
endfm
```

Obiectiv I

Să considerăm următoarea specificație pentru numere naturale în Maude:

```
fmod SIMPLE-NAT is
  sort Nat .
  op 0 : -> Nat .
  op s_ : Nat -> Nat .
  op _+_ : Nat Nat -> Nat .
  vars X Y : Nat .
  eq X + 0 = X .
  eq X + s Y = s(X + Y) .
endfm
```

Să analizăm următoarea comandă red:

```
red s s 0 + s s s 0 .
```

```
reduce in SIMPLE-NAT : s s 0 + s s s 0 .
```

```
rewrites : 4 in 0ms cpu ...
```

```
result Nat:  s s s s s 0
```

Obiectiv I

```
set trace on .
red s s 0 + s s s 0 .

reduce in SIMPLE-NAT : s s 0 + s s s 0 .
***** equation
eq X + s Y = s (X + Y) .
X --> s s 0
Y --> s s 0
s s 0 + s s s 0
--->
s (s s 0 + s s 0)
***** equation
eq X + s Y = s (X + Y) .
X --> s s 0
Y --> s 0
s s 0 + s s 0
--->
s (s s 0 + s 0)
```

Obiectiv I

```
***** equation
eq X + s Y = s (X + Y) .
X --> s s 0
Y --> 0
s s 0 + s 0
--->
s (s s 0 + 0)
***** equation
eq X + 0 = X .
X --> s s 0
s s 0 + 0
--->
s s 0
rewrites: 4 in 0ms cpu ...
result Nat: s s s s s 0
```

Obiectiv I

Care este teoria din spatele acestui exemplu?

Execuția în Maude este o **rescriere**.

Obiectiv II

Regulile deducției ecuaționale (Birkhoff):

- (S, Σ) semnătură multisortată, X și Y mulțimi de variabile
- E mulțime de **ecuații necondiționate**

$$\text{R} \quad \frac{}{(\forall X)t \dot{=}_s t}$$

$$\text{S} \quad \frac{(\forall X)t_1 \dot{=}_s t_2}{(\forall X)t_2 \dot{=}_s t_1}$$

$$\text{T} \quad \frac{(\forall X)t_1 \dot{=}_s t_2, (\forall X)t_2 \dot{=}_s t_3}{(\forall X)t_1 \dot{=}_s t_3}$$

$$\text{CS} \quad \frac{(\forall X)t_1 \dot{=}_{s_1} t'_1, \dots, (\forall X)t_n \dot{=}_{s_n} t'_n}{(\forall X)\sigma(t_1, \dots, t_n) \dot{=}_s \sigma(t'_1, \dots, t'_n)}, \text{ unde } \sigma : s_1 \dots s_n \rightarrow s \in \Sigma$$

$$\text{Sub}_E \quad \frac{}{(\forall X)\theta(t) \dot{=}_s \theta(t')}, \text{ unde } (\forall Y)t \dot{=}_s t' \in E \text{ și } \theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$$

Obiectiv II

Logica ecuațională:

(S, Σ) signatura multisortată, X mulțime de variabile, $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$

- Echivalența sintactică: $t \sim_{E_s} t' \Leftrightarrow E \vdash (\forall X) t \dot{=}_s t'$.
- Echivalența semantică: $t \equiv_{E_s} t' \Leftrightarrow E \models (\forall X) t \dot{=}_s t'$.
- Corectitudinea deducției: $\sim_E \subseteq \equiv_E$.
- Completitudinea deducției: $\equiv_E \subseteq \sim_E$.

Teoremă (Teorema de completitudine)

$$E \models (\forall X) t \dot{=}_s t' \Leftrightarrow E \vdash (\forall X) t \dot{=}_s t' \\ (\equiv_E = \sim_E)$$

Obiectiv II

Există vreo legătură între deducția ecuațională și rescriere?

Dacă da, ce câștigăm?

Cuprins

1 Rescrierea termenilor

2 Logica ecuațională și rescrierea termenilor

Rescrierea termenilor

Reguli de rescriere

(S, Σ) semnătură și Y mulțime de variabile.

Definiție

O **regulă de rescriere** (peste Y) este formată din doi termeni $l, r \in T_{\Sigma}(Y)_s$ astfel încât:

- 1 l nu este variabilă,
- 2 $Var(r) \subseteq Var(l)$.

Vom nota o regulă de rescriere (peste Y) prin:

$$l \rightarrow_s r.$$

Reguli de rescriere

Exemplu

□ $S = \{s\}$ si $\Sigma = \{a : \rightarrow s, f : s \rightarrow s, g : s \ s \rightarrow s\}$

□ Reguli de rescriere peste $Y = \{x\}$:

□ $f(x) \rightarrow x$

□ $g(f(x), x) \rightarrow f(x)$

□ $f(x) \rightarrow a$

□ $f(x) \rightarrow g(a, f(x))$

Reguli de rescriere

Exemplu

□ $S = \{s\}$ si $\Sigma = \{a : \rightarrow s, f : s \rightarrow s, g : s s \rightarrow s\}$

□ Reguli de rescriere peste $Y = \{x\}$:

- $f(x) \rightarrow x$
- $g(f(x), x) \rightarrow f(x)$
- $f(x) \rightarrow a$
- $f(x) \rightarrow g(a, f(x))$

□ Incorecte:

- | | |
|---------------------------|----------------|
| □ $f(x) \rightarrow y$ | $Y = \{x, y\}$ |
| □ $a \rightarrow g(x, y)$ | $Y = \{x, y\}$ |
| □ $x \rightarrow f(x)$ | $Y = \{x\}$ |

Sisteme de rescriere

Un **sistem de rescriere (TRS)** este o mulțime finită de reguli de rescriere.

Exemplu

□ $S = \{s\}$ și $\Sigma = \{a : \rightarrow s, f : s \rightarrow s, g : s\ s \rightarrow s\}$

□ **Sistem de rescriere:**

$$R = \{f(x) \rightarrow x, g(f(x), x) \rightarrow f(x)\}$$

Contexte

- (S, Σ) semnătură și X mulțime de variabile
- dacă $t \in T_{\Sigma}(X)$ și $y \in X$ notăm
$$nr_y(t) = \text{numărul de apariții ale lui } y \text{ în } t$$

Contexte

- (S, Σ) semnătură și X mulțime de variabile
- dacă $t \in T_{\Sigma}(X)$ și $y \in X$ notăm
$$nr_y(t) = \text{numărul de apariții ale lui } y \text{ în } t$$

Definiție

Fie z a.î. $z \notin X$.

Contexte

- (S, Σ) semnătură și X mulțime de variabile
- dacă $t \in T_{\Sigma}(X)$ și $y \in X$ notăm
$$nr_y(t) = \text{numărul de apariții ale lui } y \text{ în } t$$

Definiție

Fie z a.î. $z \notin X$. Un termen $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ se numește **context** dacă $nr_z(c) = 1$.

Contexte

- (S, Σ) semnătură și X mulțime de variabile
- dacă $t \in T_{\Sigma}(X)$ și $y \in X$ notăm
$$nr_y(t) = \text{numărul de apariții ale lui } y \text{ în } t$$

Definiție

Fie z a.î. $z \notin X$. Un termen $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ se numește **context** dacă $nr_z(c) = 1$.

- Dacă $t_0 \in T_{\Sigma}(X)$ și t_0 are același sort cu z , definim substituția $\{z \leftarrow t_0\} : X \cup \{z\} \rightarrow T_{\Sigma}(X)$, prin

$$\{z \leftarrow t_0\}(x) = \begin{cases} t_0, & \text{dacă } x = z \\ x, & \text{altfel} \end{cases}$$

Contexte

- (S, Σ) semnătură și X mulțime de variabile
- dacă $t \in T_{\Sigma}(X)$ și $y \in X$ notăm
$$nr_y(t) = \text{numărul de apariții ale lui } y \text{ în } t$$

Definiție

Fie z a.î. $z \notin X$. Un termen $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ se numește **context** dacă $nr_z(c) = 1$.

- Dacă $t_0 \in T_{\Sigma}(X)$ și t_0 are același sort cu z , definim substituția $\{z \leftarrow t_0\} : X \cup \{z\} \rightarrow T_{\Sigma}(X)$, prin

$$\{z \leftarrow t_0\}(x) = \begin{cases} t_0, & \text{dacă } x = z \\ x, & \text{altfel} \end{cases}$$

- Pentru un context $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$, notăm:

$$c[z \leftarrow t_0] := \{z \leftarrow t_0\}(c).$$

Relația de rescriere generată de R

- (S, Σ) semnătură și R sistem de rescriere

Relația de rescriere generată de R

- (S, Σ) semnătură și R sistem de rescriere
- pentru $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$ definim relația $t \rightarrow_R t'$ astfel:

Relația de rescriere generată de R

- (S, Σ) semnătură și R sistem de rescriere
- pentru $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$ definim relația $t \rightarrow_R t'$ astfel:

$t \rightarrow_R t' \iff$ t este $c[z \leftarrow \theta_s(l)]$ și
 t' este $c[z \leftarrow \theta_s(r)]$, unde
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ context,
 $l \rightarrow_s r \in R$ cu $\text{Var}(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție

Relația de rescriere generată de R

- (S, Σ) semnătură și R sistem de rescriere
- pentru $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$ definim relația $t \rightarrow_R t'$ astfel:

$$\begin{aligned} t \rightarrow_R t' \quad \Leftrightarrow \quad & t \text{ este } c[z \leftarrow \theta_s(l)] \text{ și} \\ & t' \text{ este } c[z \leftarrow \theta_s(r)], \text{ unde} \\ & c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\}) \text{ context,} \\ & l \rightarrow_s r \in R \text{ cu } \text{Var}(l) = Y, \\ & \theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X) \text{ substituție} \end{aligned}$$

- Observați că $t \rightarrow_R t'$ ddacă t' se poate obține din t înlocuind o instanță a lui l cu o instanță a lui r , unde $l \rightarrow_s r \in R$.

Relația de rescriere generată de R

- (S, Σ) semnătură și R sistem de rescriere
- pentru $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$ definim relația $t \rightarrow_R t'$ astfel:

$$\begin{aligned} t \rightarrow_R t' \quad \Leftrightarrow \quad & t \text{ este } c[z \leftarrow \theta_s(l)] \text{ și} \\ & t' \text{ este } c[z \leftarrow \theta_s(r)], \text{ unde} \\ & c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\}) \text{ context,} \\ & l \rightarrow_s r \in R \text{ cu } \text{Var}(l) = Y, \\ & \theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X) \text{ substituție} \end{aligned}$$

- Observați că $t \rightarrow_R t'$ dacă t' se poate obține din t înlocuind o instanță a lui l cu o instanță a lui r , unde $l \rightarrow_s r \in R$.
- \rightarrow_R este relația de rescriere generată de sistemul de rescriere R .

Echivalența generată de \rightarrow_R

□ Închiderea tranzitivă:

$$t \xrightarrow{*}_R t' \Leftrightarrow t = t_0 \rightarrow_R \dots \rightarrow_R t_n = t'$$

Echivalența generată de \rightarrow_R

□ Închiderea tranzitivă:

$$t \xrightarrow{*}_R t' \Leftrightarrow t = t_0 \rightarrow_R \dots \rightarrow_R t_n = t'$$

□ Închiderea simetrică:

$$t \leftrightarrow_R t' \Leftrightarrow t \rightarrow_R t' \text{ sau } t' \rightarrow_R t$$

Echivalența generată de \rightarrow_R

- Închiderea tranzitivă:

$$t \rightarrow_R^* t' \Leftrightarrow t = t_0 \rightarrow_R \dots \rightarrow_R t_n = t'$$

- Închiderea simetrică:

$$t \leftrightarrow_R t' \Leftrightarrow t \rightarrow_R t' \text{ sau } t' \rightarrow_R t$$

- Echivalența generată de \rightarrow_R :

$$t \leftrightarrow_R^* t' \Leftrightarrow t = t_0 \leftrightarrow_R \dots \leftrightarrow_R t_n = t'$$

Sistemul de rescriere R_E

- (S, Σ) semnătură
- E mulțime de ecuații astfel încât, pt. or. $(\forall Y)I \dot{=}_s r \in E$:
 - $I \notin Y$ (nu este variabilă),
 - $Var(r) \subseteq Var(I)$.

Sistemul de rescriere R_E

- (S, Σ) semnătură
- E mulțime de ecuații astfel încât, pt. or. $(\forall Y) l \dot{=}_s r \in E$:
 - $l \notin Y$ (nu este variabilă),
 - $Var(r) \subseteq Var(l)$.
- Sistemul de rescriere determinat de E :
$$R_E := \{l \rightarrow_s r \mid (\forall Y) l \dot{=}_s r \in E\}$$
- Ecuațiile devin reguli de rescriere prin orientare!

Sistemul de rescriere R_E

- (S, Σ) semnătură
- E mulțime de ecuații astfel încât, pt. or. $(\forall Y)I \dot{=}_s r \in E$:
 - $I \notin Y$ (nu este variabilă),
 - $\text{Var}(r) \subseteq \text{Var}(I)$.

- Sistemul de rescriere determinat de E :

$$R_E := \{I \rightarrow_s r \mid (\forall Y)I \dot{=}_s r \in E\}$$

- Ecuațiile devin reguli de rescriere prin orientare!
- Relația de rescriere generată de R_E :

$$\rightarrow_E := \rightarrow_{R_E}$$

Ecuații în Maude

- În Maude, ecuațiile $\text{eq } t = t'$ trebuie să verifice condițiile:
 - t nu este variabilă,
 - $\text{Var}(t') \subseteq \text{Var}(t)$.

deoarece în execuții sunt folosite ca reguli de rescriere.

Exemplu

Exemplu

```
fmod SIMPLE-NAT is
  sort Nat .
  op 0 : -> Nat .
  op s_ : Nat -> Nat .
  op _+_ : Nat Nat -> Nat .
  vars X Y : Nat .
  eq X + 0 = X .
  eq X + s Y = s(X + Y) .
endfm
```

□ $S = \{Nat\}$ și $\Sigma = \{0 : \rightarrow Nat, s : Nat \rightarrow Nat, + : Nat\ Nat \rightarrow Nat\}$

□ $E = \{x + 0 \dot{=} x, x + s\ y \dot{=} s(x + y)\}$

□ Sistemul de rescriere:

$$R_E = \{x + 0 \rightarrow x, x + s\ y \rightarrow s(x + y)\}$$

□ Relația de rescriere: \rightarrow_E

Exemplu

Exemplu (cont. 1)

$t \rightarrow_E t' \Leftrightarrow$ t este $c[z \leftarrow \theta_s(l)]$ și t' este $c[z \leftarrow \theta_s(r)]$, unde
 $c \in T_\Sigma(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow_s r \in R_E$ cu $Var(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$ substituție

$$R_E = \{x + 0 \rightarrow x, x + s\ y \rightarrow s(x + y)\}$$

reduce in SIMPLE-NAT :

$s\ s\ 0 + s\ s\ s\ 0$.

$t := s\ s\ 0 + s\ s\ s\ 0$

***** equation

eq $X + s\ Y = s\ (X + Y)$.

$x + s\ y \rightarrow s(x + y) \in R_E$
 $l := x + s\ y \quad r := s(x + y)$

$X \rightarrow s\ s\ 0$

$\theta(x) = s\ s\ 0$

$Y \rightarrow s\ s\ 0$

$\theta(y) = s\ s\ 0$

$c := z$

$c[z \leftarrow \theta(l)] = s\ s\ 0 + s\ s\ s\ 0 = t$

$c[z \leftarrow \theta(r)] = s(s\ s\ 0 + s\ s\ 0) = t'$

$s\ s\ 0 + s\ s\ s\ 0$

\rightarrow

$s\ s\ 0 + s\ s\ s\ 0 \rightarrow_E s(s\ s\ 0 + s\ s\ 0)$

$s\ (s\ s\ 0 + s\ s\ 0)$

Exemplu

Exemplu (cont. 2)

$t \rightarrow_E t' \Leftrightarrow$ t este $c[z \leftarrow \theta_s(l)]$ și t' este $c[z \leftarrow \theta_s(r)]$, unde
 $c \in T_\Sigma(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow_s r \in R_E$ cu $Var(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$ substituție

$$R_E = \{x + 0 \rightarrow x, x + s\ y \rightarrow s(x + y)\}$$

$$t := s(s\ 0 + s\ s\ 0)$$

***** equation

eq $X + s\ Y = s\ (X + Y)$.

$$x + s\ y \rightarrow s(x + y) \in R_E$$

$$l := x + s\ y \quad r := s(x + y)$$

$$X \rightarrow s\ s\ 0$$

$$Y \rightarrow s\ 0$$

$$\theta(x) = s\ s\ 0$$

$$\theta(y) = s\ 0$$

$$c := s(z)$$

$$c[z \leftarrow \theta(l)] = s(s\ s\ 0 + s\ s\ 0) = t$$

$$c[z \leftarrow \theta(r)] = s(s(s\ s\ 0 + s\ 0)) = t'$$

$$s\ s\ 0 + s\ s\ 0$$

---->

$$s\ (s\ s\ 0 + s\ s\ 0)$$

$$s(s\ s\ 0 + s\ s\ 0) \rightarrow_E s(s(s\ s\ 0 + s\ 0))$$

Exemplu

Exemplu (cont. 3)

$t \rightarrow_E t' \Leftrightarrow$ t este $c[z \leftarrow \theta_s(l)]$ și t' este $c[z \leftarrow \theta_s(r)]$, unde
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow_s r \in R_E$ cu $Var(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție

$$R_E = \{x + 0 \rightarrow x, x + s\ y \rightarrow s(x + y)\}$$

$$t := s(s(s\ 0 + s\ 0))$$

***** equation

eq $X + s\ Y = s\ (X + Y)$.

$$x + s\ y \rightarrow s(x + y) \in R_E$$

$$l := x + s\ y \quad r := s(x + y)$$

$X \rightarrow s\ s\ 0$

$Y \rightarrow 0$

$$\theta(x) = s\ s\ 0$$

$$\theta(y) = 0$$

$$c := s(s(z))$$

$$c[z \leftarrow \theta(l)] = s(s(s\ s\ 0 + s\ 0)) = t$$

$$c[z \leftarrow \theta(r)] = s(s(s(s\ s\ 0 + 0))) = t'$$

$s\ s\ 0 + s\ 0$

\rightarrow

$s\ (s\ s\ 0 + 0)$

$$s(s(s\ s\ 0 + s\ 0)) \rightarrow_E s(s(s(s\ s\ 0 + 0)))$$

Exemplu

Exemplu (cont. 4)

$t \rightarrow_E t' \Leftrightarrow$ t este $c[z \leftarrow \theta_s(l)]$ și t' este $c[z \leftarrow \theta_s(r)]$, unde
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow_s r \in R_E$ cu $Var(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție

$$R_E = \{x + 0 \rightarrow x, x + s y \rightarrow s(x + y)\}$$

$$t := s(s(s(s\ 0\ +\ 0)))$$

***** equation

eq $X + 0 = X$.

$$x + 0 \rightarrow x \in R_E$$

$$l := x + 0 \quad r := x$$

$$X \rightarrow s\ s\ 0$$

$$\theta(x) = s\ s\ 0$$

$$c := s(s(s(z)))$$

$$c[z \leftarrow \theta(l)] = s(s(s(s\ 0\ +\ 0))) = t$$

$$c[z \leftarrow \theta(r)] = s(s(s(s\ 0))) = t'$$

$$s\ s\ 0\ +\ 0$$

$$\rightarrow$$

$$s\ s\ 0$$

$$s(s(s(s\ 0\ +\ 0))) \rightarrow_E s(s(s(s\ 0)))$$

Privire de ansamblu

regulă de rescriere
sistem de rescriere (TRS)
relația de rescriere
echivalența

$$l \rightarrow_s r$$

$$R$$

$$\rightarrow_R$$

$$\stackrel{*}{\leftrightarrow}_R$$

termeni cu două condiții
mai multe $l \rightarrow_s r$
generată de R
generată de \rightarrow_R

Logica ecuațională și rescrierea termenilor

Regula de deducție SR_{Γ}

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

$$SR_{\Gamma} \quad \frac{(\forall X)\theta(u_1) \dot{=}_{s_1} \theta(v_1), \dots, (\forall X)\theta(u_n) \dot{=}_{s_n} \theta(v_n)}{(\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]} \quad , \text{ unde}$$

$(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$,
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ (c context).

Regula de deducție SR_{Γ}

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

$$SR_{\Gamma} \quad \frac{(\forall X)\theta(u_1) \dot{=}_{s_1} \theta(v_1), \dots, (\forall X)\theta(u_n) \dot{=}_{s_n} \theta(v_n)}{(\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]} \quad , \text{ unde}$$

$(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$,
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ (c context).

Dacă $c = z$ atunci $SR_{\Gamma} = Sub_{\Gamma}$.

Regula de deducție SR_{Γ}

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

$$SR_{\Gamma} \quad \frac{(\forall X)\theta(u_1) \dot{=}_{s_1} \theta(v_1), \dots, (\forall X)\theta(u_n) \dot{=}_{s_n} \theta(v_n)}{(\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]} , \text{ unde}$$

$(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$,
 $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ (c context).

Dacă $c = z$ atunci $SR_{\Gamma} = Sub_{\Gamma}$.

Dacă E mulțime de ecuații necondiționate:

$$SR_E \quad \frac{}{(\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]} , \text{ unde}$$

$(\forall Y)t \dot{=}_s t' \in E$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$, $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$,
 $nr_z(c) = 1$.

Două deducții ecuaționale

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

□ $\Gamma \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub\Gamma} (\forall X)t \dot{=}_s t'$:

□ dacă există o secvență de ecuații $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n = (\forall X)t \dot{=}_s t'$ a.î.

■ $\epsilon_i \in \Gamma$ sau

■ ϵ_i se obține din $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{i-1}$ aplicând una din reg. $R, S, T, C\Sigma, Sub\Gamma$.

Două deducții ecuaționale

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

□ $\Gamma \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'$:

□ dacă există o secvență de ecuații $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n = (\forall X)t \dot{=}_s t'$ a.î.

■ $\epsilon_i \in \Gamma$ sau

■ ϵ_i se obține din $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{i-1}$ aplicând una din reg. $R, S, T, C\Sigma, Sub_{\Gamma}$.

□ $\Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'$:

□ dacă există o secvență de ecuații $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n = (\forall X)t \dot{=}_s t'$ a.î.

■ $\epsilon_i \in \Gamma$ sau

■ ϵ_i se obține din $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{i-1}$ aplicând una din reg. R, S, T, SR_{Γ} .

Două deducții ecuaționale

Fie (S, Σ, Γ) o specificație.

□ $\Gamma \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'$:

□ dacă există o secvență de ecuații $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n = (\forall X)t \dot{=}_s t'$ a.î.

■ $\epsilon_i \in \Gamma$ sau

■ ϵ_i se obține din $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{i-1}$ aplicând una din reg. $R, S, T, C\Sigma, Sub_{\Gamma}$.

□ $\Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'$:

□ dacă există o secvență de ecuații $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n = (\forall X)t \dot{=}_s t'$ a.î.

■ $\epsilon_i \in \Gamma$ sau

■ ϵ_i se obține din $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{i-1}$ aplicând una din reg. R, S, T, SR_{Γ} .

□ Dacă avem E în loc de Γ , folosim notația adaptată la acest caz.

Regula de deducție SR_{\neg}

Exemplu

- $NAT = (S, \Sigma)$, unde $S = \{s\}$ și $\Sigma = \{0 : \rightarrow s, succ : s \rightarrow s\}$
- Deoarece avem un singur sort, putem renunța la cuantificare!
- $E = \{x + 0 \doteq x, x + succ(y) \doteq succ(x + y)\}$

Regula de deducție SR_{\neg}

Exemplu

- $NAT = (S, \Sigma)$, unde $S = \{s\}$ și $\Sigma = \{0 : \rightarrow s, succ : s \rightarrow s\}$
- Deoarece avem un singur sort, putem renunța la cuantificare!
- $E = \{x + 0 \doteq x, x + succ(y) \doteq succ(x + y)\}$
- $E \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_E} 0 + succ(0) \doteq succ(0)$:

Regula de deducție SR_{Γ}

Exemplu

- $NAT = (S, \Sigma)$, unde $S = \{s\}$ și $\Sigma = \{0 : \rightarrow s, succ : s \rightarrow s\}$
- Deoarece avem un singur sort, putem renunța la cuantificare!
- $E = \{x + 0 \doteq x, x + succ(y) \doteq succ(x + y)\}$
- $E \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_E} 0 + succ(0) \doteq succ(0)$:
 - 1 $0 + succ(0) \doteq succ(0 + 0)$
(Sub_E pt. $x + succ(y) \doteq succ(x + y) \in E$ si $\{x \leftarrow 0, y \leftarrow 0\}$)
 - 2 $0 + 0 \doteq 0$
(Sub_E pt. $x + 0 \doteq x \in E$ si $\{x \leftarrow 0\}$)
 - 3 $succ(0 + 0) \doteq succ(0)$ (2, C_{Σ})
 - 4 $0 + succ(0) \doteq succ(0)$ (1, 3, T)

Regula de deductie SR_{Γ}

Exemplu (cont.)

□ $E \vdash_{R,S,T,SR_E} 0 + succ(0) \doteq succ(0)$:

1 $0 + succ(0) \doteq succ(0 + 0)$

(SR_E pt. $x + succ(y) \doteq succ(x + y) \in E, \{x \leftarrow 0, y \leftarrow 0\}, c = z$)

2 $succ(0 + 0) \doteq succ(0)$

(SR_E pt. $x + 0 \doteq x \in E, \{x \leftarrow 0\}, c = succ(z)$)

3 $0 + succ(0) \doteq succ(0)$ (1, 2, T)

Regula de deducție SR_{\neg}

Propoziția

SR_{\neg} este regulă de deducție corectă.

Regula de deducție SR_{Γ}

Propoziția

SR_{Γ} este regulă de deducție corectă.

Demonstrație

- Fie $(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție, $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ astfel încât $\Gamma \models (\forall X)\theta_{s_i}(u_i) \dot{=}_{s_i} \theta_{s_i}(v_i)$, or. $1 \leq i \leq n$.

Regula de deducție SR_{Γ}

Propoziția

SR_{Γ} este regulă de deducție corectă.

Demonstrație

- Fie $(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție, $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ astfel încât $\Gamma \models (\forall X)\theta_{s_i}(u_i) \dot{=}_{s_i} \theta_{s_i}(v_i)$, or. $1 \leq i \leq n$.
- Demonstrăm că $\Gamma \models (\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]$ prin inducție după $|c|$ (lungimea lui c):

Regula de deducție SR_{Γ}

Propoziția

SR_{Γ} este regulă de deducție corectă.

Demonstrație

- Fie $(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $H = \{u_1 \dot{=}_{s_1} v_1, \dots, u_n \dot{=}_{s_n} v_n\}$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție, $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ astfel încât $\Gamma \models (\forall X)\theta_{s_i}(u_i) \dot{=}_{s_i} \theta_{s_i}(v_i)$, or. $1 \leq i \leq n$.
- Demonstrăm că $\Gamma \models (\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]$ prin inducție după $|c|$ (lungimea lui c):
 - Dacă $|c| = 1$, atunci $c = z$ și $\Gamma \models (\forall X)\theta(t) \dot{=}_{s'} \theta(t')$, deoarece Sub_{Γ} este corectă.

Regula de deducție SR_{Γ}

Demonstrație (cont.)

□ (cont. cu pasul de inducție)

□ Pres. că $\Gamma \models (\forall X)c'[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c'[z \leftarrow \theta(t')]$ dacă $|c'| < |c|$.

□ Există $\sigma : s_1 \dots s_n \rightarrow s' \in \Sigma$, $t_1 \in T_{\Sigma}(X)_{s_1}, \dots, t_n \in T_{\Sigma}(X)_{s_n}$ și k a.î.

$c = \sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n)$ și $nr_z(t_k) = 1$.

□ Pentru contextul t_k aplicăm ipoteza de inducție:

$\Gamma \models (\forall X)t_k[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s_i} t_k[z \leftarrow \theta(t')]$

□ Cum regula R este corectă, avem $\Gamma \models (\forall X)t_i \dot{=}_{s_i} t_i$, or. $i \neq k$.

□ Cum regula $C\Sigma$ este corectă obținem:

$\Gamma \models (\forall X)\sigma(t_1, \dots, t_k[z \leftarrow \theta(t)], \dots, t_n) \dot{=}_{s'} \sigma(t_1, \dots, t_k[z \leftarrow \theta(t')], \dots, t_n)$

□ Observăm că $c[z \leftarrow p] = \sigma(t_1, \dots, t_k[z \leftarrow p], \dots, t_n)$, or.
 $p \in T_{\Sigma}(X)_s$

□ Deci $\Gamma \models (\forall X)c[z \leftarrow \theta(t)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(t')]$.

□

Regula de deducție SR_{Γ}

Definim relația binară pe $T_{\Sigma}(X)$:

$$t \sim_{SR_s} t' \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=} _s t'.$$

Regula de deducție SR_{Γ}

Definim relația binară pe $T_{\Sigma}(X)$:

$$t \sim_{SR_s} t' \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X) t \doteq_s t'.$$

Propoziție (*)

\sim_{SR} este o congruență pe $T_{\Sigma}(X)$ închisă la substituție.

Regula de deducție SR_{Γ}

Definim relația binară pe $T_{\Sigma}(X)$:

$$t \sim_{SR_s} t' \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \doteq_s t'.$$

Propoziție (*)

\sim_{SR} este o congruență pe $T_{\Sigma}(X)$ închisă la substituție.

Demonstrație

- Este suficient să arătăm că \sim_{SR} este închisă la R , S , T , $C\Sigma$ și Sub_{Γ} .
- Din definiție \sim_{SR} este închisă la R , S , T .
- \sim_{SR} închisă la Sub_{Γ} :
 - Sub_{Γ} se obține din SR_{Γ} cu $c = z$.

Regula de deductie SR_{Γ}

Demonstrație (cont.)

□ \sim_{SR} închisă la $C\Sigma$ (schită):

Fie $\sigma : s_1 \dots s_n \rightarrow s \in \Sigma$ și $t_1 \sim_{SR} t'_1, \dots, t_n \sim_{SR} t'_n$

1 Dacă $k \in \{1, \dots, n\}$ și $(\forall X)t_k \dot{=}_{s_k} t'_k$ se deduce prin aplicarea regulii SR_{Γ} , atunci există $(\forall Y)t \dot{=}_s t'$ if $H \in \Gamma$, $\theta : Y \rightarrow T_{\Sigma}(X)$ substituție, $c \in T_{\Sigma}(X \cup \{z\})_{s'}$, $z \notin X$, $nr_z(c) = 1$ a.î. $t_k = c[z \leftarrow \theta(t)]$ și $t'_k = c[z \leftarrow \theta(t')]$.

Definim $c' = \sigma(t_1, \dots, t_{k-1}, c, t_{k+1}, \dots, t_n)$.

Atunci $\sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) = c'[z \leftarrow \theta(t)]$ și

$\sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n) = c'[z \leftarrow \theta(t')]$.

Deci $(\forall X)\sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \dot{=}_s \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n)$ se deduce prin aplicarea regulii SR_{Γ} .

2 Dacă $k \in \{1, \dots, n\}$ și $t_k \sim_{SR} t'_k$, atunci

$\sigma(t_1, \dots, t_{k-1}, t_k, t_{k+1}, \dots, t_n) \sim_{SR} \sigma(t_1, \dots, t_{k-1}, t'_k, t_{k+1}, \dots, t_n)$

3 $\sigma(t_1, t_2, \dots, t_n) \sim_{SR} \sigma(t'_1, t_2, \dots, t_n) \sim_{SR} \sigma(t'_1, t'_2, \dots, t_n) \sim_{SR} \dots \sim_{SR} \sigma(t'_1, t'_2, \dots, t'_n)$.

□

Regula de deducție SR_{Γ}

Fie (S, Σ, Γ) specificație, X mulțime de variabile și $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$.

Teoremă

Sunt echivalente:

- 1 $\Gamma \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t',$
- 2 $\Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'.$

Regula de deducție SR_{Γ}

Fie (S, Σ, Γ) specificație, X mulțime de variabile și $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$.

Teoremă

Sunt echivalente:

- 1 $\Gamma \vdash_{R,S,T,C\Sigma,Sub_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t',$
- 2 $\Gamma \vdash_{R,S,T,SR_{\Gamma}} (\forall X)t \dot{=}_s t'.$

Demonstrație

Este suficient să arătăm că $\sim_{\Gamma} = \sim_{SR}$.

\Rightarrow

- \sim_{SR} congruență pe $T_{\Sigma}(X)$ închisă la substituție.
- $\sim_{\Gamma} \equiv \equiv_{\Gamma}$ și \equiv_{Γ} cea mai mică congruență pe $T_{\Sigma}(X)$ închisă la substituție.
- Deci $\sim_{\Gamma} \subseteq \sim_{SR}$.

Regula de deducție SR_{Γ}

Demonstrație (cont.)



- Din corectitudinea regulii SR_{Γ} , obținem $\sim_{SR} \subseteq \equiv_{\Gamma}$.
- În concluzie, $\sim_{SR} \subseteq \equiv_{\Gamma} = \sim_{\Gamma}$.



Deducția ecuațională și rescriere

- (S, Σ) semnătură, X mulțime de variabile și $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$
- E mulțime de ecuații
- R_E sistemul de rescriere determinat de E
- \rightarrow_E relația de rescriere generată de R_E
- \leftrightarrow_E^* echivalența generată de \rightarrow_E

Deducția ecuațională și rescriere

- (S, Σ) semnătură, X mulțime de variabile și $t, t' \in T_{\Sigma}(X)_s$
- E mulțime de ecuații
- R_E sistemul de rescriere determinat de E
- \rightarrow_E relația de rescriere generată de R_E
- \leftrightarrow_E^* echivalența generată de \rightarrow_E

Teoremă

$$E \vdash (\forall X) t \doteq_s t' \quad \Leftrightarrow \quad t \leftrightarrow_E^* t'$$

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație

Este suficient să arătăm că $t \sim_E t' \Leftrightarrow t \leftrightarrow_E^* t'$.

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație

Este suficient să arătăm că $t \sim_E t' \Leftrightarrow t \leftrightarrow_E^* t'$.

Arătăm $\sim_E \subseteq \leftrightarrow_E^*$:

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație

Este suficient să arătăm că $t \sim_E t' \Leftrightarrow t \leftrightarrow_E^* t'$.

Arătăm $\sim_E \subseteq \leftrightarrow_E^*$:

□ Evident \leftrightarrow_E^* este închisă la R,S,T.

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație

Este suficient să arătăm că $t \sim_E t' \Leftrightarrow t \leftrightarrow_E^* t'$.

Arătăm $\sim_E \subseteq \leftrightarrow_E^*$:

□ Evident \leftrightarrow_E^* este închisă la R,S,T.

□ \leftrightarrow_E^* închisă la Sub_E :

$$\boxed{\text{Sub}_E \quad \frac{}{(\forall X)\theta(t) \dot{=}_s \theta(t')}} \text{ , unde } (\forall Y)t \dot{=}_s t' \in E \text{ și } \theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$$

□ Fie $(\forall Y)t \dot{=}_s t' \in E$ și $\theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$ substituție

□ Deoarece $(\forall Y)t \dot{=}_s t' \in E$, avem $t \rightarrow_E t'$ sau $t' \rightarrow_E t$

□ Dacă $t \rightarrow_E t'$ atunci $\theta(t) \rightarrow_E \theta(t')$ pentru $c = z$

□ Dacă $t' \rightarrow_E t$ atunci $\theta(t') \rightarrow_E \theta(t)$ pentru $c = z$

□ Rezultă $\theta(t) \leftrightarrow_E^* \theta(t')$

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație (cont.)

□ \leftrightarrow_E^* închisă la C_Σ :

$$C_\Sigma \frac{(\forall X)t_1 \dot{=}_{s_1} t'_1, \dots, (\forall X)t_n \dot{=}_{s_n} t'_n}{(\forall X)\sigma(t_1, \dots, t_n) \dot{=}_s \sigma(t'_1, \dots, t'_n)}, \text{ unde } \sigma : s_1 \dots s_n \rightarrow s \in \Sigma$$

Fie $\sigma : s_1 \dots s_n \rightarrow s \in \Sigma$ și $k \in \{1, \dots, n\}$

1 $t_k \rightarrow_E t'_k \Rightarrow \sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \rightarrow_E \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n)$

- Din ipoteză, $t_k = c[z \leftarrow \theta(l)]$ și $t'_k = c[z \leftarrow \theta(r)]$, unde $c \in T_\Sigma(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow r \in R_E$ cu $\text{Var}(l) = Y$ și $\theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$
- Definim $c' := \sigma(t_1, \dots, c, \dots, t_n)$
- Evident $t_k \rightarrow_E t'_k$ și pentru contextul c'
- Dar am obținut

$$\sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) = c'[z \leftarrow \theta(l)] \text{ și } \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n) = c'[z \leftarrow \theta(r)]$$

Deducția euațională și rescriere

Demonstrație (cont.)

□ \leftrightarrow_E^* închisă la C_Σ (cont.):

2 $t_k \xrightarrow{p}_E t'_k \Rightarrow \sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \xrightarrow{*}_E \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n)$

- Fie $k \in \{1, \dots, n\}$
- Demonstrăm prin inducție după $p \geq 1$
- Pentru $p = 1$ aplicăm (1) și simetria.
- Dacă $t_k \xrightarrow{p+1}_E t'_k$ atunci $t_k \xrightarrow{p}_E t''_k \leftrightarrow_E t'_k$.

Din ipoteza de inducție avem:

$$\sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \xrightarrow{*}_E \sigma(t_1, \dots, t''_k, \dots, t_n)$$

$$\sigma(t_1, \dots, t''_k, \dots, t_n) \xrightarrow{*}_E \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n)$$

$$\text{Deci } \sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \xrightarrow{*}_E \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n).$$

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstrație (cont.)

□ \leftrightarrow_E^* închisă la C_Σ (cont.):

3 Din (2) obținem

$$t_k \leftrightarrow_E^* t'_k \Rightarrow \sigma(t_1, \dots, t_k, \dots, t_n) \leftrightarrow_E^* \sigma(t_1, \dots, t'_k, \dots, t_n)$$

or. $k \in \{1, \dots, n\}$.

4 Dacă $t_1 \leftrightarrow_E^* t'_1, \dots, t_n \leftrightarrow_E^* t'_n$, din (3) obținem

$$\sigma(t_1, \dots, t_n) \leftrightarrow_E^* \sigma(t'_1, t_2, \dots, t_n) \leftrightarrow_E^* \sigma(t'_1, t'_2, \dots, t_n) \leftrightarrow_E^* \dots \leftrightarrow_E^* \sigma(t'_1, \dots, t'_n)$$

Am arătat că \leftrightarrow_E^* este închisă la R, S, T, C_Σ , Sub_E .

Deci \leftrightarrow_E^* este congruență închisă la substituții (vezi Curs 7).

Cum $\sim_E \equiv_E$ (vezi Curs 7) și \equiv_E cea mai mică congruență închisă la substituție, rezultă că $\sim_E \subseteq \leftrightarrow_E^*$.

Deducția ecuațională și rescriere

Demonstratie (cont.)

Arătam $\leftrightarrow_E^* \subseteq \sim_E$:

□ dacă $t \rightarrow_E t'$, atunci $t \sim_{SR} t'$

$t \rightarrow_E t' \Leftrightarrow t$ este $c[z \leftarrow \theta(l)]$ și t' este $c[z \leftarrow \theta(r)]$, unde
 $c \in T_\Sigma(X \cup \{z\})$ context, $l \rightarrow_s r \in R_E$ cu $Var(l) = Y$,
 $\theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X)$ substituție

$SR_E \quad \frac{}{(\forall X)c[z \leftarrow \theta(l)] \dot{=}_{s'} c[z \leftarrow \theta(r)]}$, unde

$(\forall Y)l \dot{=}_s r \in E, \theta : Y \rightarrow T_\Sigma(X), c \in T_\Sigma(X \cup \{z\})_{s'}, z \notin X, nr_z(c) = 1$.

□ dacă $t \leftrightarrow_E^* t'$, atunci $t \sim_{SR} t'$, folosind R, S, T.

□ deci $\leftrightarrow_E^* \subseteq \sim_{SR}$

□ Cum $\sim_{SR} = \sim_E$, obținem $\leftrightarrow_E^* \subseteq \sim_E$



Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

- Probleme nedecidabile în general.

Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

- Probleme nedecidabile în general.
- Deducția ecuațională **nu** este algoritmică.

Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

- Probleme nedecidabile în general.
- Deducția ecuațională **nu** este algoritmică.
- Am obținut o **reformulare** a deducției ecuaționale:
deducția ecuațională = echivalența generată de un TRS

Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

- Probleme nedecidabile în general.
- Deducția ecuațională **nu** este algoritmică.
- Am obținut o **reformulare** a deducției ecuaționale:
deducția ecuațională = echivalența generată de un TRS
- **Scop: deducție automată**
(cazuri în care deducția ecuațională devine decidabilă)

Ce am obținut până acum și ce urmărim?

- Am investigat următoarele probleme:

$$E \models (\forall X)t \dot{=}_s t'? \text{ și } E \vdash (\forall X)t \dot{=}_s t'?$$

- Probleme nedecidabile în general.
- Deducția ecuațională **nu** este algoritmică.
- Am obținut o **reformulare** a deducției ecuaționale:
deducția ecuațională = echivalența generată de un TRS
- **Scop: deducție automată**
(cazuri în care deducția ecuațională devine decidabilă)
- Pentru aceasta vom studia proprietăți suplimentare pentru TRS.



Pe săptămâna viitoare!