STATISTIK – ÜBUNGEN TEIL II – ZUFALL UND WAHRSCHEINLICHKEIT

1) Simuliere die Folge von 100 Münzwürfen mit dem Computer. Wir gehen dabei von einer „fairen“ Münze aus, d.h. von einer Münze, die nach einem Wurf zu je 50 % „Kopf“ oder „Zahl“ zeigt.

Erzeuge dazu ein Feld (einen Vektor) mit 100 Komponenten, in den mit je 50 % Wahrscheinlichkeit „0“ („Kopf“) oder „1“ („Zahl“) eingetragen werden. Betrachte die entstehenden Muster. Wie oft treten 3 oder mehrere gleiche Ergebnisse in Serie auf?

Wie (statistisch) bedeutsam sind diese Häufungen von Ereignissen?

2) Simuliere die Folge von 100 Würfen eines Würfels mit dem Computer. Wir gehen dabei von einem „fairen“ Würfel aus, bei dem die Zahl „6“ mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/6 gewürfelt wird.

Erzeuge dazu ein Feld (einen Vektor) mit 100 Komponenten, in den mit 1/6 Wahrscheinlichkeit „1“ („Sechs“) oder mit Wahrscheinlichkeit 5/6 „0“ („nicht Sechs“) eingetragen werden. Betrachte die entstehenden Muster. Wie oft treten 3 oder mehrere Sechser in Serie auf?

3) Erzeuge eine Menge von N auf dem Intervall $[-1, +1]$ gleichverteilten Zufallszahlen mit dem Computer. Verwende diese Zufallszahlen um daraus eine Menge $\mathcal{M}$ von $N/2$ Punkten in der Ebene zu erzeugen. Sie liegen alle in einem Quadrat Q zwischen

$-1 \leq x \leq +1$ und $-1 \leq y \leq +1$.

Nähere mit diesen Zufallszahlen die Zahl π mit einer Monte-Carlo-Simulation. Dazu werden jene Zufallszahlen auf Q, die innerhalb eines Kreises mit dem Radius 1 liegen (in Q eingeschriebener Kreis) durch die Gesamtanzahl $|\mathcal{M}|$ der Punkte auf Q dividiert (und damit das Verhältnis der Kreisfläche zur Quadratfläche geschätzt).

Wie entwickelt sich die Schätzung für π in Abhängigkeit von N?

4) Aus Alkoholkontrollen nach Verkehrsunfällen schätzt man, dass rund vier Prozent der verunfallten Lenker einen unzulässig hohen Alkoholpegel hatten. Gleichzeitig wurden 17 % der Unfälle mit tödlichen Folgen von alkoholisierten Lenkern verursacht.

a) Daraus ergibt sich, dass bei 83 % der Unfälle mit tödlichen Folgen kein Alkohol mit im Spiel war. Sind also alkoholisierte Autofahrer doch die sichereren Fahrer? (Beantworten Sie diese Frage am besten nach Klärung von Punkt b)

b) Sei U_{mort} das Ereignis „Unfall mit tödlichen Folgen" und $\mathbf{P}(U_{\text{mort}} \mid U \cap \text{alk})$ die Wahrscheinlichkeit (das Risiko) für tödliche Folgen bei einem Unfall unter Alkoholeinfluss. Benennen wir gleichermaßen mit $\mathbf{P}(U_{\text{mort}} \mid U \cap \neg\text{alk})$ die Wahrscheinlichkeit (das Risiko) in nüchternem Zustand einen Unfall mit tödlichen Folgen zu verursachen. Wie groß ist das Verhältnis der beiden Risiken, d.h. das Verhältnis von $\mathbf{P}(U_{\text{mort}} \mid U \cap \text{alk})$ zu $\mathbf{P}(U_{\text{mort}} \mid U \cap \neg\text{alk})$?

5) Die Auswertung von gemeldeten Autounfällen hat für 10.000 beteiligte Insassen folgendes Ergebnis ergeben:

90 der 190 dabei verstorbenen Insassen waren nicht angegurtet. Den größten Teil machen jene 8.910 Personen aus, die angegurtet waren und den Unfall überlebt haben.

a) Erstelle aus den Angaben eine Kontingenztabelle und vervollständige sie.

b) Welcher Anteil der verunfallten Personen war insgesamt angegurtet?

c) Sind das Überleben mit und ohne Gurt unabhängige Ereignisse?

d) Um wieviel höher ist das Risiko tödlich zu verunglücken für Insassen ohne Gurt im Vergleich zu angegurteten Insassen?

6) In einer Produktion wurde über eine längere Periode mittels 100%-Endkontrolle der pro Woche entdeckte Ausschuss festgehalten.

Anzahl Wochen	Anzahl Ausschuss [Stk.]	Wahrscheinlichkeit, den in Spalte 2 gegebenen wöchentlichen Ausschuss zu produzieren
29	0 Stk.	
21	1 Stk.	
40	3 Stk.	
9	4 Stk.	
1	5 Stk.	

Ergänze die Tabelle und berechne den Erwartungswert. Was gibt dieser an?