STATISTIK – ÜBUNGEN TEIL III – VERTEILUNGEN

1) Flugzeugabstürze können als seltene Ereignisse betrachtet werden, die allerdings jederzeit eintreten können. Nachstehend sind die jährlichen Abstürze weltweit seit 2011 tabellarisch angeführt. Versuche die Daten statistisch zu modellieren:

Jahr	Abstürze in der Luftfahrt		
	Verkehrs-luftfahrt	Allgemeine Luftfahrt (ohne Linien- u. Charter-verkehr = Privat- u. Geschäftsflüge, etc.)	Militär-luftfahrt
2011	15	3	2
2012	13	3	3
2013	15	3	9
2014	10	3	8
2015	12	5	24
2016	15	4	20

a) Welche Verteilung könnte dafür herangezogen werden? Welche Spalten der obigen Tabelle können mit dieser Verteilung modelliert werden?

b) Verwende für die weiteren Berechnungen die Summe der ersten beiden Spalten:

Jahr	Abstürze in der Zivilluftfahrt
2011	18
2012	16
2013	18
2014	13
2015	17
2016	19

Schätze aus diesen Daten die Wahrscheinlichkeit für k Abstürze pro Jahr weltweit auf einem Intervall von $k = 0$ bis 40 Abstürze/Jahr. Stelle die Wahrscheinlichkeiten und die Verteilungsfunktion auf diesem Intervall als Tabelle dar. Berechne aus dieser Tabelle das *arithmetische Mittel*, *Varianz* und *Standardabweichung* dieser Verteilung.

c) Stelle die dazugehörige Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion graphisch als Stabdiagramm dar.

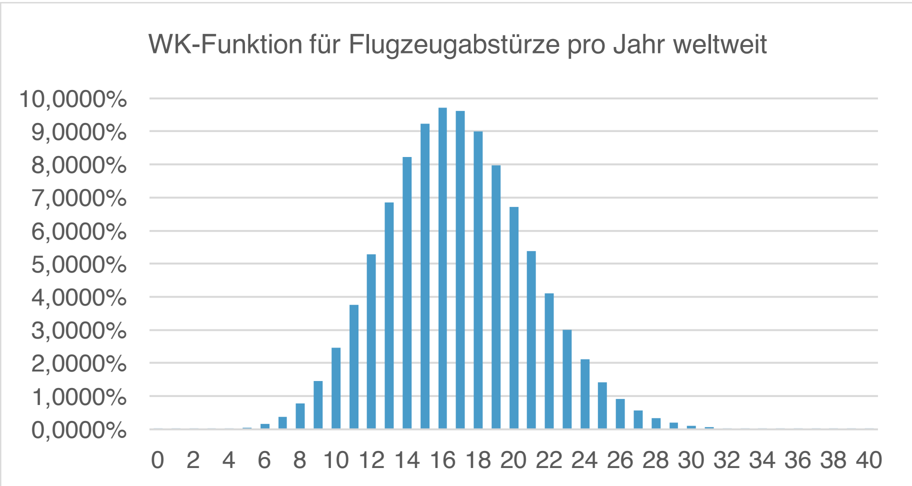
d) Welcher Wert ist am wahrscheinlichsten? (16)

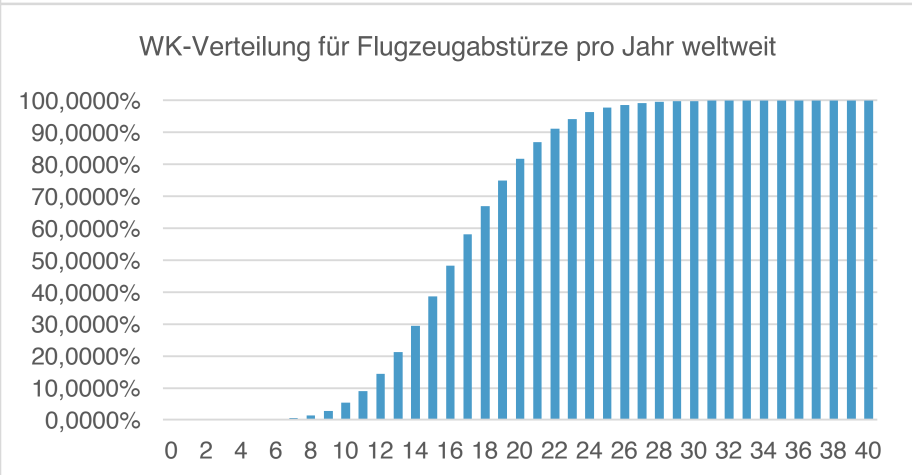
e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weltweit jährlich weniger als 10 Abstürze erfolgen? (2,8 %)

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weltweit jährlich mehr als 22 Abstürze erfolgen? (8,8 %)

g) In wievielen von 10 Jahren erwarten wir zwischen [18, 20] Abstürze? (ca. 2)

h) In welchem um den Mittelwert symmetrischen Bereich erwarten wir die Anzahl der Zwischenfälle in 80% aller Jahre? (ca. 11 bis 22 Abstürze)





2) Knüpfe an Beispiel 1 an und konstruiere aus den dort gegebenen Daten eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Abstürze weltweit pro Monat.

a) Wie groß ist die auf das Monat bezogene mittlere Anzahl von Abstürzen λ? (1,40)

b) Verifiziere mit der Formel $f_p(k|\lambda) = \frac{(t \cdot \lambda)^k}{k!} \cdot e^{-t \cdot \lambda}$, dass dies auch wieder die für die Frage 1-b) richtige Verteilung ergibt.

c) Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit wir diesen Schritt vom Intervall „1 Jahr“ auf das Intervall „1 Monat“ im Rahmen der Poissonverteilung machen dürfen?

d) **Schätze** die Wahrscheinlichkeit für k Abstürze pro Monat weltweit auf einem Intervall von $k = 0$ bis 15 Abstürze/Monat. Stelle die Wahrscheinlichkeiten und die Verteilungsfunktion auf diesem Intervall als Tabelle dar. Berechne aus dieser Tabelle das *arithmetische Mittel*, *Varianz* und *Standardabweichung* dieser Verteilung. Wie passt das mit der Lösung von Frage 2-a) zusammen?

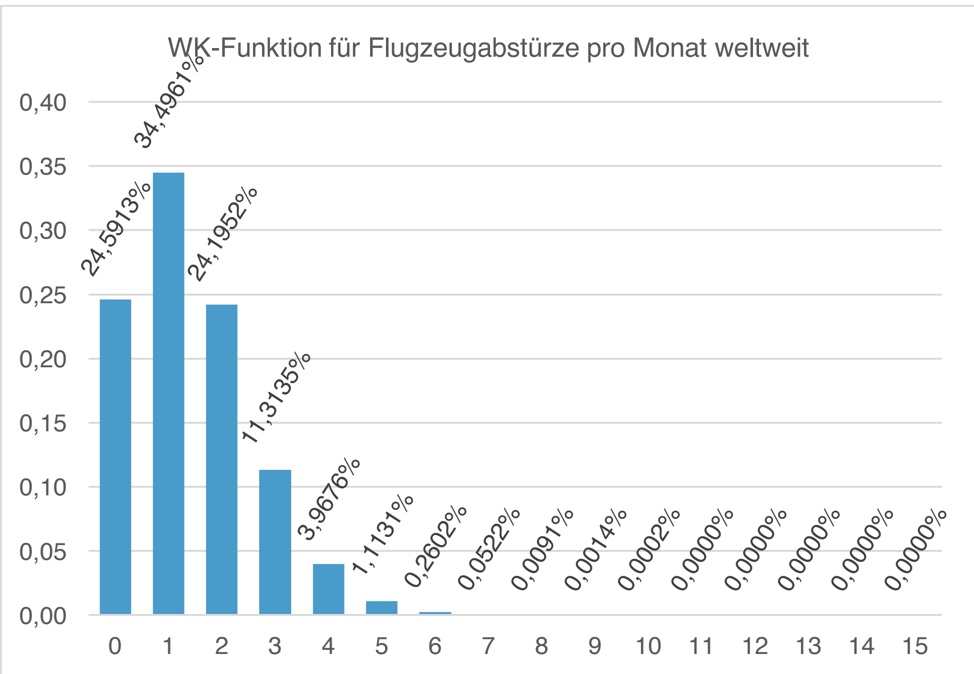
e) Stelle die dazugehörige Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion graphisch als Stabdiagramm dar.

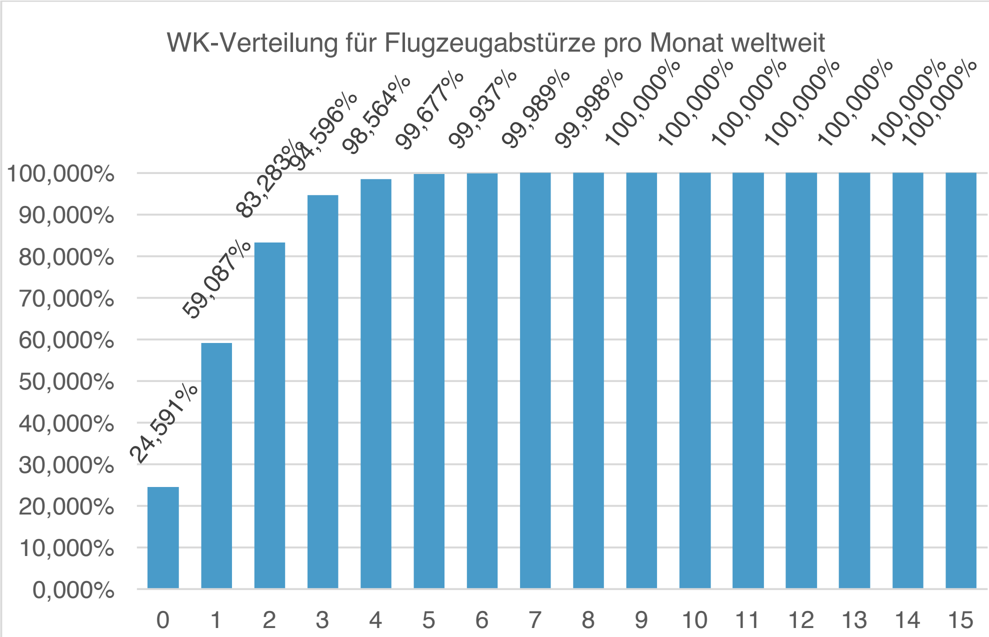
f) Welche Anzahl von Abstürzen/Monat ist am wahrscheinlichsten? (1)

g) In welchem Intervall [0, x] liegt k (Abstürze/Monat) mit zumindest 95%-iger Wahrscheinlichkeit? ($x = 4$)

h) In wieviel von 100 Monaten erwarten wir mehr als 4 Abstürze pro Monat? (1,4 d.h. zwischen 1 und 2)

i) In wieviel von 100 Monaten erwarten wir keine Abstürze? (25)





3) Knüpfe an Beispiel 1 an und konstruiere aus den dort gegebenen Daten eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Abstürze weltweit pro Tag.

a) Wie groß ist die auf den Tag bezogene mittlere Anzahl von Abstürzen λ? (0,046)

b) Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit wir diesen Schritt vom Intervall „1 Jahr“ auf das Intervall „1 Tag“ im Rahmen der Poissonverteilung machen dürfen?

c) **Schätze** die Wahrscheinlichkeit für k Abstürze pro Tag weltweit auf einem Intervall von $k = 0$ bis 5 Abstürze/Tag. Stelle die Wahrscheinlichkeiten und die Verteilungsfunktion auf diesem Intervall als Tabelle dar. Berechne aus dieser Tabelle das *arithmetische Mittel*, *Varianz* und *Standardabweichung* dieser Verteilung. Wie passt das mit der Lösung von Frage 3-a) zusammen?

d) Stelle die dazugehörige Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion graphisch als Stabdiagramm dar.

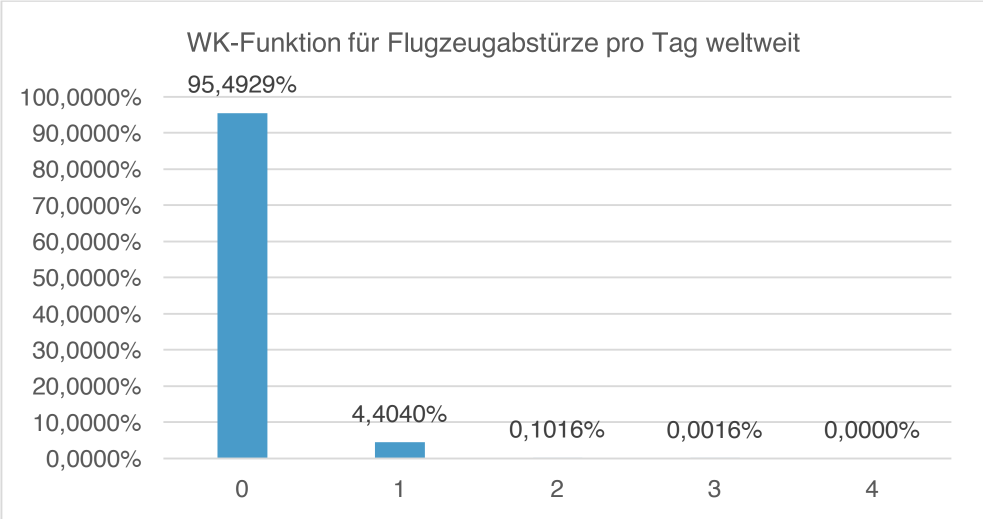
e) Täglich gibt es an die 2 Millionen Flugbewegungen weltweit. Welche Anzahl von Abstürzen/Tag ist am wahrscheinlichsten? (0)

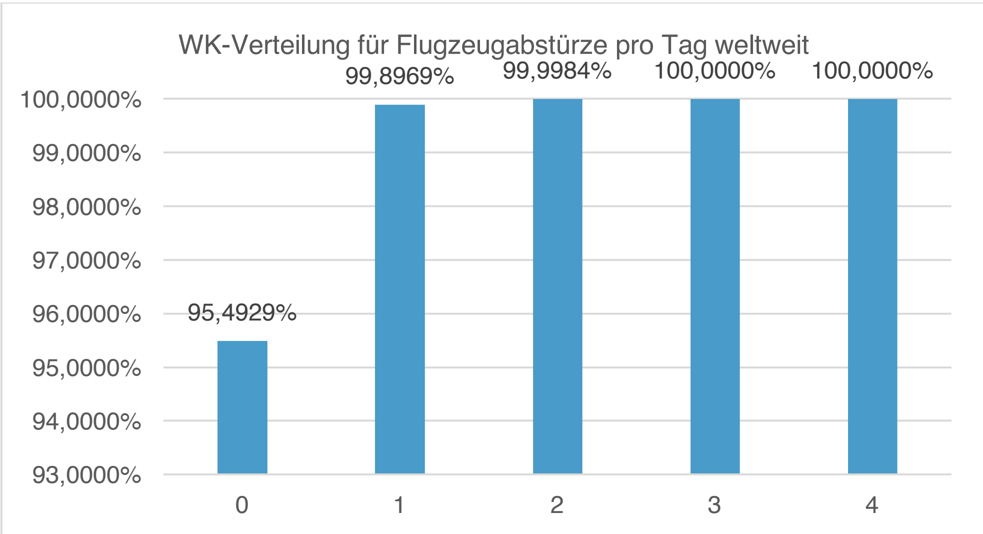
f) In welchem Intervall [0, x] liegt k (Abstürze/Monat) mit zumindest 95%-iger Wahrscheinlichkeit? ($x = 0$)

g) An wieviel von 1.000 Tagen erwarten wir mehr als 2 Abstürze pro Tag? (0)

h) An wieviel von 365 Tagen erwarten wir keine Abstürze? (ca. 349)

i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass an 7 aufeinanderfolgenden Tagen kein Absturz erfolgt? (72,4 %)   Gib eine Formel dafür an!





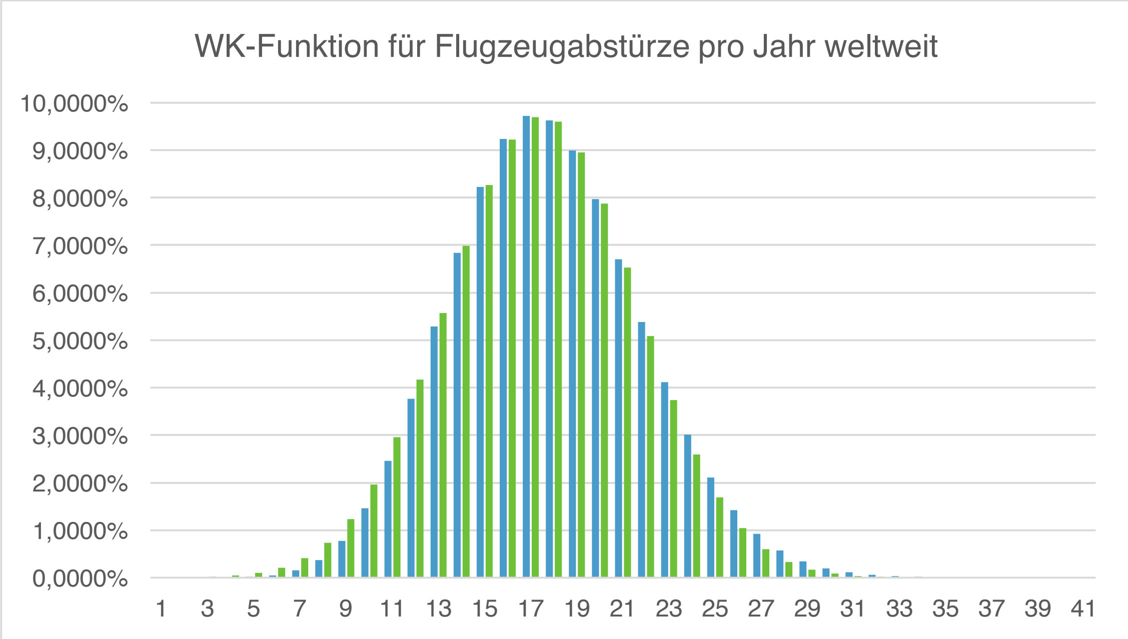
4) Die Normalverteilung ist eine stetige Verteilung mit der Wahrscheinlichkeitdichte

$$f_{NV}(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}.$$

Dabei steht μ für den Erwartungswert und σ^2 für die Varianz der Normalverteilung.

Ersetze μ und σ^2 mit den in Beispiel 1 berechneten Werten für den Erwartungswert und die Varianz für die dortige Poissonverteilung und berechne die Normalverteilung mit diesen Parametern auf einem Raster mit den Stützstellen (0,5 / 1,5 / 2,5 / 3,5 / ... 28,5 / 39,5 / 40,5)

Stelle diese normalverteilten Wahrscheinlichkeiten graphisch den Wahrscheinlichkeiten aus der Poissonverteilung gegenüber.



Die blauen Stäbe entsprechen der Poissonverteilung für $\lambda = 16{,}83$, während die grünen Stäbe normalverteilt mit $\mu = \sigma^2 = 16{,}83$ sind.