

**Optimale Steuerung und Regelung**

-

**Laborübung**

---

**Elektromechanisches Modell**

ausgegeben von : Dipl.-Ing. Thomas Auer  
 zuletzt geändert : 10. März 2023

## Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>		<b>2</b>
<b>1 Einfaches Elektromechanisches Modell</b>		<b>5</b>
<b>2 Mögliche Arbeit 1: Erweitertes lineares Modell</b>		<b>6</b>
2.1 Mögliche Modellformulierungen . . . . .		6
2.1.1 Planung mit dem vollständigen Modell . . . . .		6
2.1.2 Planung mit einem reduzierten Modell . . . . .		6
2.2 Zu planenden Überführungen . . . . .		6
<b>3 Mögliche Arbeit 2: Erweitertes nichtlineares Modell</b>		<b>7</b>
3.1 Aufgaben, die gelöst werden müssen . . . . .		7
3.2 Herangehensweisen zur Lösung . . . . .		7

## Einleitung

### Aufbau und Parameter

In dieser Laborübung sollen unterschiedliche Aufgaben mit dem Hintergrund der Optimalsteuerung gelöst werden. Für die Bearbeitung steht die Rotary Motion Servo Plant (Quanser) mit der Torsionslast zur Verfügung. Ein Foto des Aufbaus kann aus Abbildung 1 entnommen

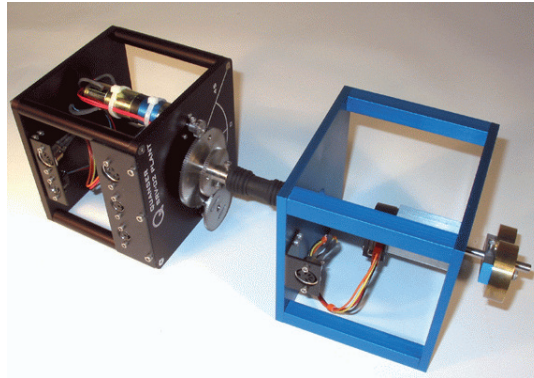


Abb. 1 – Laboraufbau Gleichstrommotor, Getriebe und Torsionslast

werden. Um die elektromechanischen Zusammenhänge aufzuzeigen ist ein Symbolisches Ersatzschaltbild in Abbildung 2 abgebildet. Die Parameter, welche verwendet werden können,

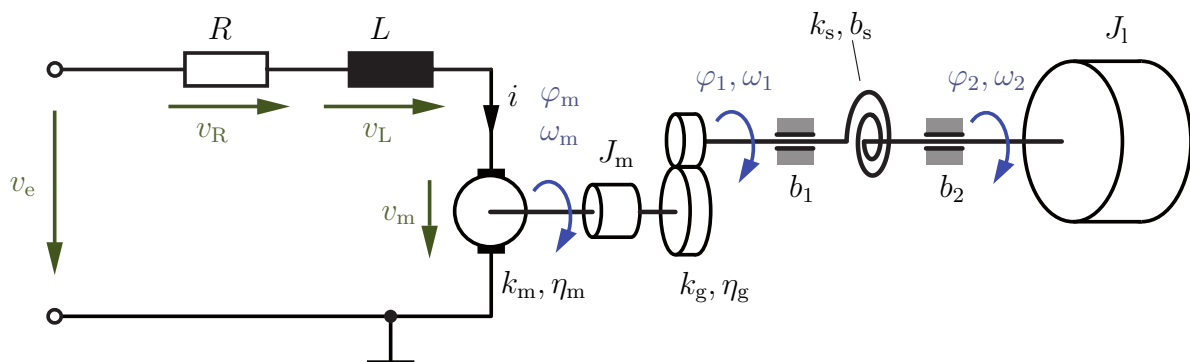


Abb. 2 – Symbolbild Gleichstrommotor, Getriebe und Torsionslast

lauten:

$R = 2.6 \, \Omega$	$\eta_m = 0.69$
$L = 0.18 \cdot 10^{-3} \, \text{H}$	$\eta_g = 0.9$
$k_m = 7.68 \cdot 10^{-3} \, \text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$	$b_1 = 0.25 \cdot 10^{-3} \, \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$
$k_g = 70$	$k_s = 2.2622 \, \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$
$J_m = 6.255 \cdot 10^{-7} \, \text{kg}\cdot\text{m}^2$	$J_1 = 8.16 \cdot 10^{-4} \, \text{kg}\cdot\text{m}^2$
$b_s = 9.3 \cdot 10^{-3} \, \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$	$b_2 = 1.7 \cdot 10^{-5} \, \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$

Die Parameter  $R$  und  $L$  beschreiben hier den Ankerwiderstand und die Ankerinduktivität des permanenterregten Gleichstrommotors.  $k_m$  bezeichnet die Maschinenkonstante, welche durch den Zusammenhang

$$M_m = k_m \eta_m \cdot i \quad v_m = k_m \cdot \omega_m$$

die Verbindung des elektrischen mit dem mechanischen Kreis abbildet.  $M_m$  entspricht dem Motormoment und  $v_m$  der Gegeninduktionsspannung des Gleichstrommotors. Die Dämpfungen  $b_1$ ,  $b_2$  und  $b_s$  bilden die Reibung in den Lagern näherungsweise ab.  $J_m$  entspricht dem Antriebsseitigen Trägheitsmoment und  $J_l$  entspricht dem Trägheitsmoment der Last. Das Übersetzungsverhältnis des Getriebes wird mit  $k_g$  bezeichnet und  $\eta_g$  und  $\eta_m$  entsprechen dem mechanischen Wirkungsgrad des Getriebes und des Motors. Die Federkonstante des Verbindungselements zwischen den einzelnen Teilen des Aufbaus wird mit  $k_s$  bezeichnet.

## Ablauf und Berechnungen

**Ablauf:** Sie bereiten entsprechende Trajektorien zur Messung auf den Prüfständen vor und nehmen diese zur Laborübung mit. Beim Eingangsgespräch stellen Sie vor, was Sie vorbereitet haben und erklären, was Sie an diesem Tag messen wollen und was Sie sich von den Messungen erwarten. Im Labor selbst haben Sie Zeit, die Messungen durchzuführen und die Ergebnisse zu analysieren. Die Arbeiten sind in Eigenverantwortung durchzuführen - überlegen Sie sich, welche Messungen Sinnvoll sind und benötigt werden, um die Aufgaben zu lösen bzw. zeigen zu können, dass Ihre Lösungen den Anforderungen entsprechen. In den Labortermen können wir auch die Berichte anschauen, dass Sie hier vor der Abgabe Feedback einholen können. Die Labortermine sind wie folgt geplant:

- Labortermin 1:
  - Messungen zur Aufgabe durchführen, die in Abschnitt 1 beschrieben ist
  - Diskussion der Ergebnisse, Vergleich Vorbereitung und Messergebnisse (Berechnungen entsprechend Vorbereiten!) und Auswahl der nächsten Aufgabe
  - Durchführen der Vorbereitenden Messungen zur Lösung von Aufgabe 2
- Labortermin 2:
  - Durchführen der Messungen zur Vorbereiteten Aufgabe (Entweder die Aufgabe von Abschnitt 2 **oder** Abschnitt 3)
- Labortermin 3:
  - Zusatztermin, für zusätzliche Messungen sofern für die Berichte notwendig bzw. wenn sich die Trajektorien in einem der vorherigen Termine als Unbrauchbar herausgestellt haben.

**Berechnungen:** Wie Sie das Optimalsteuerungsproblem generell formulieren bzw. lösen (Volldiskretisierung, Teildiskretisierung, Pontrjagin, Variationsrechnung, Direkte Berechnungen, etc.) ist Ihnen überlassen. Volldiskretisierung wird zur Lösung von Aufgabe 1 empfohlen. Die Auswahl der Programmierungsumgebung und Programmiersprache (Matlab, Python, C, etc.) ist auch Ihnen überlassen.

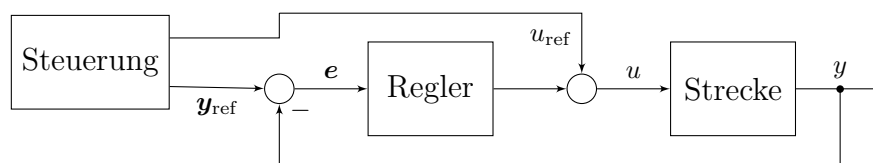
## Protokoll und Abgabe

Es müssen alle Berechnungen mit abgegeben werden und es muss im Bericht entsprechend beschrieben werden, wie die Berechnungen umgesetzt wurden. Nach Bearbeitung der entsprechenden Aufgaben ist ein Laborprotokoll in Form eines Papers mit maximal 6 Seiten abzugeben. Orientieren Sie sich hier an der zur Verfügung gestellten  $\text{\LaTeX}$ Vorlage. Die Abgabe

der finalen Berichte ist 2 Wochen nach dem 3ten Labortermin (das genaue Datum und die Uhrzeit kann dem OLAT-Kurs entnommen werden). Es ist lediglich ein Protokoll nach der Bearbeitung aller Laborübungen abzugeben, welches alles beschreibt. Verspätete Abgaben werden nicht gewertet und das finale Abgabedatum der Protokolle wird nicht verlängert.

## Ansteuerung des Prüfstands im Labor

Die Regelung des Aufbaus erfolgt über eine cRIO Steuerung und die Ansteuerung über LabView. Um Messungen durchzuführen ist es möglich, die berechneten Trajektorien als Lookup-Tabelle zu exportieren. Die maximale Zeitdauer für einzelne Trajektorien soll 2s nicht überschreiten. Am Prüfstand selbst kann diese Trajektorie dann mit der vorimplementierten Regelung, bestehend aus Vorsteuerung, Beobachter und PID-Regler, abgefahren werden. Dies ist symbolisch in Abbildung 3 angedeutet (der Beobachter ist hier nicht dargestellt). Für den PID-Regler werden die Verläufe von  $\varphi_{\text{ref}}$  und  $\omega_{\text{ref}}$  benötigt. Am Prüfstand werden die



**Abb. 3** – Steuerung und Regelkreis mit Regelabweichung  $e$ , Stellgröße  $u$ , Regelgröße  $y$ , Referenz-Regelgröße  $y_{\text{ref}}$  und Referenz-Stellgröße  $u_{\text{ref}}$ .

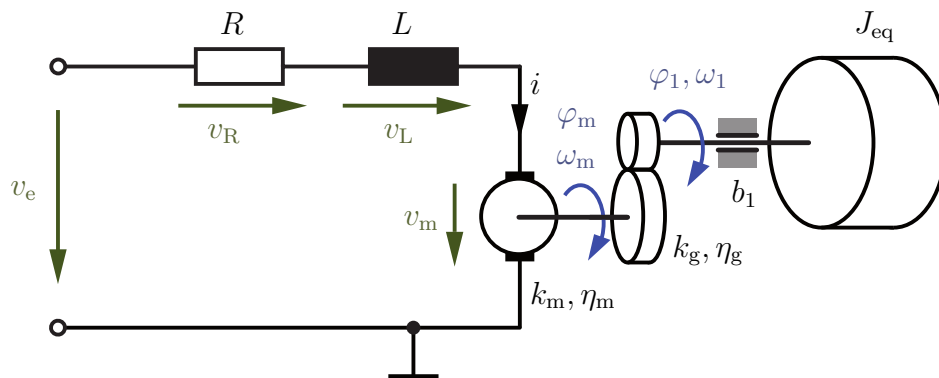
Trajektorien als Lookup-Tabelle hinterlegt, um dann vom Prüfstand abgearbeitet zu werden. Ein Beispiel zu einer solchen Trajektorie (und die Matlab Funktion, um diese zu erstellen) wurde zusammen mit dieser Angabe und einer Beispielhaften Messung zur Verfügung gestellt. Bei der Trajektorie handelt es sich um eine flachheitsbasierte Überführung (ähnlich aber nicht gleich, wie die Überführung der RuP-PR aus dem 5ten Semester BA). Diese Variante der Umsetzung erlaubt es, die notwendigen Bewegungsabläufe vorab offline auf dem PC zu berechnen und diese anschließend zu testen. Messdaten liegen auch Beispielhaft bei - der Export erfolgt als 2 Tabellen - die wichtigsten Spalten hiervon sind:

- Tabelle 1 (*Quanser\_meas.xlsx*) enthält direkte Messungen:
  - Spalte 1:  $t_{\text{gemessen}}$
  - Spalte 2:  $\varphi_{\text{gemessen}}$
  - Spalte 4:  $\varphi_{\text{ref}}$
  - Spalte 6:  $u_{\text{Regler}}$
- Tabelle 2 (*Quanser\_obs.xlsx*) enthält die beobachteten Größen:
  - Spalte 1:  $t_{\text{observer}}$
  - Spalte 2:  $i_{\text{observer}}$
  - Spalte 4:  $\varphi_{\text{observer}}$
  - Spalte 6:  $\omega_{\text{observer}}$

Die Zeitachsen  $t_{\text{gemessen}}$  bzw.  $t_{\text{observer}}$  der beiden Messungen sind im bereitgestellten Beispiel gleich - dies muss aber nicht der Fall sein. Für den Import (und den Vergleich mit denen von Ihnen vorbereiteten Trajektorien) sollten Sie also die korrekten Zeitachsen vorsehen.

# 1 Einfaches Elektromechanisches Modell

Bearbeiten Sie zuerst das Reduzierte Modell, wo nur das Motormodul zum Einsatz kommt. Dieses kann aus Abbildung 4 entnommen werden. Geplant werden soll ein Positionswechsel,



**Abb. 4** – Symbolbild des Übungsaufbaues für den Motor (mit Motorkonstante  $k_m$  und Wirkungsgrad  $\eta_m$ ), Getriebe (mit Gesamtübersetzungsverhältnis  $k_g$  und Wirkungsgrad  $\eta_g$ ) und Last abtriebsseitig. Die Trägheitsmomente des Servomotors, Getriebe und der Last sind zu  $J_{eq}$  zusammengefasst.

um die Überführung von  $\varphi_1(0) = 0$  rad auf  $\varphi_1(t_f) = \frac{\pi}{2}$  rad sicher zu stellen. Planen Sie hierfür:

- Eine Zeitoptimale Überführung
- Eine Energieoptimale Überführung mit Minimierung der Scheinleistung mit freier Endzeit
- Eine Überführung mit einem beliebigen selbst festgelegten Optimalitätskriterium (entweder mit fester oder mit freier Endzeit)

Um das Modell aus Abbildung 2 etwas zu reduzieren, wurden die Trägheiten  $J_m$  und  $J_l$  zu

$$J_{eq} = 2.26528 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

zusammengefasst. Vergleichen Sie die Messungen mit den Vorbereitungen, stellen Sie eventuelle Abweichungen fest und erörtern Sie, woher diese stammen. Aus den Messergebnissen können die Kosten der jeweils gewählten Kostenfunktion ermittelt werden. Vergleichen Sie diese mit denen aus der Vorbereitung und gehen Sie auf Abweichungen ein. Größeren Abweichungen müssen durch Simulationen bzw. durch entsprechende Messungen aufgezeigt/ bewiesen werden.

**Hinweis** Abweichungen sind nicht zwingend als Fehler in den Auslegungen zu sehen - es wurde Modellvereinfachungen getroffen und dadurch Entstehen Abweichungen bzw. gewisse Effekte in den Messungen. Abweichungen, die aufgrund von Modellungenauigkeiten oder Parameterungenauigkeiten entstehen: Hier ist ausreichen zu zeigen, was die Ungenauigkeiten sind und woher diese kommen (durch entsprechende Messungen).

Nach der Lösung der ersten Aufgabe diskutieren wir im Labor, wie das weitere Vorgehen sein soll. Wir besprechen die Ergebnisse der ersten Messungen und diskutieren die folgenden Aufgaben, um die Auswahl zu erleichtern.

## 2 Mögliche Arbeit 1: Erweitertes lineares Modell

Im nächsten Schritt soll das Modell um die zweite Masse erweitert werden und es soll erneut eine Überführung geplant werden. Hier soll der Gesamtaufbau wie schon in Abbildung 1 und Abbildung 2 gezeigt verwendet werden. Planen Sie eine Überführung, welche sicherstellt, dass die Schwungmasse  $J_1$  am Ende der Überführung in Ruhe ist. Hierzu sind folgende Aufgaben zu bearbeiten.

### 2.1 Mögliche Modellformulierungen

Grundsätzlich sollen hier beide Module der Aufbauten verwendet werden (vergl. Abbildung 1 und Abbildung 2). Die Planung kann auf 2 Arten durchgeführt werden.

#### 2.1.1 Planung mit dem vollständigen Modell

Zur Planung kann erneut die Spannung  $u(t)$  als Eingang verwendet werden und dem Regler erneut  $u_{\text{ref}}$  und  $y_{\text{ref}}$  vorgegeben werden.

#### 2.1.2 Planung mit einem reduzierten Modell

Es ist auch möglich nur das mechanische Teilsystem zu betrachten und den elektrischen Teil zu vernachlässigen. Das Modell kann reduziert und so umgeschrieben werden, dass  $\ddot{\varphi}$  direkt als Eingang zur Berechnung der Trajektorien verwendet wird. Dem Regler wird der Winkel  $\varphi_1$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  übergeben. Die Position  $\varphi_1(t)$  wird entsprechend abgefahren, um das gewünschte Ergebnis zu erreichen.

### 2.2 Zu planenden Überführungen

Planen Sie zu dem ausgewählten beiden Modell

- Eine Zeitoptimale Überführung
- Eine Überführung mit selbst festgelegtem Optimalitätskriterium

## 3 Mögliche Arbeit 2: Erweitertes nichtlineares Modell

**Wichtig** Diese Aufgabe scheint auf den ersten Blick recht einfach, kann aber durchaus Probleme bei der Lösung verursachen.

Verwenden Sie das Reduzierte Modell mit den selben Eingängen und Regler, wie es in Abbildung 4 abgebildet ist. Anhand der Messungen von Abschnitt 1 werden Sie Modellabweichungen feststellen. Bestimmen Sie diese durch entsprechende Messungen, erweitern Sie das Modell entsprechend und planen Sie für dieses Modell erneut Überführungen. Zeigen Sie durch entsprechende Messungen, dass Ihr erweitertes Modell das Verhalten des Prüfstands besser abbilden kann.

### 3.1 Aufgaben, die gelöst werden müssen

Planen Sie für das erweiterte Modell:

- Eine Zeitoptimale Überführung
- Eine Energieoptimale Überführung mit Minimierung der Scheinleistung mit freier Endzeit

### 3.2 Herangehensweisen zur Lösung

Die Lösung der entstehenden Optimierungsaufgaben mit herkömmlicher Volldiskretisierung kann durchaus Probleme bereiten. Es ist möglich, dass die entsprechenden Optimierer in irgendwelchen Punkten hängen bleiben und dadurch kein gültiges Endergebnis berechnet werden kann. Hier gibt es mehrere Herangehensweisen:

- Herumdrehen an der Berechnung: Änderung der Stützstellen, Mehrfach mit steigender Anzahl an Stützstellen lösen, etc.
- Verwendung besserer Startwerte (zB. Startwerte mit dem linearen Modell berechnen)
- Verwendung anderer Optimalsteuerungsmethoden (Pontrjagin) - wird in diesem Fall vermutlich eher komplizierter und dadurch nicht unbedingt weiterhelfen
- Aufstellen eines flachen Ausgangs (sofern einer existiert) und Lösung der Optimierungsaufgabe damit

Alternativ dazu kann auch bestehendes Systemwissen ausgenützt werden, um die Optimierungsaufgabe zu vereinfachen:

- Es sollte klar sein, wie zB. die Zeitoptimale Lösung grundsätzlich ausschaun muss
- Daraus kann ein Ersatzproblem als Optimierungsaufgabe formuliert werden, wobei dadurch die Anzahl an Optimierungsvariablen extrem reduziert werden kann
- Die Lösung dieses Ersatzproblems sollte dann kein Problem mehr darstellen