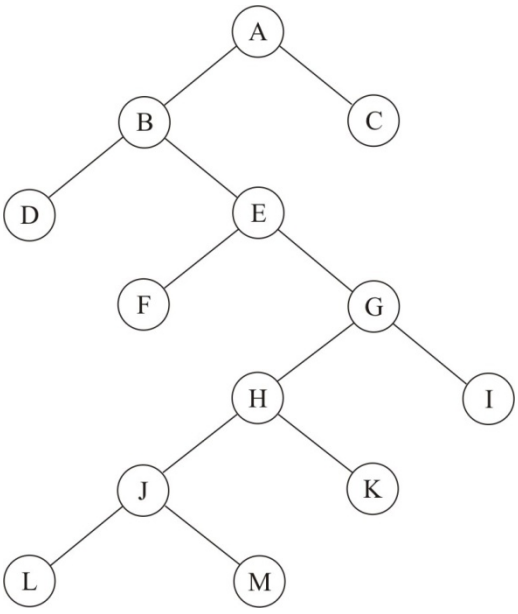
Iskanje v globino in širino

1. Splošna predstavitev problema

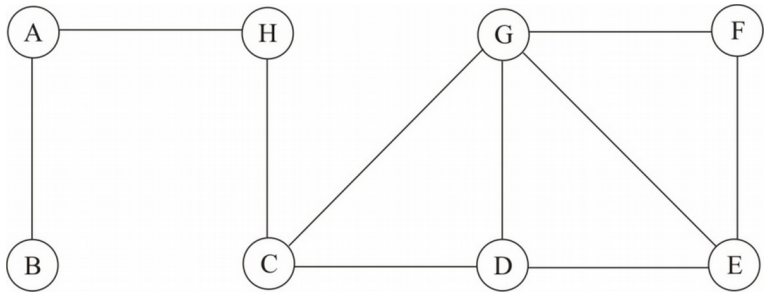
Pri pripravah na potovanja se soočamo s problemom, kako priti iz izhodiščnega mesta A v ciljno mesto B. Pri reševanju tega problema si pomagamo z zemljevidom, na katerem poiščemo lokacijo obeh mest in cestne povezave med njima. Ker ceste med seboj povezujejo mesta, je naša pot določena s seznamom krajev, ki ležijo med našim izhodiščnim mestom A in ciljnim mestom B. Ta postopek je časovno precej zahteven in v kolikor moramo to aktivnost velikokrat ponavljati, postane potreba po avtomatskem iskanju toliko bolj izrazita. Ker je problem iskanja poti med posameznimi mesti zelo dolgo prisoten, so se tudi tukaj že zgodaj pojavile metode, s katerimi ta problem uspešno rešujemo. Tudi v tem primeru nam rešitev ponuja teorija grafov, ki nam mesta pretvori v vozlišča V, poti med njimi pa v povezave E. Grafe zapišemo kot dvojico vozlišč in povezav $G=(V, E)$. Ker pa se problemi iskanja pojavljajo tudi v računalniških igrah, kjer recimo pomeni A trenutno stanje, B pa stanje po recimo petih potezah uporabnika, ne preseneča, da so algoritmi iskanja eni temeljnih algoritmov v računalništvu. V našem primeru si bomo pogledali najenostavnejše med iskanji, to je iskanje v globino. Denimo, da imamo graf G na sliki 1 in nas zanima, kako priti iz vozlišča A do vozlišča M.



Slika 1: Primer izhodiščnega grafa

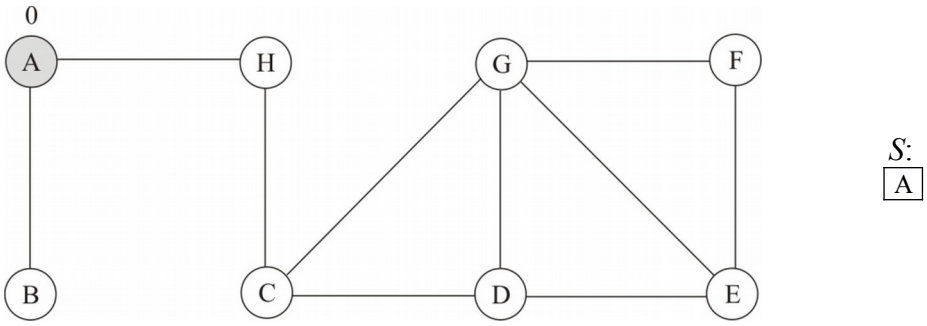
Iz slike 1 je takoj razvidno, da lahko pridemo iz vozlišča A do M po naslednji poti: A–B–E–G–H–J–M. Iskanje je bilo enostavno, saj je graf na sliki 1 dvojiško drevo. V primeru poljubnega grafa je iskanje težje, kljub temu pa to za človeka ni težka naloga, saj rešujemo tovrstne probleme vizualno. Računalniki te možnosti nimajo, zato se poslužujejo algoritmičnega reševanja problemov. Pri tem je pomembno, kako nujno je čim hitreje priti do iskanega vozlišča, ali pa je pomembneje preiskati okolico in zbrati o njej čim več informacij. V odvisnosti od tega se odločimo za iskanje v globino ali v širino. Pri iskanju v globino najdemo pot do iskanega vozlišča najhitreje, vendar pa

najdemo pri iskanju v širino vsa vozlišča, do katerih lahko iz izhodiščnega vozlišča dostopamo. V osnovi sta si algoritma iskanja v svojem delovanju zelo podobna. V obeh primerih bomo za vsako vozlišče v grafu uvedli tri stanja, ki jih bomo opisali s številsko vrednostjo od 0 do 2 in sicer: *vozlišče je nepregledano* (0), *vozlišče je v stanju pregledovanja* (1) in *vozlišče je razvito* (2). Pojem vozlišče je razvito, se pojavlja tudi v drugih algoritmih in v splošnem pomeni to, da je vozlišče obdelano ter da poznamo vse njegove sinove.
Poleg uvedbe stanj pa bo potrebno voditi še sklad za hranjenje vozlišč za pregled, ki jo označimo s *S*. Spomnimo se, da za razliko od vrste, ki smo jo že spoznali, v seznamu jemljemo podatke na istem mestu, kot jih v njega vstavljamo, to je pri vrhu.
Opremljeni s stanji in skladom vozlišč za razvijanje, *S*, poglejmo nekoliko kompleksnejši primer, kot je tisti na sliki 1.



Slika 2: Kompleksnejši izhodiščni graf

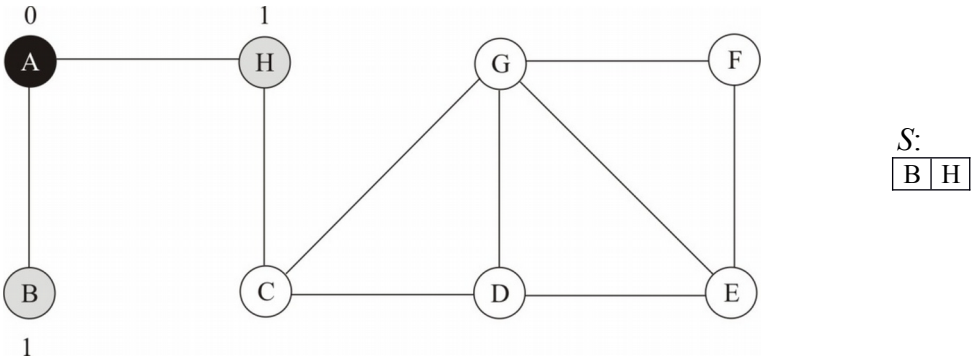
Na sliki 2 je prikazan nov izhodiščni graf G' Izhodiščno vozlišče je tudi v tem primeru vozlišče A, ciljno vozlišče pa je vozlišče E. Oddaljenost nekega vozlišča od vozlišča A bomo merili s številom povezav v poti med njima. Dolžina poti do izhodiščnega vozlišča bo eden od parametrov, ki jih bomo hranili za vsako vozlišče, prav tako pa bomo hranili ime starša, to je vozlišča iz, katerega smo v dano vozlišče prišli.
Z iskanjem poti pričnemo v vozlišču A, vozlišče, ki ga iščemo pa je vozlišče E. Ker gre za izhodiščno vozlišče, je dolžina poti enaka 0, oče pa ne obstaja. A nato damo v sklad vozlišč za razvijanje, *S*. Dobimo situacijo, ki jo prikazuje slika 3.



Slika 3: Začetek iskanja poti

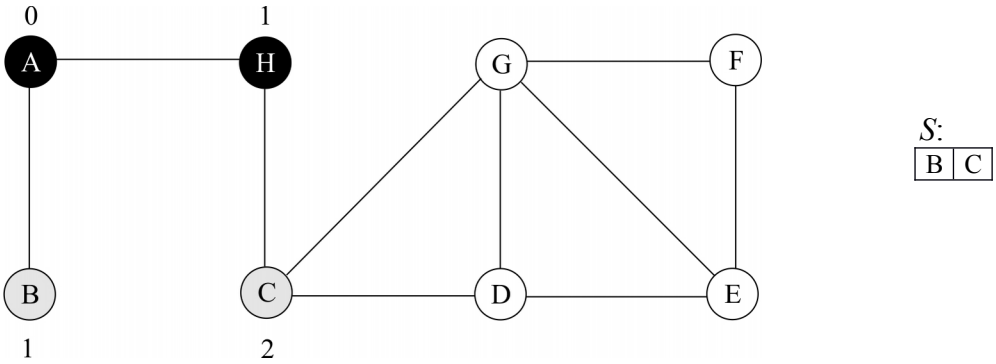
Sedaj vzamemo vozlišče A iz sklada *S* in začnemo njegov razvoj, tako da poiščemo njegove potomce in jih vpišemo v sklad *S*.
Vozlišče A ima dva potomca, B in H. Preden jih dodamo v sklad, je potrebno izračunati oddaljenost od izhodiščnega vozlišča. Le – to dobimo tako, da oddaljenosti njihovega starša prištejemo vrednost 1. Tako je oddaljenost vozlišč B in H od vozlišča A enaka 1 (0+1), vozlišče A pa vpišemo kot starša v obe vozlišči. Po izračunu razdalj,

vozlišči B in H vstavimo v sklad *S*, vozlišče A pa označimo kot razvito, saj smo pregledali vse njegove potomce. To, da je vozlišče razvito, bomo označili s črno barvo vozlišča, v programu pa status vozlišča označimo z ustrezno konstanto. Situacijo po razvoju vozlišča A prikazuje slika 4.



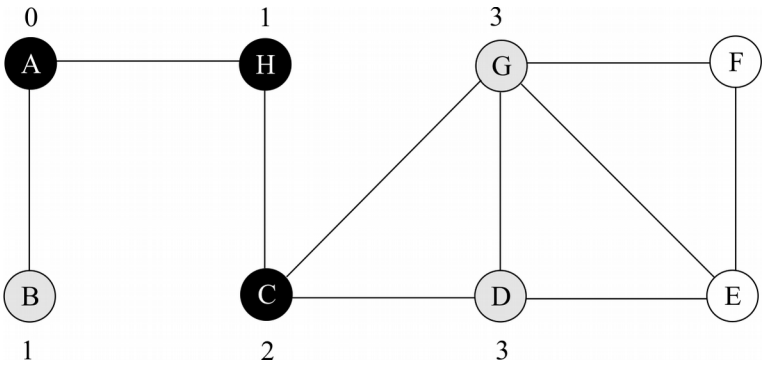
Slika 4: Stanje v grafu po razvoju vozlišča A

Ker še nismo izčrpali vseh vozlišč grafa v skladu ali pa našli iskanega vozlišča, z iskanjem nadaljujemo in sicer vzamemo iz sklada vozlišče H. Iz grafa G' razberemo, da ima vozlišče H enega samega potomca, to je vozlišče C. Preden ga vstavimo v sklad *S*, je potrebno izračunati njegovo oddaljenost od vozlišča A. Spet je ta razdalja določena z razdaljo predhodnika, to je vozlišča H, ki jo povečamo za 1. Razdalja med C in A tako znaša 2 (1 + 1). V vozlišče C shranimo tudi informacijo o njegovem staršu, to je vozlišču, ki ga trenutno razvijamo, v našem primeru torej H. Po tem izračunu tudi vozlišče H označimo kot razvito, vozlišče C pa vstavimo v seznam *S*. Nastala situacija je prikazana na sliki 5.



Slika 5: Stanje po razvoju vozlišča H

Ker sklad *S* ni prazen, nadaljujemo z iskanjem. Tako iz sklada *S* ponovno vzamemo vozlišče C in poiščemo njegove potomce. To sta vozlišči G in D. Za obe vozlišči izračunamo oddaljenost od vozlišča A (2+1) in vozlišče C vpišemo kot očeta pri obeh vozliščih. Po opravljenem vozlišče C označimo kot pregledano, vozlišči G in D pa vstavimo v sklad *S*. Dobimo situacijo, ki jo prikazuje slika 6.

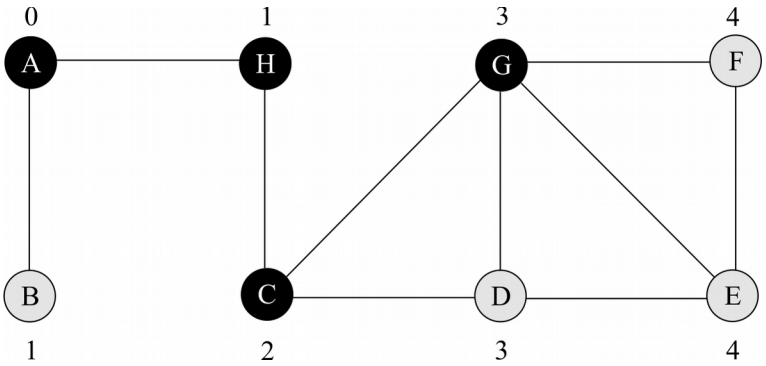


S:

B	D	G

Slika 6: stanje po razvoju vozlišča C

Ker še vedno nismo pregledali vseh vozlišč v grafu, oziroma nismo našli vozlišča, ki ga iščemo, z iskanjem nadaljujemo in tako vzamemo iz sklada *S* vozlišče G. Vozlišče G ima štiri sosede: C, D, E in F. Pri tem je vozlišče C že razvito, vozlišče D čaka na pregled, nepregledani pa sta le vozlišči E in F, ki sta tako potomca vozlišča G. Preden vstavimo vozlišči E in F v sklad *S*, ju je potrebno opremiti s podatkom o očetu, se pravi, da v vsakega od vozlišč vpišemo, da je njegov oče vozlišče G. Prav tako je potrebno izračunati oddaljenost vozlišč od izhodiščnega vozlišča A, za kar uporabimo oddaljenost njunega očeta, ki jo povečamo za ena. Tako dobimo, da je razdalja vozlišč E in F do A enaka 4. V kolikor bi želeli iskanje skrajšati, bi bilo potrebno preverjati, ali je kateri od sinov že iskano vozlišče in nato razviti tega in s tem končati iskanje, vendar se v tem primeru število preverjanj precej poveča. Zato obe vozlišči brez preverjanja vstavimo v sklad in ju razvijemo enako kot vsa ostala vozlišča. Nastalo situacijo prikazuje slika 7.

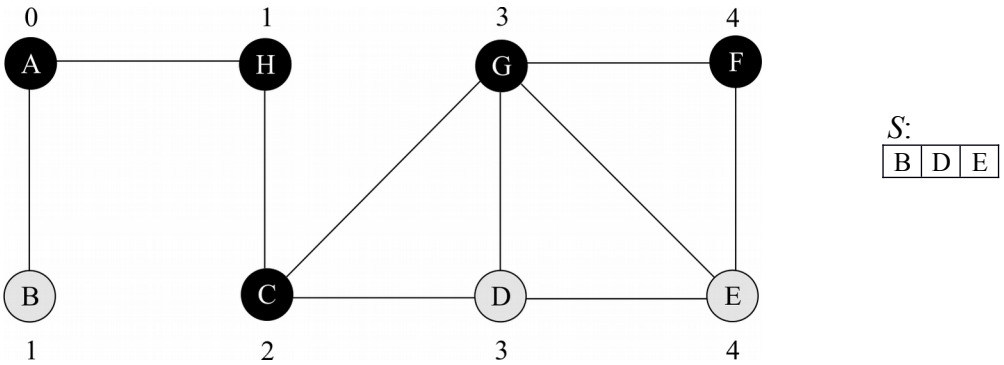


S:

B	D	E	F

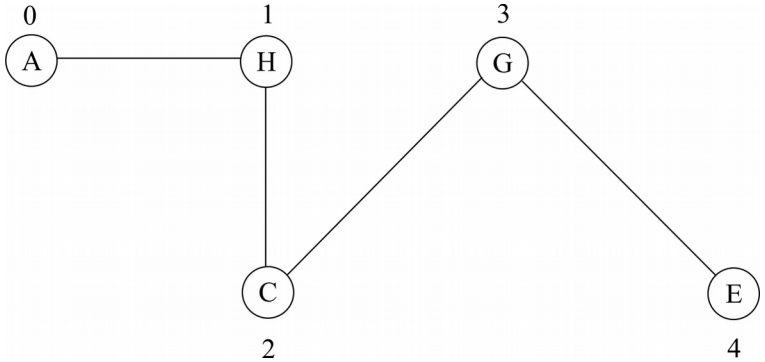
Slika 7: nastala situacija po razvoju vozlišča D

Naslednje vozlišče, ki ga vzamemo iz sklada *S* je vozlišče F, ki nima več nepregledanih sosedov, zato ga označimo kot razvitega. Dobljeno situacijo prikazuje slika 8.



Slika 8: Nastala situacija, po razvoju vozlišča G

Ker še vedno nismo prišli do iskanega cilja, sklad pa še ni prazen vzamemo ven naslednje vozlišče, to pa je vozlišče E. Vozlišče E je tisto vozlišče, ki ga iščemo, zato lahko z iskanjem prenehamo, nepregledana vozlišča pa zavržemo. Iskana pot je tako A–H–C–G–E, njena dolžina pa je štiri. To pot nam kaže slika 9.



Slika 9: Najdena pot med vozliščema A in E

Ker smo v obravnavanem primeru našli rešitev, smo lahko z iskanjem končali, preden smo pregledali celoten graf in smo nepregledana vozlišča zavrgli. V kolikor do iskanega vozlišča pot ne bi obstajala, bi z iskanjem končali šele, ko bi bil sklad vozlišč prazen.

2. Iskanje v širino

Iskanje v širino je dokaj podobno iskanju v globino. Glavna razlika je v tem, da namesto sklada uporabimo vrsto. Primer delovanja iskanja v širino nad prejšnjim grafom je prepuščen bralcu. Bistvena prednost iskanja v širino je v tem, da omogoča izračun najkrajše poti (merjeno v številu povezav).

3. Pomoč pri implementaciji

Iz predhodno opisanega sledi, da je v vozlišču potrebno hraniti štiri podatke: njegovo lokacijo znotraj seznama vseh vozlišč (V), dolžino poti do izhodiščnega vozlišča, njegovega starša in status vozlišča. Dodatno se lahko odločimo in dodamo tudi ime vozlišča. V tem primeru bi imela podatkovna struktura v programskem jeziku C naslednjo obliko:

```
struct Vozlisce {
      int predhodnik;
      int dolzina;
      int status;
      int indeks;
      string ime;
};
```

Vozlišča se bodo hranila v polju (V) in sicer tako, da je vozlišče A prvo, B drugo itd. Vozlišča, ki bodo čakala na razvoj bomo posebej hranili v skladu *S*, ki bo prav tako implementiran s poljem primerne dolžine. Psevdokod algoritma za iskanje v globino je prikazan v izpisu 1.

```
function ISKANJE_V_GLOBINO(G, s, d)
 begin
   for each v ∈ V-{s} do
     begin
      v.status := NEPREGLEDANO;
      v.dolzina := ∞;
      v.predhodnik := -1;
     end
   s.status := V_OBDELAVI;
   s.dolzina := 0;
   s.predhodnik := -1;
   PUSH(s);

   while not SKLAD_PRAZEN() do
     begin
       v=POP();
       if v = d then return;
       for each vozlišče u ∈ sosedi{v} do
         if u.status = NEPREGLEDANO then
           begin
             u.status := V_OBDELAVI;
             u.dolzina := v.dolzina+1;
             u.predhodnik := v.indeks;
             PUSH(u);
           end
       v.status := RAZVITO;
     end
end
```

Izpis 1: Psevdokod algoritma ISKANJE_V_GLOBINO

V izpisu 1 vidimo, da smo vrednosti dolžin poti do izbranega izhodišča *s* inicializirali na vrednost ∞, kar pomeni neko zelo veliko vrednost. Vhodni parametri v proceduro `ISKANJE_V_GLOBINO` so podatki o grafu, G, ter začetno vozlišče, *s*, in iskano končno vozlišče, *d*. Povedati pa je treba tudi na kak način določimo sosede nekega

vozlišča. Najenostavnejša metoda je uporaba matrike sosednosti. Recimo, da iščemo sosede vozlišča A. Vozlišču A pripada prva vrstica v matriki sosednosti. Sosedi vozlišča A so tista vozlišča, kjer so stolpci različni od 0. Grafu G' s slike 2 pripada naslednja matrika sosednosti:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Iz matrike **C** torej vidimo, da imamo v drugem in osmem stolpcu prve vrstice neničelne vrednosti, torej sta soseda vozlišča A vozlišči B in H. Matriko sosednosti **C** tvorimo iz seznama povezav tako, da na križišču vrstice *p* in stolpca *q* ter vrstice *q* in stolpca *p* vpišemo vrednost 1, pri tem pa so začetne vrednosti v matriki **C** enake 0. Matriko sosednosti implementiramo z navadnimi dvodimenzionalnim poljem. Dodatno pa lahko nalogo poenostavimo tako, da namesto črk za imena vozlišč uporabljamo kar številke, tako da velja, da ime vozlišča pomeni tudi indeks, s katerim do vozlišča dostopamo. Iskana pot, če le–ta obstaja, je shranjena v razvitih voziščih, zato jo je od tam najprej potrebno rekonstruirati. To opravimo z naslednjo proceduro, prikazano v izpisu 2.

```
function IZPIS_POTI(G, s, v)
 begin
   if v = s then
     begin
       izpiši "Pot je: " + v.ime + " "
     end
   else
     begin
       if v nima predhodnika then
         izpiši "Med " + s.ime + " in " + v.ime + " ni poti!"
       else
         begin
           IZPIS_POTI(G, s, V[v.predhodnik])
           izpiši v.ime + " "
         end
     end
end
```

Izpis 2: Psevdokod algoritma IZPIS_POTI

Pri tem je *s* izhodiščno vozlišče, *v* je vozlišče v katerem se trenutno nahajamo, *c* pa je cena poti, ki jo preberemo iz ciljnega vozlišča.