

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

20 май 2024 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Кое от дадените уравнения е на права, съдържаща тъп ъгъл с положителната посока на абсцисната ос?

A) $y = -2$

Б) $x = 2$

В) $y = -2x + 1$

Г) $y = 2x - 1$

2. Ъгловият коефициент на допирателната към графиката на функцията

$f(x) = -x^3 + 2x + 1$ в точката A с абсциса $x_A = -1$ е:

A) -5

Б) -1

В) 1

Г) 5

3. Едночленът от шеста степен в нормалния вид на $(x-1)^7$ е:

A) $-21x^6$

Б) $-7x^6$

В) $7x^6$

Г) $21x^6$

4. От три еднакво големи партии изделия е избрано едно изделие за контрол на продукцията. Каква е вероятността това изделие да е бракувано, ако в една от партидите $\frac{2}{3}$ от изделията са бракувани, в друга $\frac{1}{5}$ са бракувани и в третата има само висококачествени изделия?

A) $\frac{13}{45}$ Б) $\frac{13}{15}$ В) $\frac{2}{3}$ Г) $\frac{2}{9}$

5. Коя от изброените функции притежава една хоризонтална и две вертикални асимптоти?

A) $y = \frac{x^2 - 1}{2x + 3}$

Б) $y = \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$

В) $y = \frac{2x^4 + 3}{x^2 - 1}$

Г) $y = \frac{x^2 - 1}{2x^4 + 3}$

6. Стойността на реалното число k , за което векторите \vec{a} и \vec{b} с координати $\vec{a}(2k; -1)$ и $\vec{b}(-3; -6)$ са взаимно перпендикулярни, е равна на:

A) $k = -1$ Б) $k = -0,25$ В) $k = 0$ Г) $k = 1$

7. Първият член на безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 2. Ако всеки следващ член на прогресията е три пъти по-малък от сбора на съседните му два члена, то сумата от членовете на прогресията е равна на:

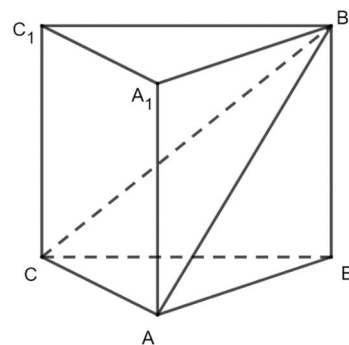
A) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ Б) $1+\sqrt{5}$ В) $1-\sqrt{5}$ Г) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

8. Тяло се движи по закона $S(t) = 2t^2 - 4t + 2$ (в метри), където t е времето, измерено в секунди. Скоростта на тялото в определен момент t_1 е $V(t_1) = 8$ m/s. Стойността на t_1 в секунди е:

A) $t_1 = 1$ Б) $t_1 = 3$ В) $t_1 = 6$ Г) $t_1 = 2,5$

9. Основният ръб на правилна триъгълна призма

$ABCA_1B_1C_1$ е равен на 2 см, а диагоналят на околна стена е $\sqrt{5}$ см. Ъгълът между равнината (ABC) и равнината (ACB_1) е:



A) 30°

Б) 45°

В) 60°

Г) 90°

10. Дадена е окръжност с уравнение $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 13$. Точка O е център на окръжността, а A и B са пресечните точки на правата $g: x+y-4=0$ с окръжността. Колко от точките A , B и O лежат на правата с уравнение $l: 3x+2y-8=0$?

A) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

11. Дадена е функцията $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2, & \text{ако } x < 2 \\ \sqrt{2x+5} - 3, & \text{ако } x \geq 2 \end{cases}$, където a е реален

параметър. Стойността на a , за която функцията е непрекъсната в $x=2$, е:

A) 9

Б) $\frac{7}{2}$

В) $-\frac{7}{2}$

Г) -9

12. Намерете границата $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)^2}{3x^4}$.

A) $\frac{4}{3}$

Б) $\frac{1}{12}$

В) $\frac{1}{48}$

Г) 0

13. Абсцисата на инфлексната точка за функцията $f(x) = x \cdot e^{-x}$ е равна на:

- A) -1 Б) 1 В) -2 Г) 2

14. Ако в правилна триъгълна призма с основен ръб $6\sqrt{3}$ cm може да се впише сфера, то дължината на околния ѝ ръб е:

- A) 3 cm Б) $3\sqrt{3}$ cm В) 6 cm Г) $6\sqrt{3}$ cm

15. При паркиране на автомобили на платен паркинг се пускат монети в машина. Устройството отхвърля дадена монета с вероятност $0,05$. Пускаме 2 монети в машината. Намерете вероятността поне едната от тях да бъде приета от устройството.

- A) $0,95$ Б) $0,9025$ В) $0,92$ Г) $0,9975$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

20 май 2024 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. Дадени са полиномите $P(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ и $Q(x) = -2x^3 + 9x^2 + ax + b = 0$

Най-малкият корен на уравнението $P(x) = 0$ е корен и на уравнението $Q(x) = 0$, а остатъкът от делението на $Q(x)$ с двучлена $G(x) = x + 1$ е равен на 10.

- а) Намерете стойностите на коефициентите a и b , и разложете $P(x)$ и $Q(x)$.
б) Решете неравенството $P(x) \cdot Q(x) > 0$.

17. Дадена е функцията $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ за $x \in (-\infty; +\infty)$. Да се намерят:

- а) интервалите на растене и намаляване и локалните екстремуми на функцията;
б) най-малката и най-голямата стойност на функцията в интервала $[-3; 5]$;
в) интервалите на изпъкналост и вдлъбнатост и инфлексните точки на функцията.

18. Правоъгълният триъгълник ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) с катети $AC = 2\sqrt{2}$ cm и $BC = 4$ cm служи за основа на пирамида $ABCD$, на която околният ръб $DC = 4$ cm и $DC \perp (ABC)$. Точка $M \in DC$ е такава, че $DM : MC = 1 : 3$. През точка A и точка M е построена равнина γ , успоредна на правата CB , която пресича ръба DB в точка N .

а) Докажете, че полученото сечение е правоъгълен триъгълник и намерете лицето му.

б) Намерете разстоянието между кръстосаните прави AN и DC .