Modelare și Simulare – Temă laborator

Tema 1 - Instalație hidraulică cu două rezervoare (ASTANK2)

13 noiembrie 2016

Cuprins

compilat la: 13/11/2016, 20:08

1 Model analitic

Instalaţia ASTANK2 reprezintă un sistem hidraulic de recirculare a apei, alcătuit din două rezervoare cu forme geometrice diferite (cel din stânga - cu un perete înclinat, cel din dreapta - un simplu paralelipiped), poziţionate la acelaşi nivel şi un rezervor acumulator, ca în Figura 1.

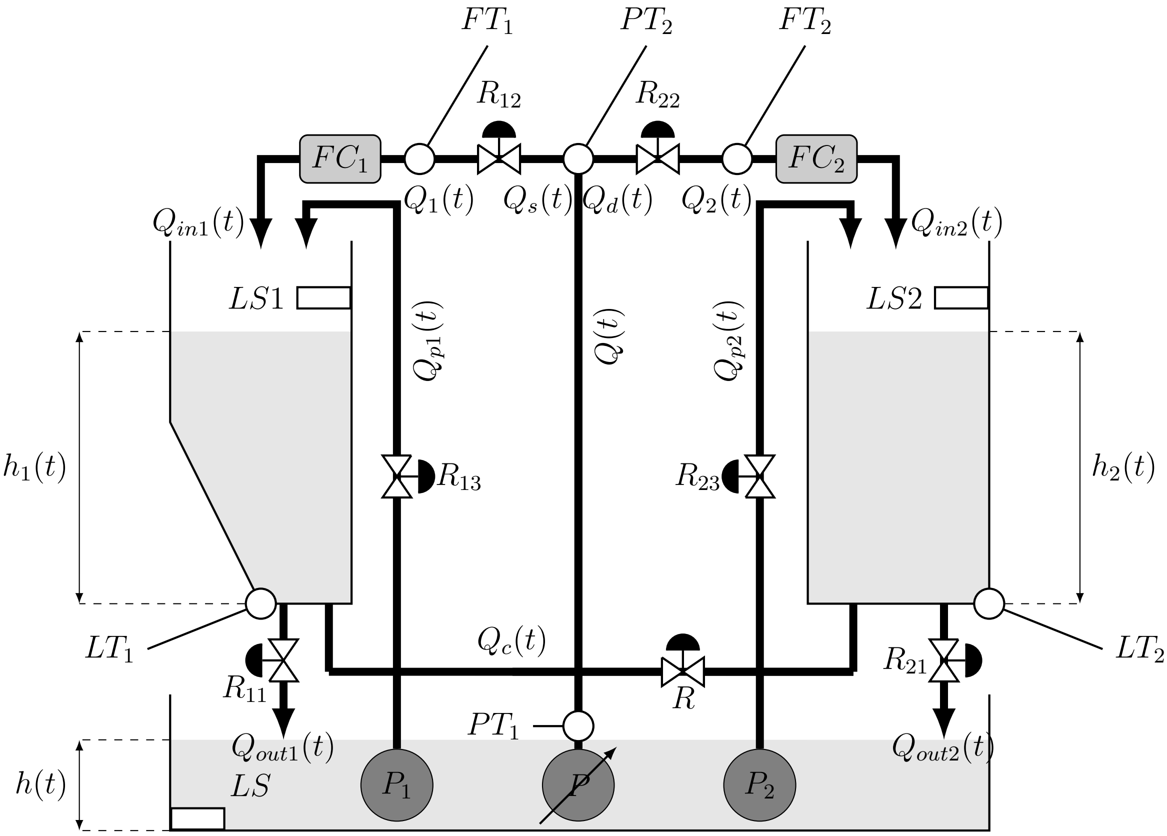

Figura 1: Instalatia ASTANK2

Modelul analitic al procesului este dat de cele trei ecuaţii dinamice (pentru fiecare rezervor în parte):

$$\begin{aligned}
\frac{dV_1(t)}{dt} &= Q_{in1}(t) + u_{11}(t)Q_{p1} - Q_{out1}(t) - Q_c(t) \\
\frac{dV_2(t)}{dt} &= Q_{in2}(t) + u_{22}(t)Q_{p2} - Q_{out2}(t) + Q_c(t) \\
\frac{dV(t)}{dt} &= Q_{out1}(t) + Q_{out2}(t) - Q(t) - u_{11}(t)Q_{p1} - u_{22}(t)Q_{p2}
\end{aligned} \tag{1}$$

unde

- debitul pompei principale este dat de:

$$Q(t) = k_p \cdot u(t) \tag{2}$$

- debitele la ieșirile conductelor scurte sunt date de:

$$\rho L_p \frac{dQ_{\{1,2\}}(t)}{dt} + \frac{\rho Q^2_{\{1,2\}}(t)}{2\alpha^2 S} = \frac{\rho Q^2_{\{s,d\}}}{2\alpha^2 S} \tag{3}$$

cu $Q_s = \frac{u_1}{u_1+u_2} \cdot \frac{\frac{u_1}{100} + \frac{u_2}{100}}{2} \cdot Q$ şi $Q_d = \frac{u_2}{u_1+u_2} \cdot \frac{\frac{u_1}{100} + \frac{u_2}{100}}{2} \cdot Q$

- debitele de scurgere în rezervoare sunt date de:

$$T_{EV} \cdot \frac{dQ_{\{in1,in2\}}(t)}{dt} + Q_{\{in1,in2\}}(t) = K_{EV} \cdot Q_{\{1,2\}}(t) \tag{4}$$

- debitul de evacuare al primului rezervor este dat de:

$$Q_{out1}(h_1) = \begin{cases} a_1 \cdot \sqrt{2gh_1 \left[1 + \frac{h_1}{4L}\sin 2\theta\right]}, & h_1 \leq H \\ a_1 \cdot \sqrt{2gh_1 \left[1 + \frac{H}{2L}\sin 2\theta\right] - g\frac{H^2}{4L}\sin 2\theta}, & h_1 > H \end{cases} \tag{5}$$

- debitul de evacuare al celui de-al doilea rezervor este dat de:

$$Q_{out2} = a_2\sqrt{2gh_2} \tag{6}$$

- debitul de comunicație este dat de:

$$Q_c = a_c \operatorname{sign}\left(P(h_1) - \rho g h_2\right) \sqrt{\frac{2\left|P(h_1) - \rho g h_2\right|}{\rho}} \tag{7}$$

cu

$$P(h_1) = \begin{cases} \rho g h_1 \left[1 + \frac{h_1}{4L}\sin 2\theta\right], & h_1 \leq H \\ \\ \rho g h_1 \left[1 + \frac{H}{2L}\sin 2\theta\right] - \rho g\frac{H^2}{4L}\sin 2\theta, & h_1 > H \end{cases} \tag{8}$$

- volumele rezervoarelor sunt:

$$V_1(h_1) = \begin{cases} L\ell h_1 + \frac{h_1^2 \ell \tan\theta}{2}, & h_1 \leq H \\ h_1\ell(L + H\tan\theta) - \frac{H^2\ell\tan\theta}{2}. & h_1 > H \end{cases} \tag{9}$$

și

$$V_2 = A_2 h_2, \quad V = A_T h. \tag{10}$$

Se consideră u_1, u_2 fixate (luați o combinație de valori din setul $\{25\%, 50\%, 75\%, 100\%\}$) deci ca intrare a sistemului rămâne doar $u(t)$. Ieșirea se consideră vectorul $\begin{bmatrix} h_1(t) & h_2(t) \end{bmatrix}^\top$.

Cuplând ecuațiile anterioare se obține modelul analitic neliniar al procesului.

În primul caz, pentru $h_1 \leq H$, modelul corespunzător este:

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1(t)}{dt} = \dfrac{1}{\ell(L+h_1(t)\tan\theta)} \left[Q_{in1}(t) + u_{11}(t)Q_{p1} - a_1 \cdot \sqrt{2gh_1(t)\left[1+\dfrac{h_1(t)}{4L}\sin 2\theta\right]} - a_c \operatorname{sign}\left(h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1^2(t)}{4L}\sin 2\theta\right) \cdot \sqrt{2g\left|h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1^2(t)}{4L}\sin 2\theta\right|}\right] \\ \dfrac{dh_2(t)}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left[Q_{in2}(t) + u_{22}(t)Q_{p2} - a_2\sqrt{2gh_2(t)} + a_c \operatorname{sign}\left(h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1^2(t)}{4L}\sin 2\theta\right) \cdot \sqrt{2g\left|h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1^2(t)}{4L}\sin 2\theta\right|}\right] \\ \dfrac{dh(t)}{dt} = \dfrac{1}{A_T}\left[a_1\sqrt{2\left[gh_1(t)\left(1+\dfrac{h_1(t)}{4L}\sin 2\theta\right)\right]} + a_2\sqrt{2gh_2(t)} - \dfrac{u_1+u_2}{200}Q(t) - u_{11}(t)Q_{p1} - u_{22}(t)Q_{p2}\right] \end{cases} \tag{11}$$

În al doilea caz, pentru $h_1 > H$, modelul corespunzător este:

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1(t)}{dt} = \dfrac{1}{\ell(L+H\tan\theta)} \left[Q_{in1}(t) + u_{11}Q_{p1} - a_1 \cdot \sqrt{2\left[gh_1(t)\left(1+\dfrac{H}{2L}\sin 2\theta\right) - g\dfrac{H^2}{4L}\sin 2\theta\right]} - \right. \\ \qquad \left. -a_c \operatorname{sign}\left(h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1(t)H}{2L}\sin 2\theta - \dfrac{H^2}{4L}\sin 2\theta\right) \cdot \sqrt{2g\left|h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1(t)H}{2L}\sin 2\theta - \dfrac{H^2}{4L}\sin 2\theta\right|}\right] \\ \dfrac{dh_2(t)}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left[Q_{in2}(t) + u_{22}(t)Q_{p2} - a_2\sqrt{2gh_2(t)} + a_c \operatorname{sign}\left(h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1(t)H}{2L}\sin 2\theta - \dfrac{H^2}{4L}\sin 2\theta\right)\sqrt{2g\left|h_1(t)-h_2(t)+\dfrac{h_1(t)H}{2L}\sin 2\theta - \dfrac{H^2}{4L}\sin 2\theta\right|}\right] \\ \dfrac{dh(t)}{dt} = \dfrac{1}{A_T}\left[a_1\sqrt{2gh_1(t)\left(1+\dfrac{H}{2L}\sin 2\theta\right) - g\dfrac{H^2}{2L}\sin 2\theta} + a_2\sqrt{2gh_2(t)} - \dfrac{u_1+u_2}{200}Q(t) - u_{11}Q_{p1} - u_{22}(t)Q_{p2}\right] \end{cases} \tag{12}$$

2 Parametri model

Simbol parametru	Denumire	Valoare
L_p	Lungime conductă scurtă	0.04 m
S	Secţiuni conducte scurte	0.00007854 m^2
ρ	Densitatea apei	1000kg/m^3
α	Coeficient de curgere pe conductele scurte	0.127
L	Lungime bază rezervor 1	0.08 m
ℓ	Lăţime bază rezervor 1	0.14 m
H	Înălţime corp teşit rezervor 1	0.25 m
θ	Unghi de înclinare a peretelui teşit faţă de verticală	$15^\circ = \frac{\pi}{12}$
g	Acceleraţia gravitaţională	9.8 $\mathrm{m/s^2}$
A_2	Arie rezervor 2	$0.021m^2$
A_T	Arie rezervor acumulator	0.1273 m^2
a_1	Coeficient de curgere din rezervorul 1	$4.2175 \cdot 10^{-5}$ m^2
a_2	Coeficient de curgere din rezervorul 2	$4.4842 \cdot 10^{-5}$ m^2
a_c	Coeficient de curgere pe conducta de comunicare	$4.307 \cdot 10^{-6}$ m^2
$\bar{Q}$	Debit maxim de alimentare de la pompa principală	7 L/min $= \dfrac{7 \cdot 10^{-3}}{60} =$ $1.1667 \cdot 10^{-4}$ $\mathrm{m^3/s}$
Q_{p1}, Q_{p2}	Debit de la pompele auxiliare	3 L/min $= \dfrac{3 \cdot 10^{-3}}{60} = 0.5 \cdot$ 10^{-4} $\mathrm{m^3/s}$
h_0	Înălţimea iniţială a apei în rezervorul acumulator	0.17 m
k_p	Coeficient de conversie tensiune-debit pompă principală	$\frac{7}{10}$ L/(min·V)
K_{EV}	Coeficient de transfer debit	1
T_{EV}	Constantă de timp pentru transfer debit	0.0125s

Tabela 1: Parametri instalație ASTANK2