

### iii TSP

1. Considerăm că graful TSP conține doar ponderile 1 sau 2

a) Presupunem prin absurd că problema nu este NP-hard.

Considerăm  $G$  un graf neponderat  $\Rightarrow$  determinarea unui ciclu Hamiltonian în  $G$  este o problemă NP-hard.

Fie următorul algoritim:

Pass 1: Construim un nou graf  $G'$  complet din toate muchiile lui  $G$  (acestea vor avea costul 1 în  $G'$ ) și completăm cu muchii de cost 2 până  $G'$  este graf complet.

Pass 2: Aplicăm algoritmul pentru TSP pe  $G'$  și obținem traseul de cost minim.

Conform ipotezei, algoritmul se execută în timp polinomial.

În continuare, dacă costul traseului este egal cu numărul de muchii din  $G$ , putem afirma că  $G$  conține un ciclu hamiltonian. Existenta ciclului și componentele acestuia au fost determinate în timp polinomial  $\Rightarrow$  ipoteza este falsă  $\Rightarrow$  problema este NP-hard.

b) Distingem 4 cazuri:

1.  $1, 1, 1 \Rightarrow 1+1+1$  Adevărat

2.  $1, 1, 2 \Rightarrow 1+1+2$

$1+2+1$

$2+1+1$

$\Rightarrow$  Adevărat

3.  $1, 2, 2 \Rightarrow 1+2+2$

$2+1+2$

$2+2+1$

$\Rightarrow$  Adevărat

4.  $2, 2, 2 \Rightarrow 2+2+2$

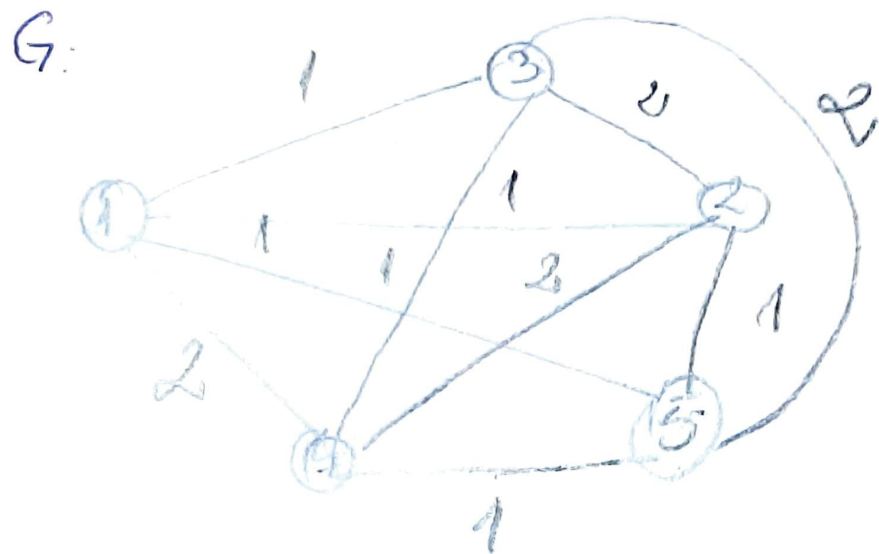
$2+2+2$

$2+2+2$

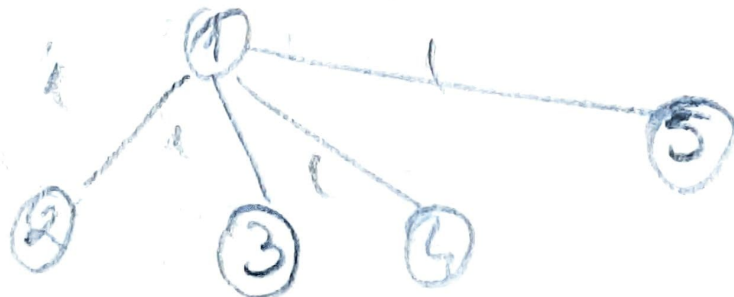
$\Rightarrow$  Adevărat

$\Rightarrow$  Ponderile satisfac inegalitatea triunghiului

c)



MST:



$$OPT: 1, 3, 4, 5, 2, 1$$

$$\Rightarrow OPT = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$ALG: 1, 2, 3, 4, 5, 1$$

$$\Rightarrow ALG = 1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8$$

$$\Rightarrow 8 \neq \frac{3 \cdot 5}{2} = 7.5$$

$$\Rightarrow ALG \neq \frac{3}{2} \cdot OPT$$

$\Rightarrow$  Algorithmus nur  
ist  $\frac{3}{2}$ -approximativ