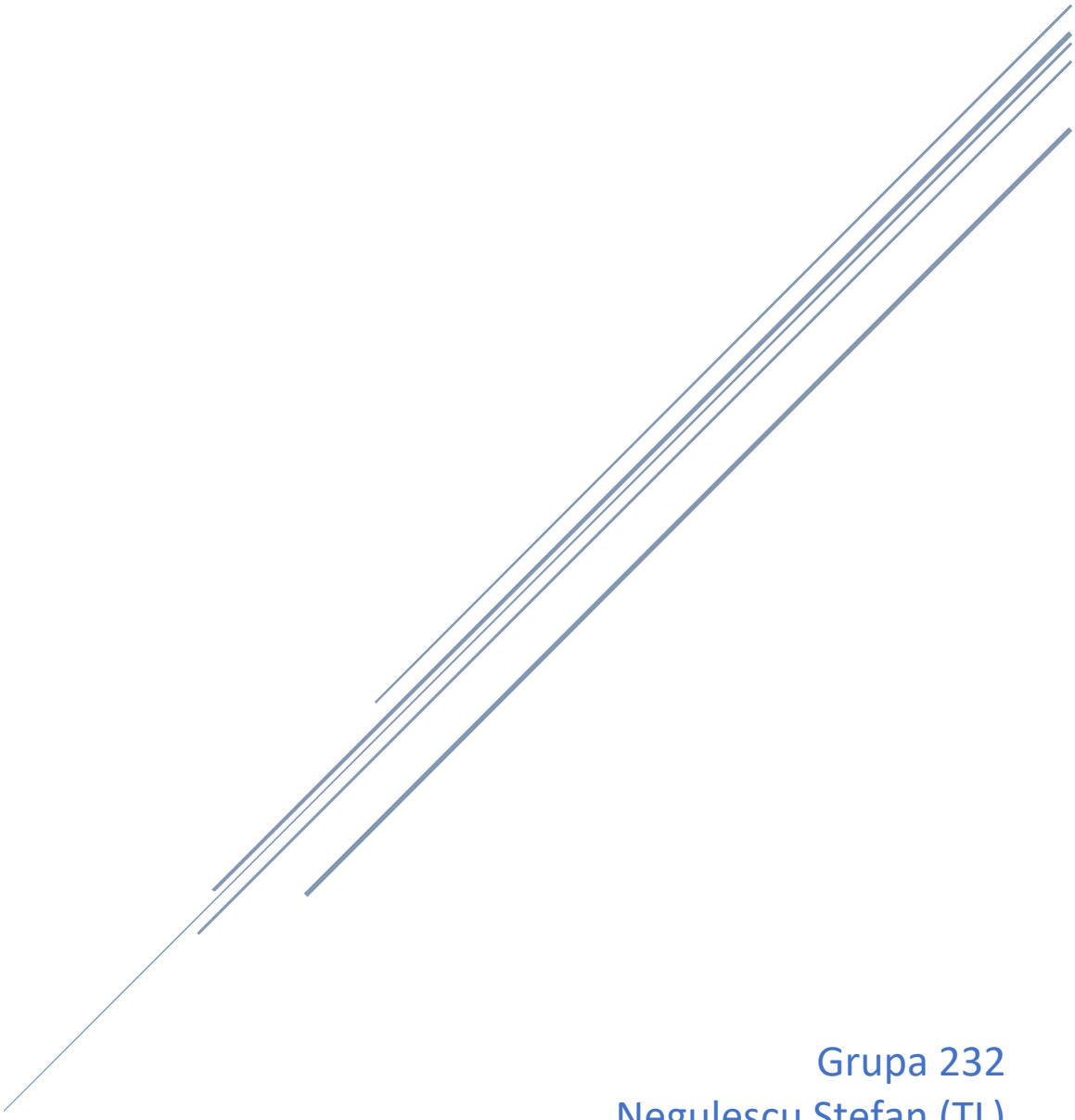
DOCUMENTATIE PROIECT 1 - R



Grupa 232
Negulescu Stefan (TL)
Hirnnea Gabriel

Cuprins

Problema 1

1) Fiind dată o funcție f , introdusă de utilizator, determinarea unei *constante de normalizare* k. În cazul în care o asemenea constantă nu există, afișarea unui mesaj corespunzător către utilizator.

Functia are 3 parametrii: functia f si parametrii a si b, ce reprezinta intervalul [a,b] pe care este definite functia respective. Se calculeaza integral functiei f pe intervalul [a,b]. Deoarece aceasta trebuie sa fie egala cu 1, constanta de normalizare va fi egala cu 1 / integral respective, densitatea de probabilitate fiind egala cu kf(x).

```
# 1
normConst <- function(f, a, b)
{
  1 / integrate(Vectorize(f), a, b)$value
}
```

Problema 2

2) Verificarea dacă o funcție introdusă de utilizator este densitate de probabilitate.

Verificare_densitate e o functie cu un paramentru. Prin singurul parametru se transmite functia care urmeaza a fi verificata.

Se va testa daca integrala de la -Inf la +Inf este 1 apoi pentru a verfica daca functia data este pozitiva se va lua un interval de valori(-10000 la 10000) cu pasul 0.001 si se vor verfica valorile functiei pe acest interval. Daca toate valorile vor fi > 0 se va afisa pe ecran "Functia este densitate de probabilitate" altfel "Functia nu este densitate de probabilitate".

```
# 2
verificare_densitate <- function(functie)
{
  ok <- 0
  y <- integrate(Vectorize(functie), -Inf, Inf)
  for(val in seq(-10000,10000,by=0.001))
  {
    if(functie(val)<0)
    {
      ok <- 1
      break;
    }
  }
  z <- round(y$value,digits=7)
  if(ok==0&&z==1)
    print("Functia este densitate de probabilitate")
  else
    print("Functia nu este densitate de probabilitate")
}
```

Problema 4

4) Reprezentarea grafică a densității și a funcției de repartiție pentru diferite valori ale parametrilor repartiției. În cazul în care funcția de repartiție nu este dată într-o formă *explicită*(ex. repartiția normală) se acceptă reprezentarea grafică a unei aproximări a acesteia.

Functia reprezentare_grafica e o functie cu 3 parametri: primul paramtru densitatea v.a continue si celealte doua vor constitui intervalul pe care se va construi graficul. Se va construi F(x) functia de repartitie cu formula clasica din curs apoi se va contrui folosind functia plot un grafic cu cele doua functii.

```
# 4
reprezentare_grafica <- function(functie,a,b)
{
  x <- seq(a,b,0.01)
  y <- c()
  y1 <- c()
  F1 <- function(x,functie)
  {
    y <- integrate(Vectorize(functie), -Inf, x)
    return(y$value)
  }
  for(i in x)
  {
    y <- c(y,F1(i,functie))
  }
  for(i in x)
  {
```

```
    y1 <- c(y1,functie(i))
  }
  plot(x,y, col="red",main="Reprezentare grafica densitate si functie de repartitie",type = "l")
  lines(x,y1, col="blue")
  legend("topleft",
         c("Densitate","Functia de repartitie"),
         fill=c("blue","red"))
}
```

Problema 5

5) Calculul mediei, dispersiei și a momentelor inițiale și centrate până la ordinul 4(dacă există). Atunci când unul dintre momente nu există, se va afișa un mesaj corespunzător către utilizator.

Functia **media** are ca parametrii functia f, cat si a si b, ce reprezinta intervalul pe care f este definite [a,b]. Aceasta returneaza media functiei care este egala cu integral produsului x*f(x)*k pe intervalul [a,b].

Functia **media2** calculeaza E(X^2).

Functia **dispersia** are ca parametrii f,a,b cu acelasi rol ca in functia media. Aceasta calculeaza dispersia lui f prin formula E(X^2) – E(X)^2.

Functia **momentInitial** are ca parametrii f,a,b cu aveleasi roluri, iar r reprezinta rangul momentului. Calculeaza momentul initial de rang r folosind formula respective.

Functia **momentCentrat** are aceeasi structura ca momentInitial, diferind formula de calcul pentru momentul centrat de rang r.

```
# 5
# Media
media <- function(f,a = -Inf,b = Inf)
{
  aux <- function(x)
  {
    x * f(x) * normConst(f,a,b)
  }
  integrate(aux,a,b)$value
}
media2 <- function(f,a = -Inf,b = Inf)
{
  aux <- function(x)
```

```
  {
    x ^ 2 * f(x) * normConst(f,a,b)
  }
  integrate(aux,a,b)$value
}
# Dispersia
dispersia <- function(f, a = -Inf, b = Inf)
{
  media2(f,a,b) - media(f,a,b) ^ 2
}
# Momente
momentInitial <- function(f,a,b,r)
{
  aux <- function(x)
  {
    x ^ r * f(x)
  }
  integrate(aux,a,b)$value
}
momentCentrat <- function(f,a,b,r)
{
  aux <- function(x)
  {
    medie <- media(f,a,b)
    (x - medie) ^ r * f(x)
  }
  integrate(aux,a,b)$value
}
```

Problema 6

6) Calculul mediei și dispersiei unei variabile aleatoare g(X), unde X are o repartiție continuă cunoscută iar g este o funcție continuă precizată de utilizator.

S-au contruit doua functii medie_g si disperie_g

Prima functie medie_g va lua ca parametru functia contiuna g impreuna cu densitatea variablilei aleatoare continue X. Valoarea medie se va calcula folosind formula din curs.

Functia dispersie_g are aceeasi parametri ca functia medie_g. Pentru calcului dispersiei se va folosi formula Var(X)=E(X^2)-E(X).

```
medie_g <- function(g,densitate)
{
  force(g)
  force(densitate)
  y <- integrate(Vectorize(function(x)(g(x)*densitate(x))), -Inf, Inf)
  return(y$value)
}
dispersie_g <- function(g,densitate)
{
  force(g)
  force(densitate)
  h <- function(x){g(x)*densitate(x)}
  y <- integrate(Vectorize(h), -Inf, Inf)
  a <- y$value
  force(h)
  k <- function(x){g(x)*h(x)}
  y <- integrate(Vectorize(k), -Inf, Inf)
  b <- y$value   return(b-a^2)}
```

Problema 7

7) Crearea unei funcții **P** care permite calculul diferitelor tipuri de probabilități asociate unei variabile aleatoare continue(similar funcției **P** din pachetul *discreteRV*)

Functia **P** are ca parametrii functia f, a si b, ce reprezinta intervalul pe care este definite functia,

x si y, ce reprezinta parametrii unei probabilitati de tipul P(x <= X <= y), x1 si y1, ce reprezinta parametrii unei probabilitati de tipul P(x <= X <= y | x1 <= X <= y1), cu mentiunea ca in acest caz x1 sau y1 trebuie sa fie egale cu a sau b, iar cealalta sa fie introdusa de utilizator.

Aceasta functie calculeaza diferite probabilitati folosindu-se de integrale din pmf, pe un interval introdus de utilizator.

```
# 7
P <- function(f,a,b,x = a,y = b,x1 = a, y1 = b)
{
  pmf <- function(x)
  {
    f(x) * normConst(f,a,b)
  }
  if(x == y)
    0
  else
    if(x < y & x1 == a & y1 == b)
    {
      if(x < a)
        x <- a
      if(y > b)
        y <- b
      integrate(Vectorize(pmf),x,y)$value
```

```
  }
  else
    if(x < y & x1 < y1)
    {
      if(x1 < a)
        x1 <- a
      if(y1 > b)
        y1 <- b
      mini <- min(x,x1)
      maxi <- max(y,y1)
      if(mini < a)
        mini <- a
      if(maxi > b)
        maxi <- b
      integrate(Vectorize(pmf),mini,maxi)$value / integrate(Vectorize(pmf),x1,y1)$value
    }
    else
      warning("Date incorecte!")
}
```

Problema 10

10) Calculul covarianței și coeficientului de corelație pentru două variabile aleatoare continue(**Atenție**:Trebuie să folosiți *densitatea comună* a celor două variabile aleatoare!)

Functiile **fX** si **fY** calculeaza pdf marginala pentru X, respective Y. Acesteaza au ca parametrii functie pmf, o valoare, si un interval, ce reprezinta intervalul lui Y in cazul lui fX si intervalul lui X in cazul lui fY. Acestea aplica formula pdf marginala.

Functia **cov** calculeaza covarianta a doua variabile aleatoare continue utlizand formula Cov(x,y) = E(XY) – E(X)*E(Y). E(XY), E(X), E(Y) sunt calculate cu ajutorul fX si fY, care sunt calculate pronind de la pdf comuna. Aceasta are ca parametrii functia pmf comuna, a si b, reprezentand intervalul lui X, c si d, reprezentand intervalul lui Y.

Functia **cor** calculeaza coeficientul de corelatie dintre 2 variabile aleatoare continue, pornind de la pdf comuna, utlizand formula Cor(X,Y) = Cov(X,Y) / sqrt(Var(X)*Var(Y)).

Parametrii acestei functii au acelasi rol ca la functia cov.

Var(X) este calculata cu formula Var(X)=E(X^2)-E(X), acestea fiind calculate cu ajutorul fX si fY.

Am utilizat functia din integral2 din pachetul “pracma” pentru a calcula integrale duble, folosite in calculul Cov.

```
# 10
library(pracma)
install.packages("pracma")

fX <- function(f,x,a,b)
{
  aux <- function(y)
  {
    f(x,y)
  }
  integrate(Vectorize(aux),a,b)$value
```

```
}
fY <- function(f,y,a,b)
{
  aux <- function(x)
  {
    f(x,y)
  }
  integrate(Vectorize(aux),a,b)$value
}

cov <- function(f,a,b,c,d)
{
  aux <- function(x,y)
  {
    x * y * f(x,y)
  }

  fX1 <- function(x)
  {
    x * fX(f,x,c,d)
  }

  fY1 <- function(y)
  {
    y * fY(f,y,a,b)
  }

  integral2(aux,c,d,a,b)$Q - integrate(Vectorize(fX1),a,b)$value *
integrate(Vectorize(fY1),c,d)$value
```

```
}

cor <- function(f,a,b,c,d)
{

  fX1 <- function(x)
  {
    x * fX(f,x,c,d)
  }

  fY1 <- function(y)
  {
    y * fY(f,y,a,b)
  }

  fX2 <- function(x)
  {
    fX1(x^2) * fX1(x)^2
  }

  fY2 <- function(y)
  {
    fY1(y^2) * fY1(y)^2
  }

  cov(f,a,b,c,d) / sqrt(integrate(Vectorize(fX2),a,b)$value * integrate(Vectorize(fY2),c,d)$value)

}
```

Problema 11

11) Pornind de la densitatea comună a două variabile aleatoare continue, construirea densităților marginale și a densităților condiționate.

Functiile **fX** si **fY** au fost prezentate la Problema 10.

Functiile **Px** si **Py** calculeaza cdf conditionate. Ambele au ca parametrii functia pdf comuna, cat si intervalele cu ajutorul carora se calculeza cdf. Parametrii a si b reprezinta intervalul probabilitatii P(a <= X <= y), iar c si d reprezinta intervalul pe care este definite Y in cazul Px si X in cazul Py. Functiile integreaza pe [a,b] x*fX, respective y*fY.

```
# 11
Px <- function(f,a,b,c,d)
{
  fX1 <- function(x)
  {
    fX(f,x,c,d)
  }
  integrate(Vectorize(fX1),a,b)$value
}

Py <- function(f,a,b,c,d)
{
  fY1 <- function(x)
  {
    x * fY(f,x,c,d)
  }
  integrate(Vectorize(fY1),a,b)$value
}
```

Problema 12

12) Construirea sumei și diferenței a două variabile aleatoare continue independente(folosiți formula de *convoluție*)

Pentru rezolvarea acestei cerinte am construit una pentru suma: sum_var si una pentru diferenta: dif_var fiecare avand cate 3 parametri. Primul parametru densitatea primei v.a continuie al doileaparamentru densitatea celei de-a doua v. a continue, iar al treilea valoarea in care se doreste aflarea operatiei.

Pentru calculului sumei se va folosi formula de convolutie.

Analog pentru calculului diferentei.

```
# 12
sum_var <- function(f,g,val)
{
  force(g)
  force(f)
  sum <- function(z) (integrate (Vectorize(function(t) (f(t) * g(z - t))), -Inf, +Inf))
  return(sum(val))
}

dif_var <- function(f,g,val)
{
  force(g)
  force(f)
  dif <- function(z) (integrate (Vectorize(function(t) (f(t) * g(t - z))), -Inf, +Inf))
  return(dif(val))
}
```

Concluzie

Proiectul are ca material de baza cursurile, cat si laboratoarele de Probabilitati.

A fost necesara utilizarea functiei **Vectorize** in calculul integralelor pentru a nu aparea eventuale erori.

Pentru calculul integralelor duble am utlizat functia **integral2** din pachetul **pracma**.

In concluzie, am realizat functiile necesare pentru 9 probleme, toate functiile fiind folositoare in diferite calculi pentru variabile aleatoare continue.

Surse

Vectorize - https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/base/html/Vectorize.html

Integral2 - https://www.rdocumentation.org/packages/pracma/versions/1.9.9/topics/integral2

Force - https://www.rdocumentation.org/packages/base/versions/3.6.2/topics/force#:~:text=force%20forces%20the%20evaluation%20of,loop%20or%20an%20apply%20function.