# Algoritmi e Strutture Dati

# Lettere da Powarts (powarts)

# Testo del problema

Slides originali su: judge.science.unitn.it/slides/asd20/prog1.pdf

Nuovo anno a Powarts. Un nuovo anno sta per cominciare alla prestigiosa Scuola di Algoritmi e Stregoneria di Powarts.

**Nuovi studenti.** Come ogni anno, il preside Albus Montresorus<sup>1</sup>, docente del corso di «Arti magiche, Stregonerie e Diavolerie» (ASD), ha affidato ai suoi collaboratori il compito di scrivere le lettere per invitare i nuovi studenti a Powarts.

La regione. La scuola di Powarts si trova in una delle N città della regione. In ciascuna delle altre N-1 città vive uno ed un solo studente in attesa della lettera di Powarts. Ognuna di queste città è sempre raggiungibile qualunque sia la città di partenza. Un esempio è presentato in Figura 1.

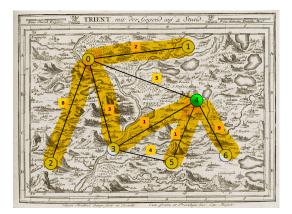


Figura 1: Una mappa della regione con 7 città, ognuna ospita 1 studente. Powarts si trova nella città 4.

Gufi magici. La consegna delle lettere verrà assegnata a dei gufi magici. I gufi seguiranno precise rotte che collegano le città tra loro: per la precisione, avranno a disposizione M rotte di diverse lunghezze percorribili in entrambe le direzioni. Essendo gufi magici, saranno in grado di scegliere sempre il **percorso più breve** e di garantire l'arrivo di ogni lettera prima della partenza del Powarts Express.

La minaccia. L'acerrimo nemico di Albus Montresorus è Colui Che Non Deve Essere Nominato, conosciuto anche come Signore dell'Inefficienza. Vuole ostacolare il più possibile l'arrivo di nuovi studenti a Powarts e cercherà di mettere in atto un piano malvagio.

Colui Che Non Deve Essere Nominato bloccherà il passaggio della posta degli studenti esattamente in una delle città schierando il suo esercito di Mangiamorte per catturare ogni gufo in passaggio da quella città. In questo modo,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Albus è - ovviamente - diminutivo di Albertus.

lo studente residente nella città sotto attacco non riceverà alcuna lettera. Inoltre, bloccando una città, verranno bloccate anche tutte le rotte che passano per essa: i gufi saranno costretti a non passare per quella città.

Nota: L'attacco potrà avvenire ovunque, ma non nella città di Powarts! È ben risaputo che l'unico mago temuto da Colui Che Non Deve Essere Nominato è proprio Albus Montresorus.

L'effetto dell'attacco. Dato che una delle città verrà bloccata, per alcune consegne i gufi potrebbero essere costretti a prendere un percorso alternativo più lungo di quello previsto inizialmente. In questo modo, la lettera di alcuni studenti non arriverà entro il tempo minimo previsto, facendogli perdere il Powarts Express!

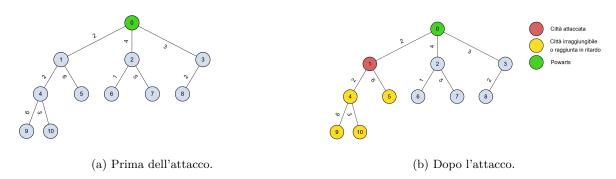


Figura 2: Effetto dell'attacco di Colui Che Non Deve Essere Nominato: Powarts si trova nella città 0. Se i Mangiamorte bloccheranno la città 1, lo studente che vive in quella città non riceverà nessuna lettera. Le città {4, 5, 9, 10} diventeranno anch'esse irraggiungibili. In totale 5 studenti perderanno il Powarts Express.

Facendo riferimento alla Figura 2, Powarts si trova nella città 0, se l'attacco avverrà alla città 1 impedirà ai gufi di recapitare le lettere a 5 studenti: quelli che vivono nelle città:  $\{1,4,5,9,10\}$ , tutte queste città diventeranno irraggiungibili.

La scelta della città. Colui Che Non Deve Essere Nominato sceglierà la città da attaccare in modo da massimizzare il numero di studenti che non riceveranno la lettera nel tempo minimo previsto inizialmente.

### Il vostro compito

Il professor Albus si prepara a combattere una battaglia e chiede a voi nel frattempo un aiuto per stimare i danni causati da questo attacco. Vi chiede quindi di calcolare quanti saranno gli studenti che non riceveranno la lettera nel tempo minimo previsto inizialmente (e che quindi perderanno il Powarts Express), in seguito all'attacco.

Vi verrà fornita la mappa della città, con le N città, con l'indicazione di quale città è sede di Powarts P, e le M rotte bidirezionali che collegano le varie città, ciascuna specificata da una terna  $\{(a_i,b_i,w_i)\}_{i=1}^M$  che indicano per ciascuna rotta la città di partenza  $a_i$ , quella di arrivo  $b_i$  e la lunghezza della rotta stessa  $w_i$  (in giorni di volo).

#### Esempi

Facendo riferimento alla mappa in Figura 3, Powarts si trova nella città 0, l'attacco avverrà alla città 2 e impedirà ai gufi di recapitare le lettere a 10 studenti - quelli che vivono nelle città  $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ . A parte la città 2 che subirà l'attacco, i gufi potranno arrivare in tutte le altre città, ma ci metteranno più tempo del previsto. Per esempio, il gufo diretto nella città 7 sarebbe dovuto arrivare a destinazione dopo 6 giorni di volo seguendo la rotta [0,2,3,5,7], ma dopo l'attacco sarà costretto a prendere la nuova rotta più breve [0,1,3,5,7] impiegando 7 giorni di volo.

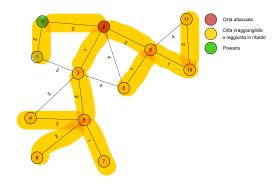
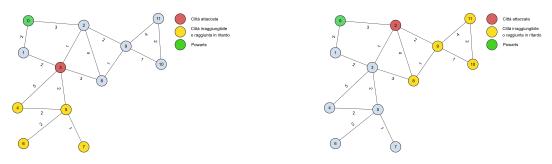


Figura 3: Una mappa della regione con 12 città, Powarts si trova nella città 0. I Mangiamorte attaccheranno la città 2, impedendo ai gufi di recapitare la lettera in tempo a 10 studenti, quelli che vivono nelle città  $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ . A parte la città 2 che subirà l'attacco, i gufi potranno arrivare in qualsiasi altra città, ma mettendoci più tempo del previsto.

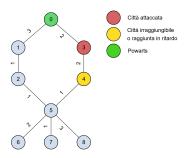


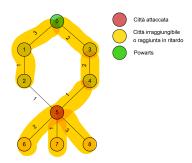
- (a) Se Colui Che Non Deve Essere Nominato attaccherà la città 3, 5 studenti perderanno il Powarts Express, quelli che abitano nelle città  $\{3,4,5,6,7\}$ .
- (b) Se Colui Che Non Deve Essere Nominato attaccherà la città 2, 5 studenti studenti perderanno il Powarts Express, quelli che abitano nelle città {2, 8, 9, 10, 11}.

Figura 4: In questa mappa sono possibili due scenari con lo stesso numero massimale di studenti che non riceveranno o riceveranno in ritardo la lettera per Powarts (5). **Nota:** le distanze tra le città in questa mappa sono diverse da quelle dell'esempio precedente.

Le mappe nelle Figure 4a e 4b presentano il caso di una mappa per la quale esistono più città che possono essere attaccate. Colui Che Non Deve Essere Nominato può attaccare indifferentemente la città 2 o la città 3 e in entrambi i casi 5 studenti perderanno il Powarts Express.

La mappa in Figura 5a riporta un esempio **errato**. Attaccando la città 3 solo 2 studenti arriverebbero in ritardo, quelli che vivono nelle città  $\{2,4\}$ . Infatti le città  $\{5,6,7,8\}$  sarebbero comunque raggiungibili passando per la rotta alternativa che passa per [1,2] e impiega lo stesso tempo (in giorni di volo), facendo quindi arrivare le lettere nel tempo previsto. La soluzione corretta è riportata in Figura 5b.





(a) Soluzione errata, così solo 2 studenti perderebbero il Powarts Express, ma questo non è il massimo possible quindi non è la città dove Colui Che Non Deve Essere Nominato attaccherà.

(b) Soluzione corretta, con un attacco alla città 5 il massimo numero di studenti perderanno il Powarts Express, ovvero 4 quelli che vivono nelle città: {5,6,7,8}. Quindi sarà questa la città che Colui che Non Deve Essere Nominato attaccherà.

Figura 5: Esempio di soluzione errata (a sinistra) e corretta (a destra) per una mappa.

## Input/Output

**Input:** un file con 1 + M righe.

- La prima riga riporta 3 numeri interi positivi: N, M e P, rispettivamente il numero di città, di rotte e la città dove si trova Powarts  $(0 \le P < N)$ ;
- Le successive M righe descrivono la mappa: ciascuna riga contiene tre interi  $a_i, b_i, w_i$ .  $a_i$  e  $b_i$  sono compresi tra 0 ed N-1, ad indicare che le città  $a_i$  e  $b_i$  sono collegate da una rotta di lunghezza  $w_i$  (in giorni di volo);

**Output:** un file contenente 1 riga o opzionalmente 1 + K righe.

 $o_1$ : Un intero, uguale al numero massimo K di studenti che non riceveranno la lettera per Powarts o la riceveranno in ritardo.

 $o_2$ : opzionalmente: K righe contenenti un intero tra 0 e N-1 (inclusi) che rappresentano le città in cui vivono gli studenti che non riceveranno la lettera o la riceveranno in ritardo. Se ci sono più alternative possibili (con lo stesso K) è necessario stampare solo una delle alternative.

#### Assunzioni e casi di test

#### Assunzioni

- $1 \le N \le 50000$
- $1 \le M \le 200000$
- $1 \le w_i \le 10000$
- Ogni grafo è connesso.
- Ogni grafo è non diretto.

#### Casi di test

- 20 casi di test in totale;
- In almeno 6 casi l'input è un albero;
- In almeno 14 casi esiste un unico percorso di lunghezza minima tra Powarts e ogni altra città.

I limiti di tempo e memoria sono:

• Tempo limite massimo: 1 secondo;

• Memoria massima: 32 MB;

### Punteggi e correttore

Per ogni caso di test, le soluzioni vengono valutate nel modo seguente:

- 1. Soluzioni contenenti solo il numero di studenti  $K(o_1)$ :
  - *K* massimale corretto: 3 **punti**;
  - *K* errato: 0 **punti**;
- 2. Soluzioni contenenti anche la lista delle città  $(o_1 + o_2)$ :
  - soluzione corretta, con K massimale e lista delle città corretta: 5  $\mathbf{punti}$ ;

Si noti che:

- Soluzioni con K non massimale ricevono 0 **punti** in ogni caso;
- Soluzioni con lista delle città errata ricevono 0 punti;

#### Valutazione

Per valutazione del progetto:

- Conta il punteggio dell'ultimo sorgente inviato al sistema;
- Il progetto è superato con un punteggio non inferiore a 30 punti;
- C'è un limite di 40 sottoposizioni per gruppo;

## Dataset di esempio

Potete trovare un dataset equivalente con cui esercitarvi in locale: judge.science.unitn.it/slides/asd20/dataset powarts.zip.

Nota: Il dataset di esempio contiene in output solo il numero massimale K di studenti che perdono il Powarts Express, senza lista delle città.

# Esempi di input/output

File input.txt	File output.txt
12 16 0 0 1 2 0 2 3 1 3 2 2 3 1 2 8 4 2 9 2 3 4 5 3 5 2 3 8 3 4 5 2 5 6 2 5 7 1 8 9 1 9 10 1 9 11 4 10 11 2	5 3 4 5 6 7
File input.txt	File output.txt
12 16 0 0 1 2 0 2 2 1 3 2 2 3 1 2 8 4 2 9 2 3 4 5 3 5 2 3 8 4 4 5 2 5 6 2 5 7 1 8 9 1 9 10 1 9 11 4 10 11 2	10 2 3 4 5 6 7 8 9 10
File input.txt	File output.txt
7 8 4 0 1 2 0 2 8 0 3 3 0 4 5 3 4 1 3 5 4 4 5 1 4 6 9	4 0 1 2 3