



Corso di Fisica

Prof. Angelo Galante

1.07

Lavoro, energia, potenza

Lavoro di una forza

Energia cinetica

Forze conservative

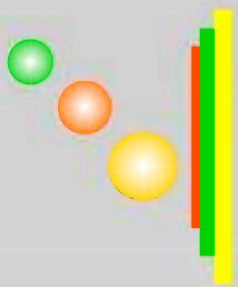
Energia potenziale gravitazionale

Energia potenziale elastica

Energia meccanica

Conservazione dell'energia meccanica

Potenza



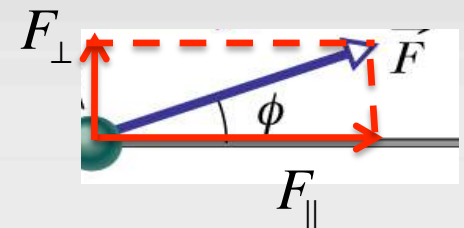
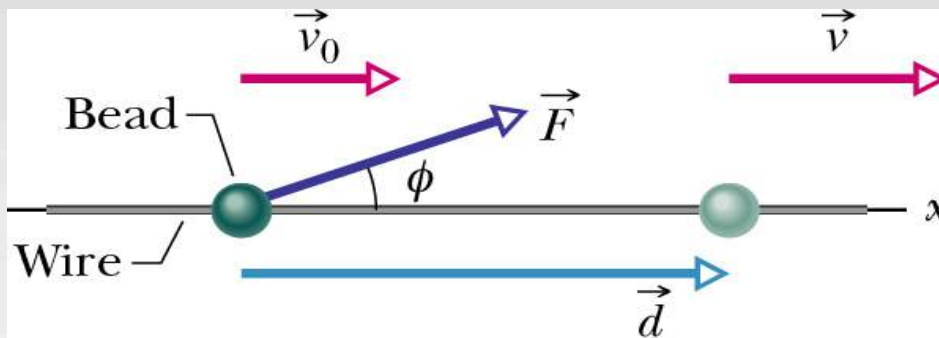
Lavoro compiuto da una forza costante

Il lavoro che compie una forza è definito in termini della forza stessa e dell'effetto (lo spostamento) che produce sul corpo:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos(\phi)$$

Il lavoro si misura in Joule

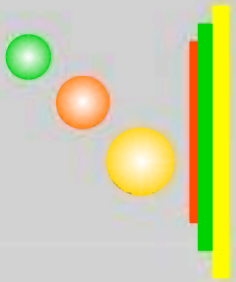
$$[L] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{Joule}$$



F_{\parallel} è la componente della forza parallela allo spostamento. La sua presenza modifica lo stato di moto della particella lungo la direzione dello spostamento.

F_{\perp} è la componente della forza perpendicolare allo spostamento e come tale non è in grado di avere effetti sul moto del corpo.

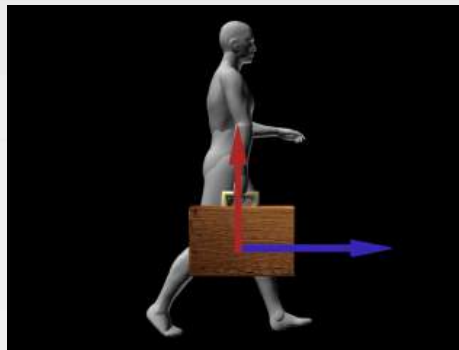
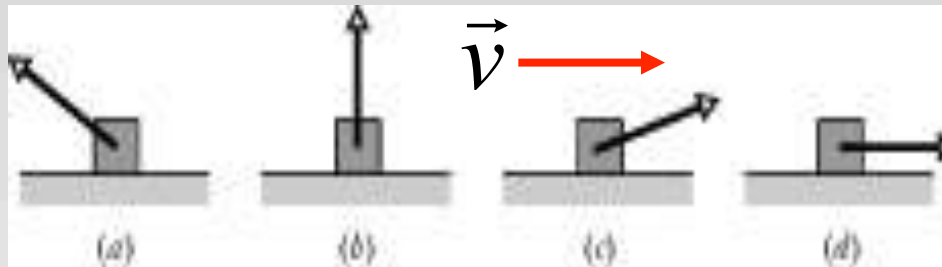
$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F_{\parallel} \cdot d$$



Esempio

Il corpo si sta muovendo sul piano, senza attrito e verso destra, e le forze in figura hanno lo stesso modulo.

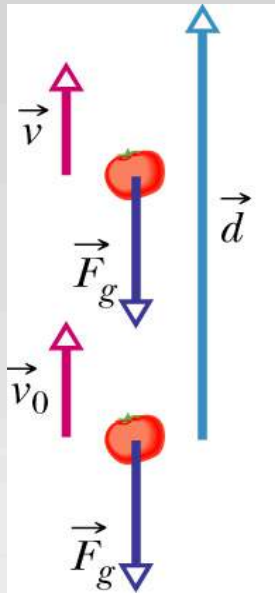
Metterle in ordine decrescente di lavoro compiuto.





Lavoro compiuto dalla forza peso

Lavoro della forza peso: $L = m \cdot g \cdot d \cos(\theta)$



lanciamo la mela
verso l'alto

salita

$$\theta = 180^\circ \rightarrow \cos(\theta) = -1$$

discesa

$$\theta = 0^\circ \rightarrow \cos(\theta) = 1$$

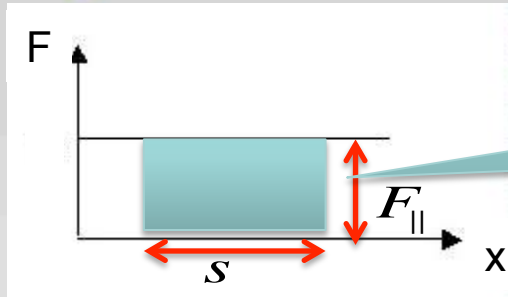
Quando un corpo **sale** il lavoro svolto dalla forza peso è negativo

$$L_p = - m \cdot g \cdot d$$

Quando un corpo **scende** il lavoro svolto dalla forza peso è positivo

$$L_p = m \cdot g \cdot d$$

Lavoro compiuto da una forza variabile

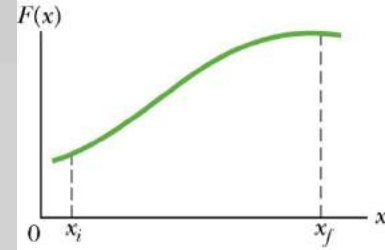


Quando F_{\parallel} è costante:

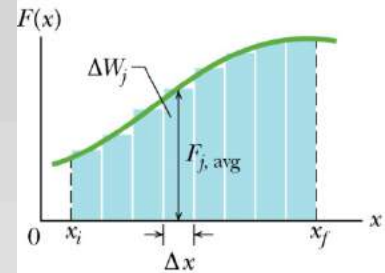
$$L = F_{\parallel} \cdot d$$

Estendiamo il risultato al caso in cui F_{\parallel} non è costante. Consideriamo lo spostamento come la somma di tanti contributi infinitesimi che andiamo poi a sommare. Matematicamente questo corrisponde a fare un integrale e geometricamente significa calcolare l'area tra la curva e l'asse orizzontale.

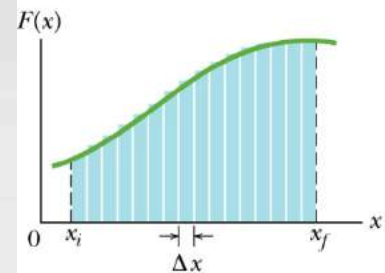
$$L = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum F_{\parallel}(x_j) \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_{\parallel}(x) dx$$



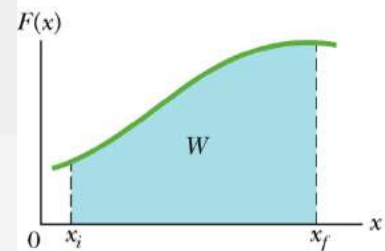
(a)



(b)

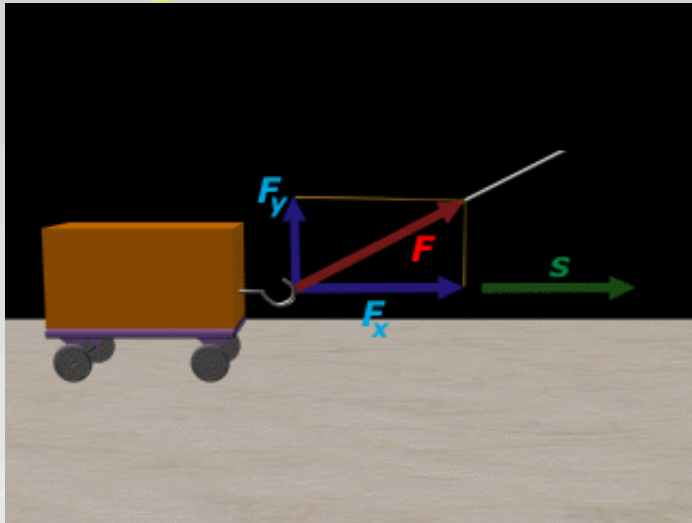


(c)



(d)

Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica



- Il carrello si muove sul piano con una velocità iniziale v_i .
- La forza F agisce per un certo tempo e provoca lo spostamento s .
- Alla fine il carrello si muove con velocità v_f .

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F_x d = ma \cdot d$$

$$2as = v_f^2 - v_i^2 \quad (\text{moto rett unif. accelerato})$$

$$L = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = K_f - K_i$$

L'energia cinetica (K) è una grandezza associata allo stato di moto di un corpo:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$[J] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

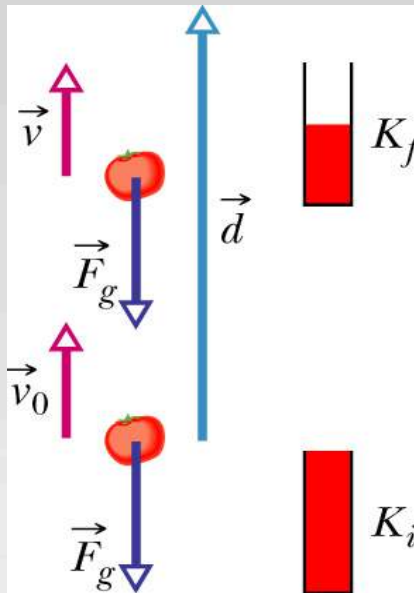
Un corpo modifica la propria energia cinetica se è soggetto a forze che compiono lavoro. L'energia cinetica si misura in Joule.



Lavoro compiuto dalla forza peso

Energia Cinetica iniziale: $K_i = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Lavoro della forza peso: $L = m \cdot g \cdot d \cos(\theta)$



lanciamo la mela
verso l'alto

salita

$$\theta = 180^\circ \rightarrow \cos(\theta) = -1$$

$$K_f = K_i - m \cdot g \cdot d$$

$$K_f < K_i$$

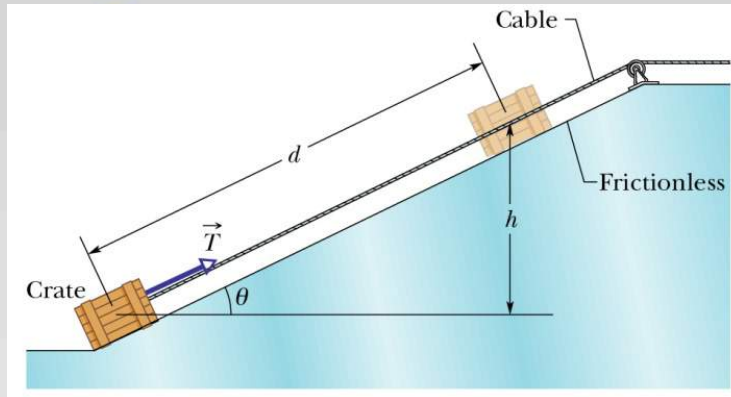
discesa

$$\theta = 0^\circ \rightarrow \cos(\theta) = 1$$

$$K_f = K_i + m \cdot g \cdot d$$

$$K_f > K_i$$

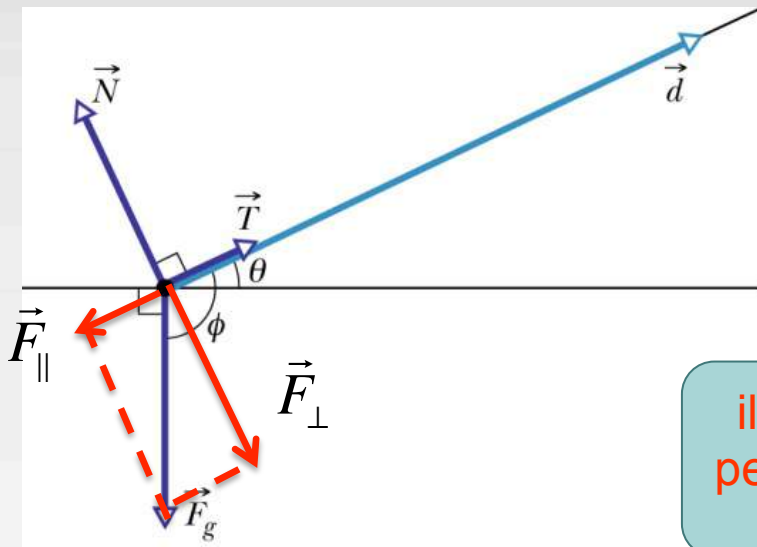
Esempio: lavoro compiuto dalla forza peso su un piano inclinato



Calcolare il lavoro svolto dalla forza peso nel caso in cui solleviamo di h un corpo lungo un piano inclinato di lunghezza d .

$$L_P = L_{F_{\parallel}} = -F_{\parallel} \cdot d$$

$$L_P = -P \sin \theta \cdot d = -P \cdot (d \sin \theta) = -P \cdot h$$



Il lavoro fatto da chi tira il cavo non dipende dal percorso fatto per sollevare il corpo (la lunghezza d dello scivolo) ma solo dalla differenza di quota h !

il lavoro della forza peso non dipende dal percorso del corpo ma solo dalla differenza di quota

Forze conservative

L_1 = lavoro della forza durante la salita

L_2 = lavoro della forza durante la discesa

Si dice che una forza è conservativa quando

$$L_1 = -L_2$$

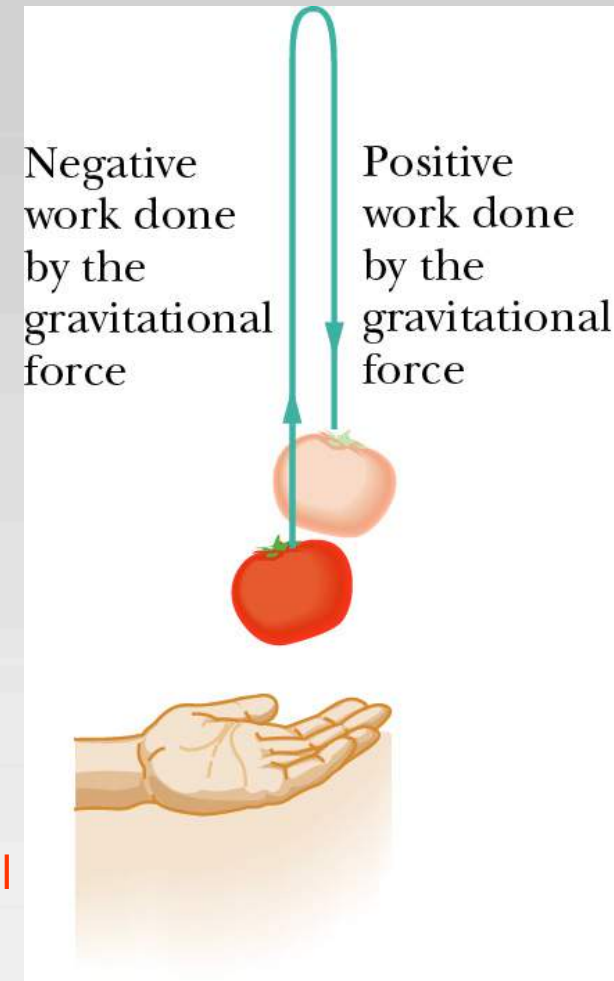
O, più in generale, quando:

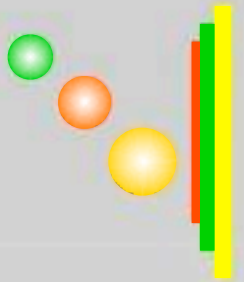
- ❖ il lavoro svolto su un qualunque percorso chiuso è nullo.

oppure

- ❖ Il lavoro svolto tra due punti non dipende dal percorso ma solo dalle posizioni iniziali e finali.

la forza peso è conservativa





Energia potenziale

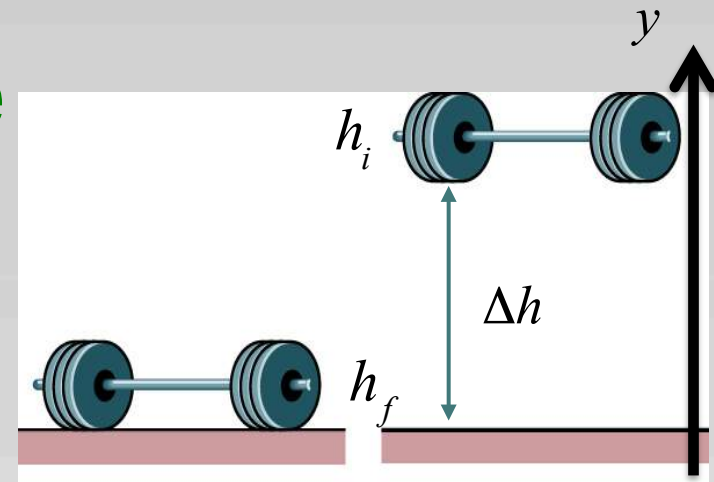
Grazie alla presenza della forza di gravità e del lavoro che questa può compiere un corpo sollevato ha “accumulato” energia non direttamente visibile (potenziale). Questa energia diventerà evidente quando lasceremo cadere il corpo.

Immaginiamo di considerare il moto di un manubrio soggetto alla sola forza peso. Utilizzando il teorema dell'energia cinetica:

$$K_f - K_i = L_g = mg(h_i - h_f)$$

$$\left. \begin{array}{l} U_i = mgh_i \\ U_f = mgh_f \end{array} \right\} U = mgh$$

$$K_f - K_i = U_i - U_f = \Delta U = mg\Delta h$$



Come visto per il piano inclinato il risultato vale sempre. Il lavoro della forza peso dipende solo dalla quota iniziale e finale e non dal percorso effettivamente seguito: la forza peso è conservativa!

**U è detta energia
potenziale
gravitazionale**

Ha senso parlare solo di **differenza di energia potenziale** gravitazionale tra due posizioni
→ siamo liberi di scegliere un livello ed associare a quel livello lo zero dell'energia potenziale.

Energia meccanica

$$K_f - K_i = U_i - U_f$$

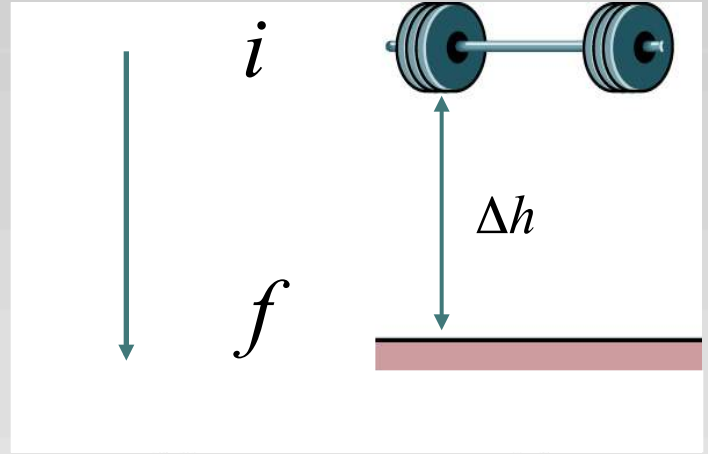


$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

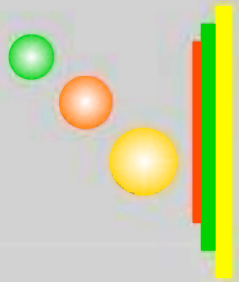
$$E_{\text{mec}} = K + U$$

$$E_{\text{mec}}^i = E_{\text{mec}}^f$$

E_{mec} è l'energia meccanica

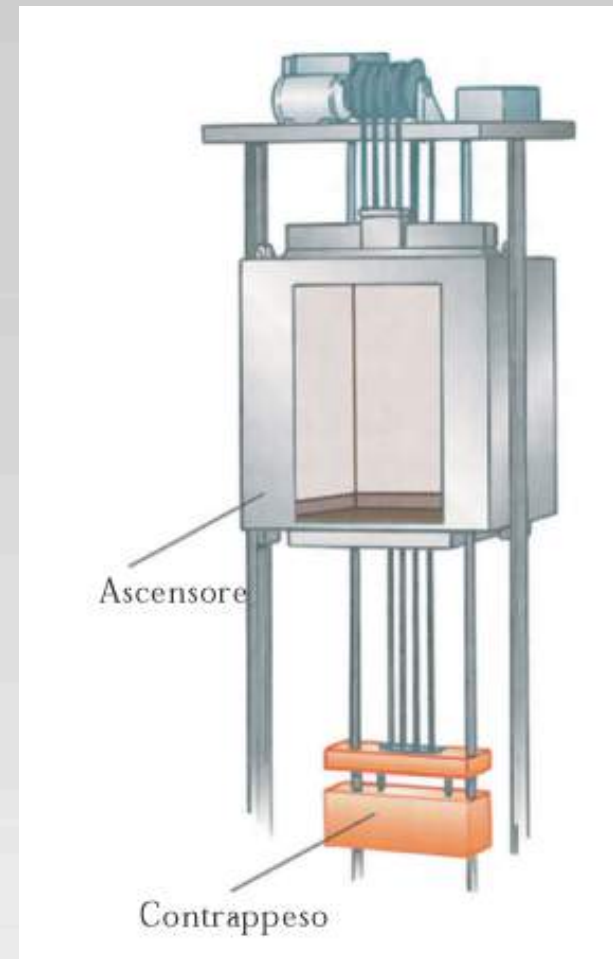


Se un corpo avviene sotto l'effetto di una forza conservativa potrò definire una energia potenziale. La somma di Energia Cinetica (K) e Energia Potenziale (U) rimane costante durante il moto. Se sono presenti più forze conservative avrò più energie potenziali che contribuiranno all'Energia Meccanica.

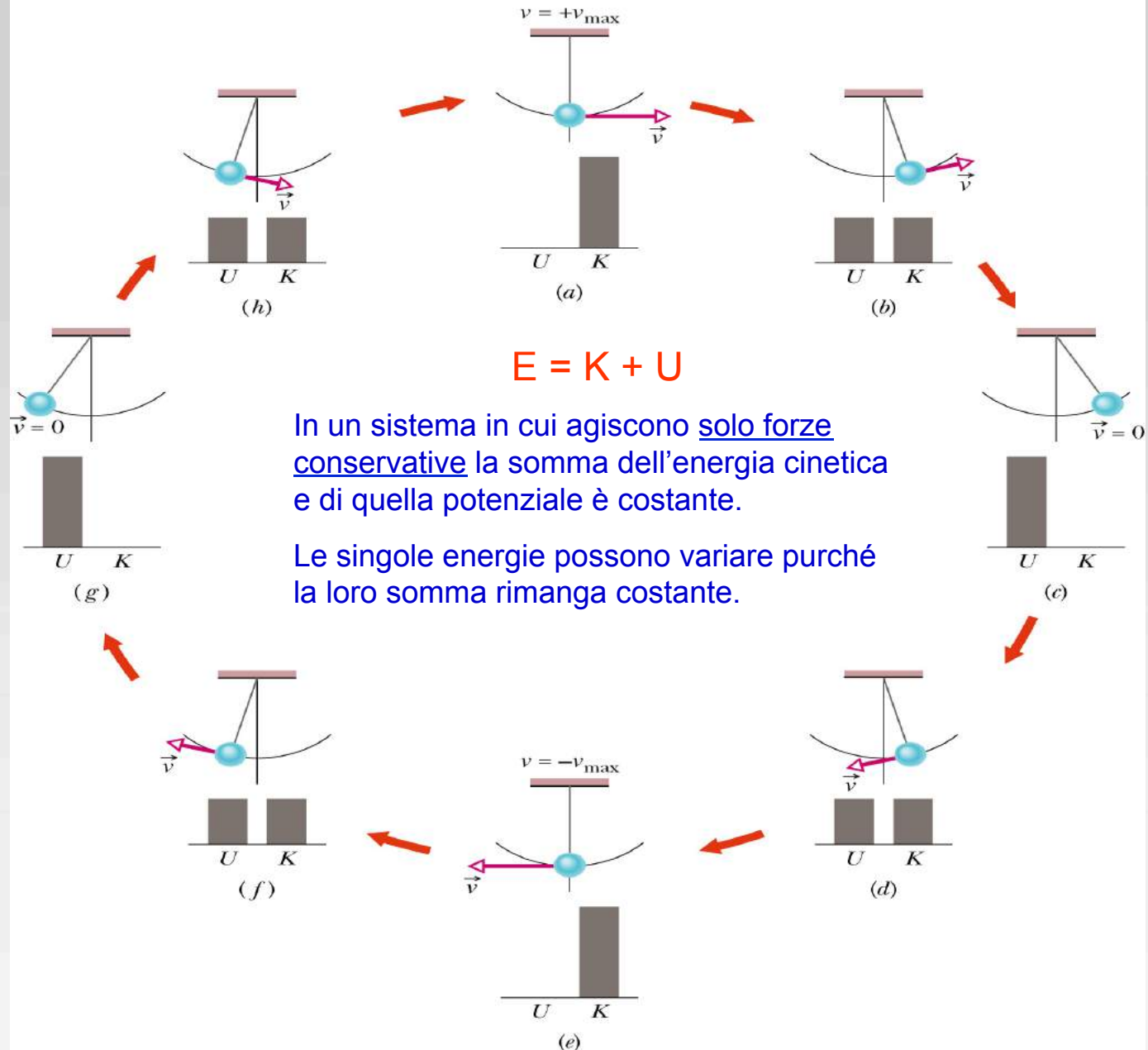


Applicazione:

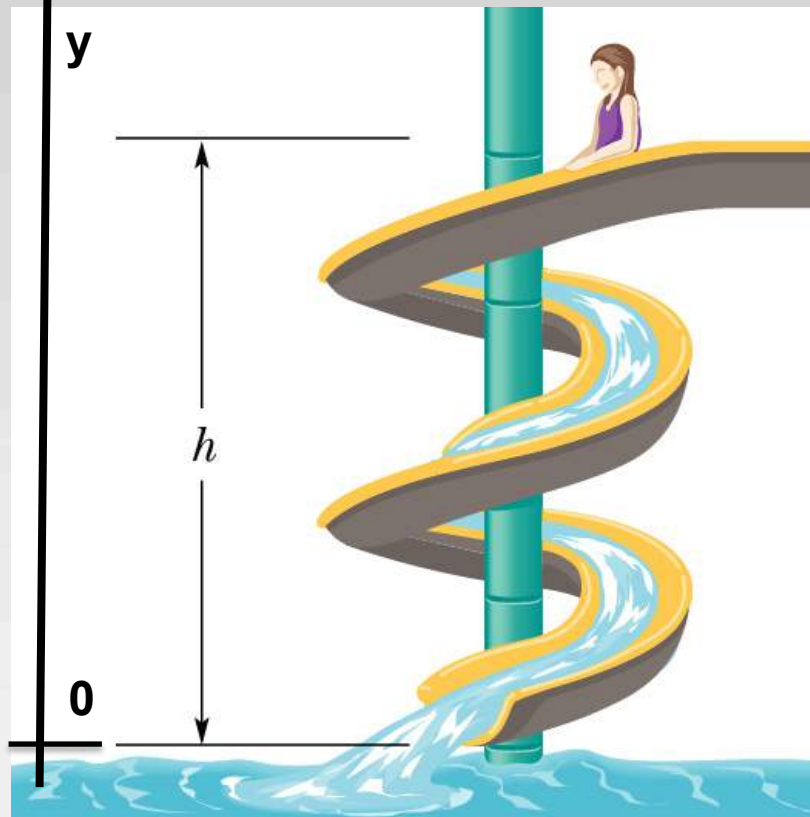
Quale è la funzione del contrappeso mostrato nel disegno?



Conservazione dell'energia meccanica



Applicazione del principio di conservazione



Se h è il dislivello tra inizio e fine dello scivolo, e il moto è senza attrito, quale sarà la velocità con cui la bambina arriva in piscina?

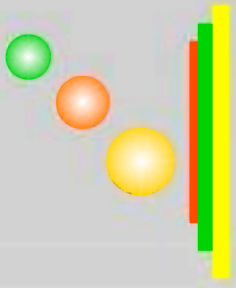
$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

↓
0

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2$$

↓
0

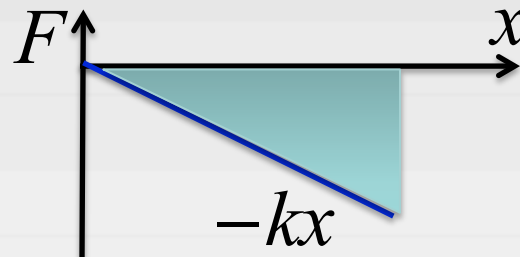
In assenza di attrito ci sono solo forze conservative e la velocità finale è la stessa che si avrebbe in caso di caduta verticale!



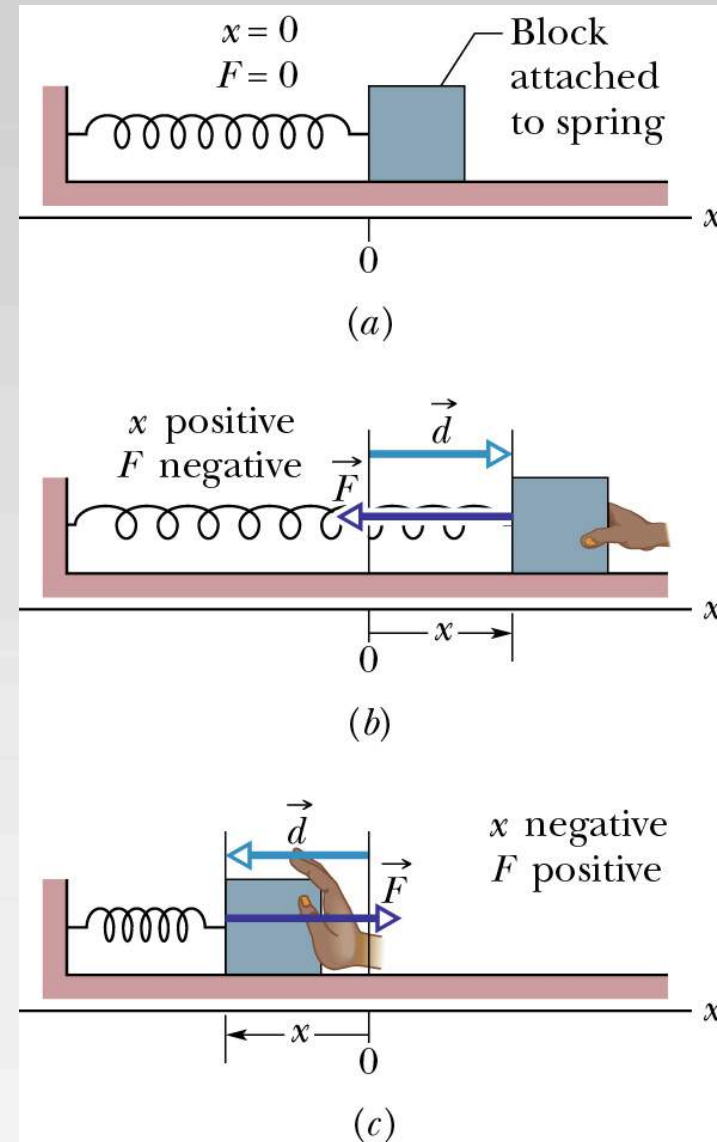
Lavoro della forza elastica

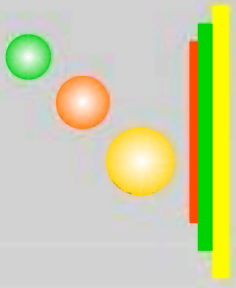
- La forza elastica è proporzionale allo spostamento rispetto la posizione di equilibrio.
- La forza tende a riportare la molla nella posizione di equilibrio.

$$\vec{F} = -k\vec{d} = -kx\hat{i}$$



$$L = -\frac{1}{2}kx^2$$





Energia potenziale elastica

La forza elastica è una forza conservativa

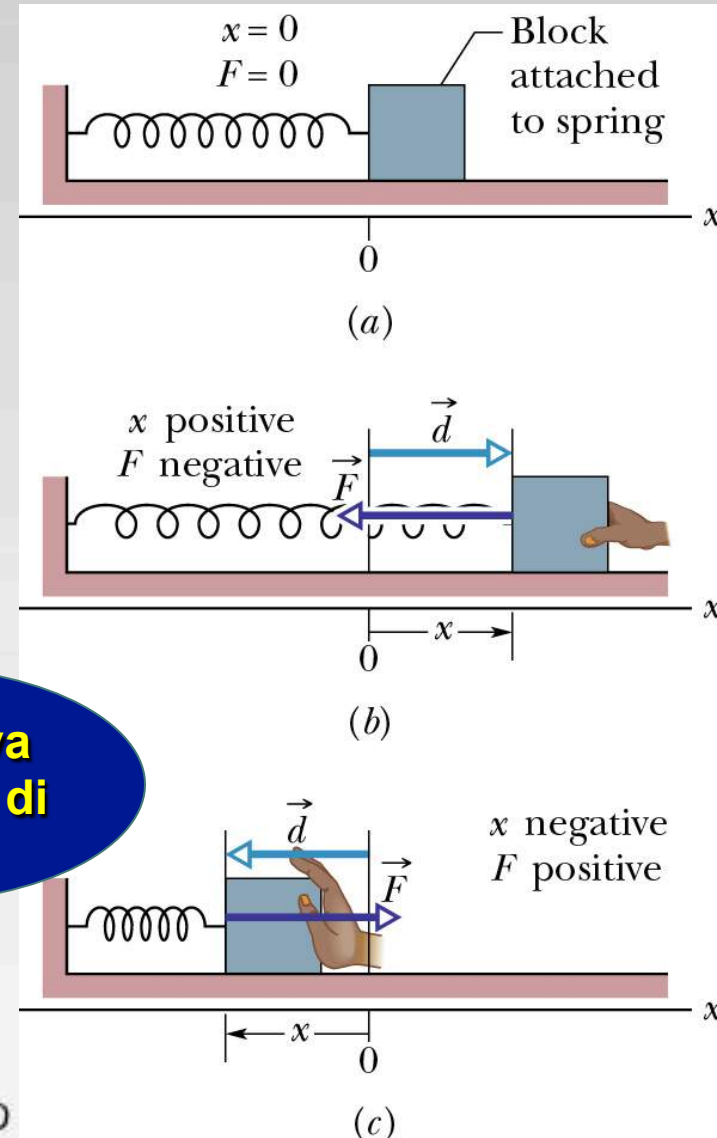


Energia potenziale elastica

$$U_{el} = \frac{1}{2} kx^2$$

si conserva
in assenza di
attrito

$$E_{\text{tot}} = K + U_{\text{gravitazionale}} + U_{\text{elastica}}$$





Ricapitolando....

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia cinetica

$$U_{grav} = mgh$$

Energia potenziale gravitazionale

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Energia potenziale elastica

$$E_{tot} = K + U_{gravitazionale} + U_{elastica}$$

Energia Totale



In assenza di forze di attrito l'energia totale si conserva durante il moto



Ancora sull'energia totale

$$E_{\text{tot}} = K + U_{\text{gravitazionale}} + U_{\text{elastica}}$$



in assenza di attrito

$$E_{\text{tot}}^{\text{iniziale}} = E_{\text{tot}}^{\text{finale}}$$

$$E_{\text{tot}} = \text{costante}$$



in presenza di attrito

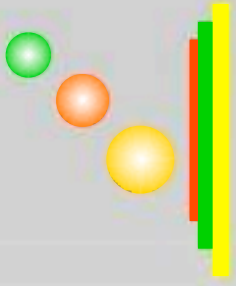
E_{tot} diminuisce

$$\Delta E_{\text{tot}} = E_{\text{tot}}^{\text{finale}} - E_{\text{tot}}^{\text{iniziale}} = L_{F_a}$$

$$L_{F_A} = \vec{F}_A \cdot \vec{d} = -F_A d$$

Lavoro della
forza di attrito

il lavoro della
forza di attrito è
sempre negativo



Potenza

La potenza misura la quantità di lavoro fatto nell'unità di tempo. Un motore più potente potrà quindi fare lo stesso lavoro di uno meno potente ma avrà bisogno di più tempo.

Potenza media

$$P = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

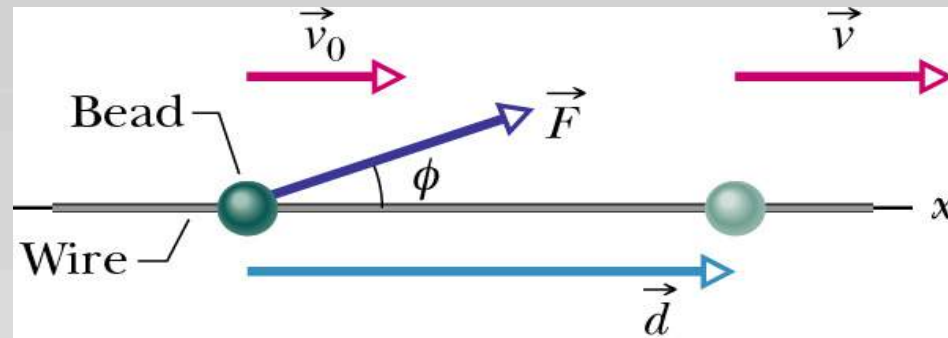
Potenza istantanea

$$P = \frac{dL}{dt}$$

1 Watt = 1 W = 1 J/s



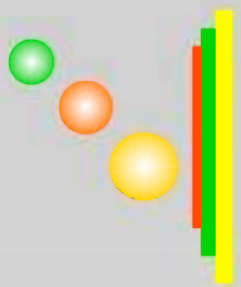
Potenza



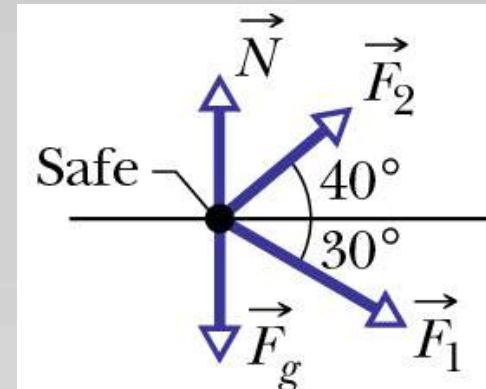
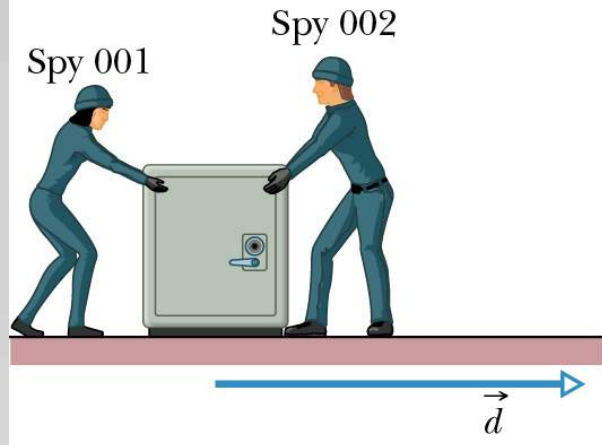
A partire dalla definizione precedente la potenza può essere scritta anche in un altro modo:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{F \cos \phi \, dx}{dt} = F \cos \phi \frac{dx}{dt} = Fv \cos \phi = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Dall'espressione precedente si vede come a parità di forza da erogare il motore più potente sarà in grado di imprimere velocità maggiori e, quindi, terminare il lavoro stabilito più velocemente.



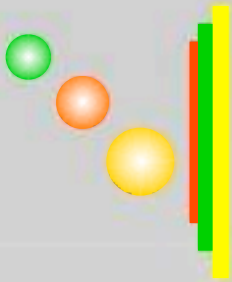
Esercizio



Le due persone in figura spingono la cassaforte di 200 kg, inizialmente ferma, con forze $F_1=12.0\text{N}$ e $F_2=10.0\text{N}$.

- 1) Quale è il lavoro se la spostano di $d=8.50\text{ m}$?
- 2) Quale è il lavoro svolto dalla forza peso?
- 3) Quale è il lavoro svolto dalla forza normale \mathbf{N} ?
- 4) Quale è la velocità finale della cassaforte?

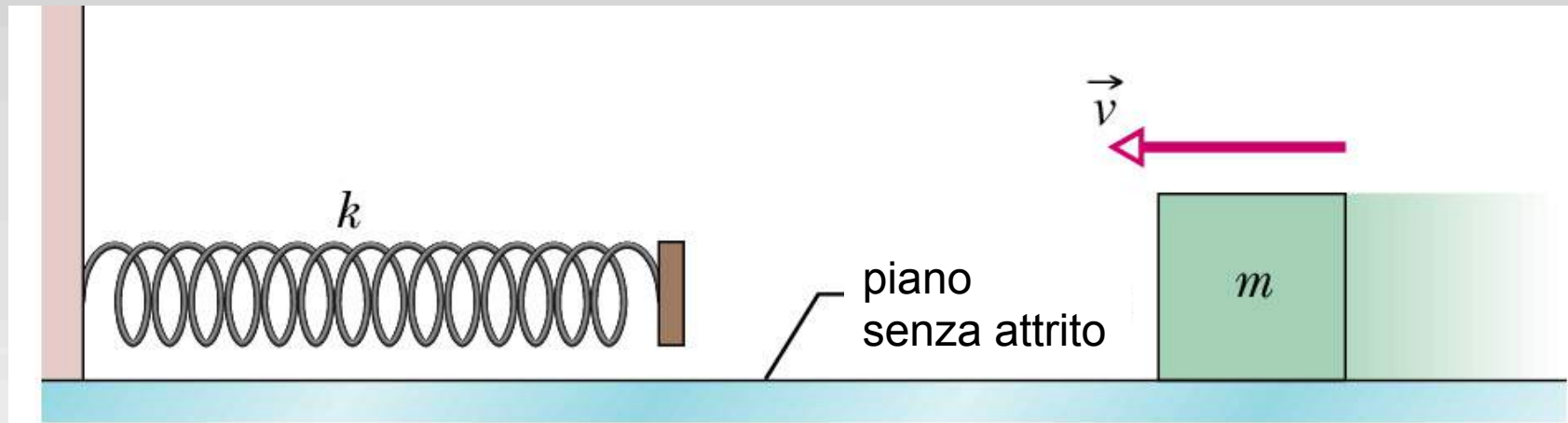
Usare la conservazione dell'energia (quando possibile) semplifica molto i calcoli rispetto alla seconda equazione di Newton!



Esercizio

La massa m del blocco è pari a 5.7 kg, la sua velocità v è pari a 1.2 m/s. Il blocco scivola senza attriti. La costante elastica della molla è pari a $k=1500$ N/m.

Di quanto viene compressa la molla prima che il blocco si arresti?



Esercizio

Un ascensore di massa $M=1000\text{kg}$ ha una portata massima di $m=800\text{ kg}$. Una forza di attrito F_A di 4000N si oppone al suo moto verso l'alto. Quale deve essere la minima potenza del motore elettrico per far salire l'ascensore ad una velocità costante pari a 3.00 m/s ?

