Prueba

Stefano Molina

Suponiendo el modelo de factores propuesto por Hedibert Freitas, se tiene que

$$\begin{array}{rcl} Y & = & F'f + \epsilon \qquad \epsilon \sim N_p(0, I_k) \\ f & \sim & N_k(0, \Sigma) \end{array}$$

Freitas propone para la distribución condicional posterior para f utilizar un modelo de regresión multivariado obteniendo

$$f_i \sim N_k((I_k + F'\Sigma F)^{-1} F'\Sigma Y_i, (I_k + F'\Sigma F)^{-1})$$

Para el modelo dinámico, se propuso condicionar cada f_i con respecto a f_{i-1}, centrándola en ésta última, por lo que el nuevo modelo se visualiza como

$$\begin{array}{rcl} Y_i & = & F'f_i + \epsilon \qquad \epsilon \sim N_p(0, \Sigma) \\ f_i & \sim & N_k(f_{i-1}, I_k) \end{array}$$

Una solución propuesta a éste problema es la de modificar las variables del nuevo modelo:

Para poder llevar a cabo una dinámica similar a la de Freitas, se empieza por centrar en cero la segunda distribución, esto es

$$f_i - f_{i-1} \sim N_k(0, I_k)$$

El siguiente paso consiste en adaptar la ecuación $Y_i = F'f_i + \epsilon$ a la condición anterior, por lo que se puede sumar un cero para obtener

$$\begin{array}{rcl} Y_i & = & F'f_i - F'f_{i-1} + F'f_{i-1} + \epsilon \\ & = & F'(f_i - f_{i-1}) + F'f_{i-1} + \epsilon \end{array}$$

Si se define la variable $Y_i^* = Y_i - F'f_{i-1}$ se obtiene

$$\begin{array}{rcl} Y_i^* & = & F'(f_i - f_{i-1}) + \epsilon \qquad \epsilon \sim N_p(0, \Sigma) \\ f_i - f_{i-1} & \sim & N_k(0, I_k) \end{array}$$

Con esta formulación se puede trabajar de manera similar a la propuesta por Freitas obteniendo la distribución condicional posterior como

$$
\begin{aligned}
f_i - f_{i-1} &\sim N_k((I_k + F'\Sigma F)^{-1} F\Sigma Y_i^*, (I_k F'\Sigma F)^{-1}) \\
&\sim N_k((I_k + F'\Sigma F)^{-1} F\Sigma (Y_i - F' f_{i-1}), (I_k F'\Sigma F)^{-1})
\end{aligned}
$$

Mientras que para f_i se obtiene

$$
f_i \sim N_k((I_k + F'\Sigma F)^{-1} F\Sigma (Y_i - F' f_{i-1}) + f_{i-1}, (I_k F'\Sigma F)^{-1})
$$

H. Freitas Lopes and Mike West, *Bayesian Model Assessment in Factor Analysis*, Statistica Sinica 14(2004), 41-67