

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

FOGLIO DI ESERCIZI 3- GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2024/25

Esercizio 3.1 (Esercizio 4.1). *Risolvere il seguente sistema non omogeneo:*

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 3.2 (Esercizio 4.2). *Risolvere il seguente sistema omogeneo:*

$$\begin{cases} x + 2y + w = 0 \\ 2x + 5y + 4z + 4w = 0 \\ 3x + 5y - 6z + 4w = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3.3 (Esercizio 4.3). *Si consideri il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} kx + ky + k^2z = 4 \\ x + y + kz = k \\ x + 2y + 3z = 2k \end{cases}$$

- a) *Si dica per quali valori del parametro reale k il sistema è compatibile.*
- b) *Esistono valori di k per i quali il sistema ha infinite soluzioni? In tali casi determinare le soluzioni.*

Esercizio 3.4 (Esercizio 4.4). *Risolvere il seguente sistema, al variare del parametro reale k :*

$$\begin{cases} x + 2w = 1 \\ x + y + 3z + 2w = 1 \\ 2x + y + (k + 2)z + 4w = 2 \\ x + y + 3z + (k^2 - k + 2)w = k \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.

Esercizio 3.5 (Esercizio 4.6). *Determinare per quali valori del parametro reale t il sistema $Ax = b$ è compatibile (cioè ammette soluzione). In tali casi determinare esplicitamente le soluzioni.*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2t + 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3.6 (Esercizio 4.7). *Si dica per quali valori di k il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ kx + y + z = 1 - k \\ y + (1 - k)z = 1 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

ammette un'unica soluzione. In tale caso trovare la soluzione.

Esercizio 3.7 (Esercizio 4.8). *Si consideri il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = k \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - kx_2 + kx_3 = k \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

- a) *Si dica per quali valori di k il sistema è compatibile e quando ha infinite soluzioni.*
- b) *Per i valori di k che rendono il sistema compatibile, trovare le sue soluzioni.*

Esercizio 3.8. Si consideri il sistema lineare $Ax = b$ con matrice dei coefficienti A e vettore dei termini noti b , dipendenti dal parametro reale k , così definiti:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & k+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ k \\ 1+2k \end{pmatrix}.$$

- a) Si trovino (se esistono) i valori di k per i quali il sistema $Ax = b$ ha soluzione unica.
- b) Per i valori trovati in a), si determinino le soluzioni del sistema.

Esercizio 3.9. Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + z = k \\ kx + y + 2z = 1 \\ x + ky + 3z = 1 \end{cases}$$

stabilire:

- a) per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ ammette soluzioni o non ammette soluzioni.
- b) qual è l'insieme delle soluzioni nei casi in cui le ammette.