

Informatik.Softwaresysteme
Ausarbeitung spezielle Algorithmen

Schulze Methode

Algorithmus zum finden eines Eindeutigen Siegers

Abgabetermin: Bocholt, den 30.10.2018

Student:

Steffen Holtkamp

Thebenkamp 18

46342 Velen

Matrikelnummer: 201620684



WESTFÄLISCHE HOCHSCHULE - BOCHOLT

Prof. Dr. Martin Guddat

Münsterstraße 265

46397 Bocholt

Dieses Werk einschließlich seiner Teile ist **urheberrechtlich geschützt**. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.



20	Inhaltsverzeichnis	
21	Abbildungsverzeichnis	III
22	Tabellenverzeichnis	IV
23	Listings	V
24	Abkürzungsverzeichnis	VI
25	1 Einleitung	1
26	1.1 Markus Schulze	1
27	1.2 Problemstellung	1
28	1.2.1 Monotonie Kriterium	1
29	1.2.2 Condorcet Kriterium	2
30	1.2.3 Lösbarkeits Kriterium	2
31	1.2.4 Pareto Kriterium	2
32	1.2.5 LIIA	2
33	1.2.6 Smith	2
34	1.2.7 Prudence	2
35	1.2.8 MinMax Set	3
36	1.2.9 Schwartz	3
37	1.2.10 Participation	3
38	1.2.11 Reversal Symmetry	3
39	2 Definition	3
40	2.1 Voraussetzungen	3
41	2.2 Begriffsdefinition und Erläuterungen	4
42	2.2.1 Verbindung	4
43	2.2.2 Weg	4
44	2.2.3 Relation	4
45	2.2.4 Die Menge N	5
46	2.2.5 D^Z	5
47	2.2.6 P_D	5
48	2.3 Theoretische Grundlagen	5
49	3 Beispiel 1	6
50	3.1 Ausgangssituation	6
51	3.2 Lösungsschritte	7
52	3.3 Ergebnis	10
53	4 Beispiel 2	11
54	4.1 Ausgangssituation	11



Inhaltsverzeichnis

55	4.2	Lösungsschritte	11
56	4.3	Ergebnis	13
57	5	Implementierung	13
58	6	Alternative Algorithmen	13
59	6.1	Bisherige Lösungsansätze	13
60	7	Bewertung der Methode	13
61	8	Bewertung Algorithmus	13
62	9	Alternative Algorithmen	13
63	9.1	Bisherige Lösungsansätze	13
64	10	Fazit	14
65	10.1	Abgrenzung zu anderen Algorithmen	14
66	10.2	Einsatz	14
67	10.3	Zukunft	14
68		Literaturverzeichnis	15
69	A	Anhang	i
70	A.1	Erster Anhang	i

**Abbildungsverzeichnis**

71			
72	1	Graph über die Menge N (Beispiel 1)	8
73	2	Graph über die Menge N (Beispiel 2)	12

**74 Tabellenverzeichnis**

75	1	Die Menge N (Beispiel 1)	8
76	2	Die Menge P (Beispiel 1)	10
77	3	Die Menge N (Beispiel 2)	12
78	4	Die Menge P (Beispiel 2)	12



Listings



80 **Abkürzungsverzeichnis**

81



1 Einleitung

1.1 Markus Schulze

Die Schulze Methode wurde nach seinem Erfinder Markus Schulze benannt und wird in Fachkreisen auch als „Schwartz Sequential dropping“ oder auch „path winner“ Methode bezeichnet.

Die Schulze Methode ist ein verfahren, um aus einer Liste von Kandidaten einen eindeutigen Sieger zu ermitteln.

Er hat diese Methode zuerst 1997 erstmal in einer offenen Mail zur Diskussion gestellt und veröffentlichte immer wieder aktualisierte Versionen seiner Theorie. In dieser Ausarbeitung bezieht sich der Autor dabei auf seine aktualisierte Ausarbeitung aus dem Jahr 2017. [SCHULZE \[2017, vgl.\]](#).

1.2 Problemstellung

Das Problem einen eindeutigen Sieger zu finden, das mit der vorgestellten Theorie gelöst werden soll, fällt in das Gebiet der Sozialwahltheorie. Dieses interdisziplinäre Forschungsgebiet beschäftigt sich mit der Untersuchung von Gruppenentscheidungen. In dieser Forschung werden individuelle Präferenzen und Entscheidungen der teilnehmenden Personen aggregiert, um daraus eine „gerechte“ kollektive Entscheidung abzuleiten. Damit man eine „gerechte“ Methode finden kann, beschäftigen sich viele Teilbereiche der Forschung, wie z.B. die Mathematik, Volkswirtschaft, Psychologie, Philosophie, Politikwissenschaft und Rechtswissenschaft mit diesem Thema und stellen dabei verschiedenste Ansätze und Vorgehensweisen vor. Alle beteiligten Forschungsgebiete stellen dabei Definitionen auf, was eine „gerechte“ Methode erfüllen muss. [\[SCHEUBREIN, 2013, vgl.\]](#)

Daher haben sich über die Jahre Qualitätskriterien entwickelt, an denen man Messen kann, ob eine Methode im Sinne der Sozialwahltheorie „gerechte“ ist.

Im Folgenden werden einige Kriterien definiert, die in der Sozialwahltheorie von Bedeutung sind. In Abschnitt XX werden diese Kriterien erneut untersucht und festgestellt in wie weit die Schulze Methode gerecht ist. Viele dieser Kriterien gelten für Methoden, die einen Sieger oder mehrere Sieger ermitteln. Da die Schulze Methode, eine Methode ist, um einen Sieger zu ermitteln, werden die Definitionen auf diese Eigenschaft eingegrenzt.

1.2.1 Monotonie Kriterium

Der Gewinner einer Wahl kann nicht durch ein besseres Ranking verlieren und ein Verlierer durch ein schlechteres gewinnen. [WOODALL \[1996\]](#)



111 1.2.2 Condorcet Kriterium

112 Nach der Wahl wird ein zweikampf zweier Kandidaten Simuliert und dabei untersucht, wie oft der Kan-
113 didat A dem Kandidat B vorgezogen wurde. Condorcet-Sieger ist der Kandidat der alle anderen Kan-
114 didaten Schlägt. Einen solchen Sieger muss es nicht geben. Ein Wahlverfahren erfüllt das Condorcet-
115 Kriterium, wenn der gewählte Sieger auch der Condorcet-Sieger ist, sofern es einen Condorcet-Sieger
116 gibt. [JOHNSON \[2005\]](#)

117 1.2.3 Lösbarkeits Kriterium

118 Eine Wahlmethode erfüllt dieses Kriterium, wenn es einen Eindeutigen Sieger gibt, hierbei gibt es zwei
119 Ansätze dies zu prüfen [SCHULZE \[2017\]](#)

- 120 1. Wenn die Menge der Stimmen Richtung unendlich tendiert, geht der die Wahrscheinlichkeit
121 keinen eindeutigen Sieger zu haben gegen Null
- 122 2. Wenn es mehr als einen Sieger gibt, reicht einen einzelnen Stimme, um einen eindeutigen Sieger
123 zu erhalten.

124 1.2.4 Pareto Kriterium

125 Dieses Kriterium gibt an, dass

- 126 1. wenn jeder Wähler Alternative A, Alternative B vorzieht, muss Alternative A immer Alternative
127 B bevorzugt werden
- 128 2. wenn kein Wähler Alternative A, Alternative B vorzieht, muss Alternative A nicht besser sein
129 als B. [SCHULZE \[2017\]](#)

130 1.2.5 LIIA

131 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.

132 1.2.6 Smith

133 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.

134 1.2.7 Prudence

135 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.



136 1.2.8 MinMax Set

137 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.

138 1.2.9 Schwartz

139 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.

140 1.2.10 Participation

141 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.

142 1.2.11 Reversal Symmetry

143 Welche Anforderungen werden an einen solchen Algorithmus gestellt.v

144 2 Definition

145 2.1 Voraussetzungen

146 Es gibt einige Voraussetzungen, die eine Wahl erfüllen muss, damit man die Schulze Methode auf diese
147 Wahl anwenden kann.

148 1. Es muss mindestens zwei Kandidaten geben, die sich zu Wahl stellen, da sonst keine Rangfolge
149 erstellt werden kann. Bei zwei Kandidaten ist die Lösung jedoch trivial, da dort der Gewinner
150 der Kandidat ist, der am häufigsten, von den Wählern dem Gegner vorgezogen wurde.

151 Mathematische Definition: Sei A eine endliche nicht leere Menge an Kandidaten. Wobei die
152 Anzahl der Kandidaten C ist und gilt:

$$C \in \mathbb{N} \text{ und } 1 < C < \infty$$

153 2. Jeder Wähler ordnet die Kandidaten eine Zahl zu und aus dieser Zahl wird eine Rangfolge
154 erstellt. Je kleiner die Zahl ist desto höher ist die Platzierung. Hierbei ist die Größe der Zahl
155 oder der Abstand uninteressant, da nur die Rangfolge betrachtet wird.

156 Des weiteren gilt:

157 2.1. Es können mehrere Kandidaten den gleichen Rang haben, dass bedeutet, dass kein Kandidat
158 dem anderen Kandidaten auf der selben Platzierung vorgezogen wird.



2 Definition

2.2. Wenn ein Wähler keine Bewertung für einen Kandidaten abgibt, werden alle Kandidaten, die eine Bewertung haben, diesem Kandidaten vorgezogen. Werden mehrere Kandidaten nicht bewertet, werden sie wie im vorherigen Punkt bewertet.

2.2 Begriffsdefinition und Erläuterungen

Bevor die Theoretische Definition aufgestellt werden kann müssen einige Begriffe, Formeln und Notationen besprochen werden, um die Definition einfacher zu verstehen.

2.2.1 Verbindung

Eine Verbindung in diesem Kontext bedeutet, dass zwei Kandidaten gegeneinander antreten und diese Duell ist eine Verbindung mit folgender Notation

$$(N[a, b], N[b, a])$$

Beispiel: Kandidat a wird von fünf Wählern dem Kandidaten b bevorzugt, und Kandidat b wird von zwei Wählern Kandidat a vorgezogen, würde wie folgt Notiert werden.

$$(5, 2)$$

2.2.2 Weg

Ein Weg beschreibt Verbindungen zweier Kandidaten. Diese Kandidaten können direkt Verbunden werden oder auch über andere Kandidaten laufen. Dies wird wie folgt notiert.

$$c(1), \dots, c(2)$$

Beispiel: Kandidat a schlägt Kandidat b und Kandidat b schlägt Kandidat c, dann schlägt Kandidat a auch Kandidat c, da Kandidat a, Kandidat b schlagen kann.

2.2.3 Relation

„Seien A und B Mengen. Eine Teilmenge R enthalten in $A \times B$ heißt (zweistellige) Relation zwischen A und B . Gilt $A = B$, so heißt R Relation auf A .“ [PROF. DR. HANS WERNER LANG, 2018]

178 **2.2.4 Die Menge N**

179 Die Menge N kann man sich als Tabelle Vorstellen in der die Ergebnisse der Duelle der Kandidaten
 180 enthalten sind. Ein Beispiel hierfür findet man im Beispiel 1. Hier Verweis einfügen.

181 **2.2.5 Dz**

182 Der Wert Dz eines Weges ist der Wert, der die schwächste Verbindung repräsentiert.

183 **2.2.6 P_D**

184 Diese Menge enthält die stärksten Wege zwischen den Kandidaten. Sprich die Wege, in denen die
 185 schwächste Verbindung des Weges, stärker ist als alle anderen schwächsten Verbindungen von Wegen
 186 die vom gleichen Kandidaten ausgehen und zum gleichen Kandidaten führen.

187 **Beispiel:** $P_D[a, b]$ enthält den stärksten Weg zwischen Kandidat a und Kandidat B

188 **2.3 Theoretische Grundlagen**

189 Die grundsätzliche Idee der Schulze Methode ist es, dass Condorectes Verfahren, also ein Duell von
 190 Kandidat A gegen Kandidat B, einzusetzen. Hierbei wird das Verfahren jedoch erweitert, indem die
 191 Werte für die Duelle erst mit der Schulze Methode ermittelt werden.

192 In diesem Abschnitt werden die Theoretischen Grundlagen erläutert und in den Abschnitten 3 und ??
 193 ein Beispielen erläutert.

194 (2.3.1) Ein Weg von Kandidat $x \in A$ zu Kandidat $y \in A$ ist eine folgen von Kandidaten $c(1), \dots, c(n) \in$
 195 A mit den folgenden Eigenschaften:

196 1. $x \equiv c(1)$

197 2. $y \equiv c(n)$

198 3. $2 \leq n \leq \infty$

199 4. For all $i = 1, \dots, (n - 1) : c(i) \not\equiv c(i + 1)$

200 (2.3.2) Die Stärke eines Weges $c(1), \dots, c(n)$ ist $\min_D \{(N[c(i), c(i+1)], N[c(i+1), c(i)]) | i = 1, \dots, n-1\}$.

201 In anderen Worten: Die Stärke eines Weges ist die Stärke der schwächsten Verbindung.



3 Beispiel 1

(2.3.3) Wenn ein Weg $c(1), \dots, c(n)$ die Stärke $z \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ hat, dann ist die kritische Verbindung dieses Weges, die Verbindung von $(N[c(i), c(i+1)], N[c(i+1), c(i)]) \approx_D z$.

$$P_D[a, b] := \max_D \{ \min_D \{ (N[c(i), c(i+1)], N[c(i+1), c(i)]) \mid i = 1, \dots, n-1 \} \mid c(1), \dots, c(n) \text{ ein Weg von Kandidat } a \text{ zu Kandidat } b \}$$

In andere Worten: $P_D[a, b] \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ ist die Stärke des stärksten Weges von Kandidat $a \in A$ zu Kandidat $b \in A$.

(2.3.4) Die zweistellige Relation \mathcal{O} auf A ist wie folgt definiert:

$$ab \in \mathcal{O} :\Leftrightarrow P_D[a, b] >_D P_D[b, a]$$

(2.3.5) Daraus folgt, dass die Menge der Sieger sich wie folgt ergibt:

$$\mathcal{S} := \{a \in A \mid \forall b \in A \{a\} : ba \notin \mathcal{O}\}$$

3 Beispiel 1

3.1 Ausgangssituation

Im ersten Beispiel wird zuerst eine Wahl untersucht, in der jeder Teilnehmer alle Kandidaten bewertet hat und damit eine eindeutige Reihenfolge der Kandidaten generiert werden kann. Kein Kandidat wurde gleich behandelt oder nicht bewertet.

Daher ergibt sich Folgende Ausgangssituation: Ein Kurs von 28 Studierenden wählt einen Kurssprecher. Zur Wahl stellt sich Anton (Kandidat A), Berta (Kandidatin B), Conny (Kandidatin C) und Dennis (Kandidat D).

Jeder der 28 Studierenden muss die Kandidaten nach Erst-, Zweit-, Dritt- und Viertwunsch ordnen. Nach der Auszählung hat sich Folgende Situation eingespielt.

6 mal $a \succ_v b \succ_v d \succ_v c$

4 mal $c \succ_v a \succ_v b \succ_v d$

10 mal $b \succ_v d \succ_v a \succ_v c$

3 mal $b \succ_v a \succ_v d \succ_v c$

5 mal $d \succ_v c \succ_v b \succ_v a$



3 Beispiel 1

223 Dies bedeutet Beispielhaft für die erste Zeile, dass sechs mal Wahlzettel abgegeben wurden die Anton
 224 als Erstwunsch, Berta als Zweitwunsch, Dennis als Drittwunsch und Conny als Viertwunsch angegeben
 225 haben.

226 Dieses Ergebnis der Wahl wird nun in die Schulze Methode überführt und bewertet.

227 3.2 Lösungsschritte

228 Um mit die Schulze Methode anzuwenden, müssen wir zuerst die Menge N bestimmen. Diese Menge
 229 erhält man, Indem man Jeden Kandidaten gegen jeden Kandidaten antreten lässt.

230 Zuerst muss man alle möglichen Duelle aufstellen und untersuchen, welcher Kandidat wie viele Stim-
 231 men erhält.

232 Exemplarisch wird das Duell a gegen b durchgeführt und die Kandidaten c und d ignoriert. Es können
 233 diese Kandidaten im Duell ignoriert werden, da es irrelevant ist, wo das Duell stattfindet, ob die beiden
 234 Kandidaten Dritt- und Viertwunsch sind oder ein Kandidat Erstwunsch und der andere Zweitwunsch
 235 ist. Diese Betrachtung wird in das Verfahren mit aufgenommen, indem alle Kandidaten gegeneinander
 236 antreten.

237 **6 mal** $a \succ_v b$

238 **4 mal** $a \succ_v b$

239 **10 mal** $b \succ_v a$

240 **3 mal** $b \succ_v a$

241 **5 mal** $b \succ_v a$

242 Wird nun dieses Duell betrachte, erhalten Kandidat a 10 Stimmen und Kandidat b 18 Stimmen und
 243 Kandidat b gewinnt damit.

244 Wenn man dies für alle Duelle macht erhält man diese Auflistung.

245 a **vs.** b 10 Stimmen gegen 18 Stimmen, b gewinnt

246 a **vs.** c 19 Stimmen gegen 9 Stimmen, a gewinnt

247 a **vs.** d 13 Stimmen gegen 15 Stimmen, d gewinnt

248 b **vs.** c 19 Stimmen gegen 9 Stimmen, b gewinnt

249 b **vs.** d 23 Stimmen gegen 5 Stimmen, b gewinnt

250 c **vs.** d 4 Stimmen gegen 24 Stimmen, d gewinnt

251 Mit diesen Werten kann man nun die Menge N , wie in Tabelle 1 zu sehen, aufstellen.

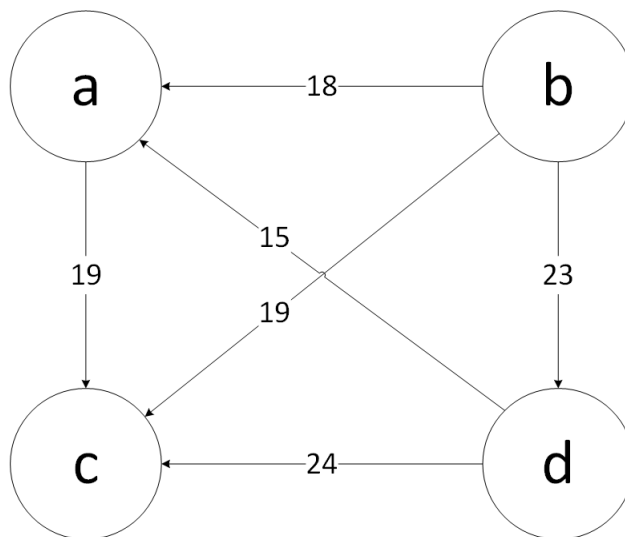
3 Beispiel 1

	$N[*,a]$	$N[*,b]$	$N[*,c]$	$N[*,d]$
$N[a, *]$	—	10	19	13
$N[b, *]$	18	—	19	23
$N[c, *]$	9	9	—	4
$N[d, *]$	15	5	24	—

Tabelle 1: Die Menge N (Beispiel 1)

252 Im nächsten Schritt müssen die Wege zwischen den Kandidaten gesucht werden, wie es in der Definition
 253 2.3 beschreiben wird. Zyklische Verbindungen sind nicht erlaubt.

254 In Abbildung 1 ist die Menge N als gerichteter Graph aufgezeichnet.

Abbildung 1: Graph über die Menge N (Beispiel 1)

255 In den Graph wurden gerichtete Kanten vom Sieger in die Richtung des Verlierers gezogen und das
 256 Kantengewicht des Siegers der Duelle aufgetragen. Nun muss 2.3 (2.3.2) und 2.3 (2.3.3) angewendet
 257 werden, um die Menge P zu bilden, die die Stärksten Wege beinhaltet.

258 Dazu werden nun alle Wege zwischen den Kandidaten gebildet und der stärkste Weg, das ist jener,
 259 bei dem die schwächste Verbindung am größten ist, ausgewählt für die Menge P .

260 $a \rightarrow b$: Es gibt keinen Weg, der von a nach b führt.

261 $b \rightarrow a$: Es gibt zwei Wege die von b nach a führen.

262 **Weg 1:** $b, 23, d, 15, a$, der die Stärke $\min_D\{23, 15\} \approx_D 15$ hat.

263 **Weg 2:** $b, 18, a$, der die Stärke 18 hat.

264 Damit ergibt sich die Stärke des stärksten Weges mit Hilfe von $\max_D\{15, 18\} \approx_D 18$



3 Beispiel 1

265 $a \rightarrow c$ Es gibt einen Weg, der von a nach c führt.

266 **Weg 1:** $a, 19, c$, der die Stärke 19 hat.

267 Damit ist die Stärke des stärksten Weges auch 19.

268 $c \rightarrow a$ Es gibt keinen Weg, der von c nach a führt.

269 $a \rightarrow d$ Es gibt keinen Weg, der von a nach d führt.

270 $d \rightarrow a$ Es gibt einen Weg, der von d nach a führt.

271 **Weg 1:** $d, 15, a$, der die Stärke 15 hat.

272 Damit ist die Stärke des stärksten Weges auch 15.

273 $b \rightarrow c$: Es gibt drei Wege die von b nach c führen.

274 **Weg 1:** $b, 18, a, 19, c$, der die Stärke $\min_D\{18, 19\} \approx_D 18$ hat.

275 **Weg 2:** $b, 19, c$, der die Stärke 19 hat.

276 **Weg 3:** $b, 23, d, 24, c$, der die Stärke $\min_D\{23, 24\} \approx_D 23$ hat.

277 Damit ergibt sich die Stärke des stärksten Weges mit Hilfe von $\max_D\{18, 19, 23\} \approx_D 23$

278 $c \rightarrow b$ Es gibt keinen Weg, der von c nach b führt.

279 $b \rightarrow d$ Es gibt einen Weg, der von b nach d führt.

280 **Weg 1:** $b, 23, d$, der die Stärke 23 hat.

281 Damit ist die Stärke des stärksten Weges auch 23.

282 $d \rightarrow b$ Es gibt keinen Weg, der von d nach b führt.

283 $c \rightarrow d$ Es gibt keinen Weg, der von c nach d führt.

284 $d \rightarrow c$ Es gibt einen Weg, der von d nach c führt.

285 **Weg 1:** $d, 24, c$, der die Stärke 24 hat.

286 Damit ist die Stärke des stärksten Weges auch 24.

287 So wurden alle Wege bestimmt und die kritischen Verbindungen gefunden, sodass sich in Tabelle 2
288 die Menge P bildet.

	$P[*,a]$	$P[*,b]$	$P[*,c]$	$P[*,d]$
$P[a, *]$	—	—	19	—
$P[b, *]$	18	—	23	23
$P[c, *]$	—	—	—	—
$P[d, *]$	15	—	24	—

Tabelle 2: Die Menge P (Beispiel 1)

289 Nun lässt lässt man wieder die Kandidaten gegeneinander antreten dieses mal über die Menge P .
 290 Wenn es keinen Weg zwischen den Kandidaten gibt, also in der Tabelle ein '—' steht, so wird diese
 291 Verbindung als die Stärke 0 betrachtet.

292 Dieses Ergebnis wird in der Relation \mathcal{O} , wie in der Definition (2.3.4) 2.3 beschreiben.

293 a gewinnt gegen b : nein, daher kein Teil von \mathcal{O}

294 a gewinnt gegen c : ja, daher Teil von \mathcal{O}

295 a gewinnt gegen d : nein, daher kein Teil von \mathcal{O}

296 b gewinnt gegen a : ja, daher Teil von \mathcal{O}

297 b gewinnt gegen c : ja, daher Teil von \mathcal{O}

298 b gewinnt gegen d : ja, daher Teil von \mathcal{O}

299 c gewinnt gegen a : nein, daher nicht Teil von \mathcal{O}

300 c gewinnt gegen b : nein, daher nicht Teil von \mathcal{O}

301 c gewinnt gegen d : nein, daher nicht Teil von \mathcal{O}

302 d gewinnt gegen a : ja, daher Teil von \mathcal{O}

303 d gewinnt gegen b : nein, daher nicht Teil von \mathcal{O}

304 d gewinnt gegen c : ja, daher Teil von \mathcal{O}

305 Daher ergibt sich $\mathcal{O} = \{ac, ba, bc, bd, da, dc\}$

306 3.3 Ergebnis

307 Um den Sieger aus der Relation \mathcal{O} zu finden muss wie in der Definition (2.3.5) 2.3 sichergestellt werden,
 308 das ein Sieger nie durch einen anderen Gegner geschlagen wird.

309 Um das zu prüfen, wird die Relation \mathcal{O} durchgegangen und geprüft, ob es einen Kandidaten gibt, der
 310 immer nur auf der linken Seite eine Tupel z.B: "bd" steht und damit immer der Gewinner ist und nie
 311 geschlagen wurde, dann würde er auf der rechten Seite des Tupels stehen.

312 Für dieses Beispiel ergibt sich, das es nur einen Sieger in der Menge $\mathcal{S} = \{d\}$ gibt, den Kandidaten b.
 313 Damit haben wir nach der Schulze Methode festgestellt, dass Kandidatin Berta die Wahl gewonnen
 314 hat.



4 Beispiel 2

Zu Beginn des Beispiels konnte man sehen, dass Kandidatin Berta beim Duell mit den anderen Kandidaten gegen alle anderen Kandidaten gewonnen hat. Und die Frage stellen, wieso nicht an dieser Stelle schon die Siegerin festgelegt wurde? In dem Fall hat dieses Beispiel gezeigt, dass die Schulze Methode das Condorcet Kriterium 1.2.2 erfüllt, das besagt, dass ein Kandidat, der gegen alle Gegner gewonnen hat auch der Sieger der Schulze Methode sein muss. Das Beispiel 2 4 zeigt, dass auch wenn kein Condorcet-Sieger existiert, ein Sieger mit der Schulze Methode ermittelt werden kann.

4 Beispiel 2

4.1 Ausgangssituation

Als Ausgangsmethode kann, wie in Beispiel 1 3.1, wieder eine Wahl eines Kurssprechers angenommen werden.

In dieser Wahl haben 21 Personen die Kandidaten a bis d in eine Reihenfolge sortiert.

8 mal $a \succ_v c \succ_v d \succ_v b$

2 mal $b \succ_v a \succ_v d \succ_v c$

4 mal $c \succ_v d \succ_v b \succ_v a$

4 mal $d \succ_v b \succ_v a \succ_v c$

3 mal $d \succ_v c \succ_v b \succ_v a$

4.2 Lösungsschritte

Zuerst werden die Kandidaten wieder gegeneinander aufgestellt.

a **vs.** b 8 Stimmen gegen 13 Stimmen, b gewinnt

a **vs.** c 14 Stimmen gegen 7 Stimmen, a gewinnt

a **vs.** d 10 Stimmen gegen 11 Stimmen, d gewinnt

b **vs.** c 6 Stimmen gegen 15 Stimmen, c gewinnt

b **vs.** d 2 Stimmen gegen 19 Stimmen, d gewinnt

c **vs.** d 12 Stimmen gegen 9 Stimmen, c gewinnt

4 Beispiel 2

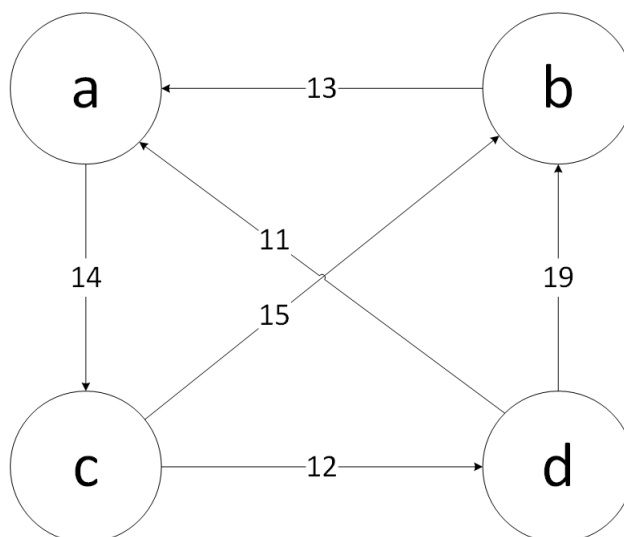
339 In diesem Fall sieht man, dass es keinen Condorcet-Sieger gibt, also keiner es geschafft hat alle Gegner
 340 im Zweikampf zu überholen, diese Situation ist das sogenannte Condorcet-Paradoxon. [RER. POL.
 341 ENRICO SCHÖBEL, 2018]

342 Die Schulze Methode kann diese Problem jedoch lösen indem, wie in Tabelle ?? dargestellt, die Menge
 343 N gebildet wird.

	$N[*,a]$	$N[*,b]$	$N[*,c]$	$N[*,d]$
$N[a, *]$	—	8	14	10
$N[b, *]$	13	—	6	2
$N[c, *]$	7	15	—	12
$N[d, *]$	11	19	9	—

Tabelle 3: Die Menge N (Beispiel 2)

344 Aus der Menge N wird der Graph 2 erstellt.

Abbildung 2: Graph über die Menge N (Beispiel 2)

345 Nun werden wieder die stärksten Pfade gesucht und in die Menge P eingefügt, die in Tabelle 4 zu
 346 sehen ist.

	$P[*,a]$	$P[*,b]$	$P[*,c]$	$P[*,d]$
$PN[a, *]$	—	14	14	12
$PN[b, *]$	13	—	13	12
$P[c, *]$	13	15	—	12
$P[d, *]$	13	19	13	—

Tabelle 4: Die Menge P (Beispiel 2)



347 Anschließend wird mit den Werten der Menge P die neu Zweikampfsituation erstellt und man erhält
348 die Relation $\mathcal{O} = \{ab, ac, cb, da, db, dc\}$

349 4.3 Ergebnis

350 Analog zu Beispiel 1 (Abschnitt 3) wird die Relation \mathcal{O} untersucht um die Menge der Sieger zu finden.
351 In diesem Fall ist $\mathcal{S} = \{d\}$ und der Sieger ist Kandidat d. Hier sieht man, dass die Schulze Methode
352 Probleme anderer Wahlverfahren lösen kann.

353 Eine Ausführliche Besprechung wie in Beispiel 1 kann in der original Ausarbeitung von Martin Schulze
354 nachgelesen werden. [SCHULZE, 2017]

355 5 Implementierung

356 Wie implementieren wir es. Code Beispiele etc.

357 6 Alternative Algorithmen

358 6.1 Bisherige Lösungsansätze

359 Wie wurde dieses Problem bisher gelöst? Was ist an der Lösung schlecht und soll verbessert werden.

360 7 Bewertung der Methode

361 Bewertung auf Basis der sozialen Fragen, Anforderungen an Wahlalgorithmen.

362 8 Bewertung Algorithmus

363 Wie lange braucht der Algorithmus? Welche Laufzeitkomplexität? Fehler? Ergebnisse aus Implemen-
364 tierung

365 9 Alternative Algorithmen

366 9.1 Bisherige Lösungsansätze

367 Wie wurde dieses Problem bisher gelöst? Was ist an der Lösung schlecht und soll verbessert werden.



368 **10 Fazit**

369 **10.1 Abgrenzung zu anderen Algorithmen**

370 Was macht dieser Algorithmus besser als der andere. Welche Anforderungen erfüllt er mehr?

371 **10.2 Einsatz**

372 Wo wird dieser Algorithmus eingesetzt. Wie können wir ihn nutzen? Einschätzung des Algorithmus.

373 **10.3 Zukunft**

374 Wie wird die Zukunft aussehen? Wer plant diesen Algorithmus einzusetzen?



Literaturverzeichnis

- [rer. pol. Enrico Schöbel 2018] ENRICO SCHÖBEL, Dr. rer. p.: *Condorcet-Paradoxon*. <https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/condorcet-paradoxon-29229/version-252842>.
Version: Februar 2018
- [Johnson 2005] JOHNSON, Paul e.: *Voting Systems*. http://pj.freefaculty.org/Ukraine/PJ3_VotingSystemsEssay.pdf. Version: Mai 2005
- [Prof. Dr. Hans Werner Lang 2018] PROF. DR. HANS WERNER LANG, Hochschule F.: *Mathematische Grundlagen Menge, Relation, Abbildung*. <http://www.iti.fh-flensburg.de/lang/algorithmen/grundlagen/menge.htm>. Version: Juni 2018
- [Scheubrein 2013] SCHEUBREIN, R.: *Computerunterstützte Gruppenentscheidungen*. Deutscher Universitätsverlag, 2013 (Informationsmanagement und Computer Aided Team). <https://books.google.de/books?id=hrAdBgAAQBAJ>. – ISBN 9783663083191
- [Schulze 2017] SCHULZE, Markus: *A New Monotonic, Clone-Independent, Reversal Symmetric, and Condorcet-Consistent Single-Winner Election Method*. <http://m-schulze.9mail.de/schulze1.pdf>. Version: März 2017
- [Woodall 1996] WOODALL, D.R.: *Monotonicity and Single-Seat Election Rules*. <http://www.votingmatters.org.uk/ISSUE6/P4.HTM>. Version: Mai 1996



392 **A Anhang**

393 **A.1 Erster Anhang**