Ústav elektrotechnologie FEKT VUT v Brně
Akademický rok 2024/2025

Obor BPC-MET
Bakalářský studijní program, 2. ročník

Elektrotechnické materiály a výrobní procesy 1

Zadání příkladů částí dielektrických materiálů a polovodičů

Vybrané konstanty

c	**$2{,}998 \cdot 10^{8}$**	**$\mathrm{m\ s^{-1}}$**	rychlost světla
h	**$6{,}626 \cdot 10^{-34}$**	**J s**	Planckova konstanta
k	**$1{,}38 \cdot 10^{-23}$**	**$\mathrm{J\ K^{-1}}$**	Boltzmannova konstanta
m_a	**$9{,}109 \cdot 10^{-31}$**	**kg**	hmotnost elektronu
m_p	**$1{,}672 \cdot 10^{-27}$**	**kg**	hmotnost protonu
N_A	**$6{,}023 \cdot 10^{23}$**	**$\mathrm{mol^{-1}}$**	Avogadrova konstanta
n_L	**$2{,}688 \cdot 10^{25}$**	**$\mathrm{m^{-3}}$**	Loschmidtovo číslo
q	**$-1{,}602 \cdot 10^{-19}$**	**C**	náboj elektronu
ε_0	**$8{,}854 \cdot 10^{-12}$**	**$\mathrm{F\ m^{-1}}$**	permitivita vakua
μ_0	**$4\pi \cdot 10^{-7}$**	**$\mathrm{H\ m^{-1}}$**	permeabilita vakua

Vybrané vlastnosti polovodičových materiálů při T = 300 K

značka (jednotka)	**křemík**	**germánium**	**vlastnost**
n_i ($\mathrm{m^{-3}}$)	**$1{,}45 \cdot 10^{16}$**	**$2{,}29 \cdot 10^{19}$**	koncentrace nosičů proudu (elektronů a děr) ve vlastním polovodiči
W_g (eV)	**1,11**	**0,67**	šířka zakázaného pásu
μ_n ($\mathrm{m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$)	**0,135**	**0,39**	pohyblivost elektronů
μ_p ($\mathrm{m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$)	**0,048**	**0,19**	pohyblivost děr
N_c ($\mathrm{m^{-3}}$)	**$2{,}8 \cdot 10^{25}$**	**$1{,}04 \cdot 10^{25}$**	efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu
N_v ($\mathrm{m^{-3}}$)	**$1{,}04 \cdot 10^{25}$**	**$6{,}0 \cdot 10^{24}$**	efektivní hustota stavů ve valenčním pásu

1. Oblast dielektrických materiálů a izolantů

1) Elektronová polarizovatelnost α_e atomu argonu je **1,43 . 10^{-40} F m^2**. Určete relativní permitivitu argonu při normálních fyzikálních podmínkách.

2) Relativní permitivita ε_{rs} dielektrika složeného ze dvou vzájemně nereagujících látek o permitivitách ε_{r1} a ε_{r2} se často určuje Lichteneckerovým mocninovým vztahem

$$\varepsilon_{rs}^{\ k} = v_1 \varepsilon_{r1}^{\ k} + v_2 \varepsilon_{r2}^{\ k}\,, \qquad \text{(C-1)}$$

v němž v_1 a v_2 jsou poměrné objemové podíly obou látek a k je empirická konstanta. Hodnota konstanty k se mění v rozsahu **< -1; +1 >** podle tvaru a rozložení částic obou látek; při chaotickém uspořádání částic $k \to 0$. Ukažte, že v tomto případě přechází mocninový vztah ve vztah logaritmický:

$$\log \varepsilon_{rs} = v_1 \log \varepsilon_{r1} + v_2 \log \varepsilon_{r2}\,. \qquad \text{(C-2)}$$

3) Mezi elektrodami deskového kondenzátoru o rozměrech **7 x 12 cm** a vzdálenosti elektrod **5 mm** je vložena destička z polystyrenu o tloušťce **3 mm**. Zbytek prostoru mezi elektrodami je vyplněn vzduchem za normálních atmosférických podmínek. Vypočtěte kapacitu tohoto kondenzátoru, je-li relativní permitivita polystyrenu při teplotě **20 °C** rovna **2,3**. Jak se změní kapacita kondenzátoru, je-li celý prostor mezi elektrodami vyplněn pěnovým polystyrenem, v němž je objemový podíl polystyrenu a vzduchu stejný jako v prvém případě?

4) Rezistivitu elektroizolačních kapalin ρ_v lze v závislosti na teplotě vyjádřit vztahem

$$\rho = A \,.\, e^{\frac{B}{T}} \qquad \text{(C-3)}$$

v němž ***A* (Ω m)** a ***B* (K)** jsou materiálové konstanty; teplota ***T*** je udána v **K**. Kabelový impregnant složený z minerálního oleje s přídavkem **25 %** (hmotnostních) rafinované kalafuny má při teplotě **20 °C** rezistivitu **2 . 10^{10} Ω m**. Stanovte rezistivitu tohoto impregnantu při teplotách **50 °C** a **80 °C**, je-li součinitel ***B*** roven **7 . 10^3 K**.

5) Měřením dynamické viskozity transformátorového oleje BTS 2 na Höpplerově viskozimetru byly při několika teplotách zjištěny údaje uvedené v tabulce. Stanovte rezistivitu tohoto oleje při teplotách **50 °C** a **85 °C**, je-li hodnota rezistivity při teplotě **20 °C** rovna **3 . 10^{11} Ω m**. Při výpočtu předpokládejte, že při změně teploty se nemění koncentrace volných iontů v oleji.

Tabulka

υ (°C)	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**
η (N s m^{-2})	**4,35 . 10^{-2}**	**1,21 . 10^{-2}**	**3,95 . 10^{-3}**	**1,46 . 10^{-3}**	**6,01 . 10^{-4}**

6) V obvodu střídavého elektrického proudu je zapojen kondenzátor, jehož dielektrikum vykazuje ztráty. Chování tohoto kondenzátoru lze za předpokladu, že pochody v dielektriku jsou lineární, vyšetřit sledováním ekvivalentního dvouprvkového náhradního zapojení kondenzátoru s ideálním, bezztrátovým dielektrikem a odporu představujícího ztráty. Uvažujte, že kondenzátor s ideálním dielektrikem o kapacitě C_P a odpor R_P jsou v náhradním zapojení spojeny paralelně a že je na uvedenou soustavu připojeno napětí U. Nakreslete pro tento případ fázorový diagram napětí a proudů soustavy a určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

7) Ve smyslu zadání úlohy č. C-7 uvažujte sériové zapojení odporu $\boldsymbol{R_s}$ a kondenzátoru s ideálním dielektrikem $\boldsymbol{C_s}$. K soustavě obou prvků nechť je přiloženo napětí $\boldsymbol{U}$. Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů soustavy, určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

8) Určete ztrátový činitel vzduchu za normálních fyzikálních podmínek a při kmitočtu **50 Hz**, má-li rozhodující vliv na velikost ztrát elektrická vodivost vzduchu. Relativní permitivita vzduchu je za normálních fyzikálních podmínek rovna **1,000584**, rezistivita je za stejných podmínek $\mathbf{10^{16}\ \Omega\ m}$.

9) Komplexní permitivita $\boldsymbol{\varepsilon^*}$ dielektrika je definována vztahem $\boldsymbol{\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''}$. V závislosti na kmitočtu lze podle Debyeho vyjádřit komplexní permitivitu rovnicí

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}\ , \qquad \text{(C-4)}$$

v níž $\boldsymbol{\varepsilon_s}$ značí relativní (statickou) permitivitu dielektrika určenou při kmitočtu $\boldsymbol{f \rightarrow 0}$, $\boldsymbol{\varepsilon_\infty}$ relativní (optickou) permitivitu určenou při velmi vysokých kmitočtech; $\boldsymbol{\tau}$ je relaxační doba, která je mimo jiné i funkcí teploty. **Vyjděte z obou uvedených vztahů a určete reálnou část $\boldsymbol{\varepsilon'}$ a imaginární část $\boldsymbol{\varepsilon''}$ komplexní permitivity**.

2. Oblast polovodičových materiálů

1) Tři vzorky příměsového polovodiče křemíku **N** typu jsou dotovány postupně $\mathbf{10^{20}}$, $\mathbf{10^{22}}$ a $\mathbf{10^{24}}$ atomy fosforu v $\mathbf{1m^3}$ polovodiče. Stanovte koncentrace elektronů a děr a konduktivitu těchto polovodičových materiálů při teplotě **20 °C** (stav plné ionizace příměsí). Vypočtěte polohu Fermiho energetické hladiny v jednotlivých vzorcích polovodičů. Polohy Fermiho hladiny v závislosti na měnící se koncentraci donorů graficky znázorněte v pásovém modelu příměsového polovodiče pro $\boldsymbol{T}$ **= 300 K**.

   Šířka zakázaného pásu u křemíku je $\boldsymbol{W_g}$ **= 1,11 eV**; efektivní hustota stavů v pásu vodivostním je $\boldsymbol{N_c}$ $\mathbf{= 2{,}8\ .\ 10^{25}\ m^{-3}}$, efektivní hustota stavů v pásu valenčním je $\boldsymbol{N_v}$ $\mathbf{= 1{,}04\ .\ 10^{25}\ m^{-3}}$. Pohyblivost elektronů v křemíku je $\boldsymbol{\mu_n}$ $\mathbf{= 0{,}135\ m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$ a pohyblivost děr $\boldsymbol{\mu_p}$ $\mathbf{= 0{,}048\ m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$. Rovnovážná koncentrace elektronů a děr v křemíku je $\boldsymbol{n_i}$ $\mathbf{= 1{,}45\ .\ 10^{16}\ m^{-3}}$.

   Příklad řešte pro případ příměsového polovodiče křemíku **P** typu dotovaného postupně $\mathbf{10^{19}}$, $\mathbf{10^{21}}$ a $\mathbf{10^{23}}$ atomy bóru v $\mathbf{1m^3}$ polovodiče.

2) Monokrystal křemíku je dotován atomy fosforu o koncentraci $\mathbf{10^{22}\ m^{-3}}$ a atomy boru o koncentraci $\mathbf{10^{21}\ m^{-3}}$ (kompenzovaný polovodič). Vypočítejte koncentraci elektronů a děr v polovodiči a jeho konduktivitu při $\boldsymbol{T}$ **= 300 K**. Uvažujte, že při této teplotě jsou všechny příměsi ionizovány. Rovnovážná koncentrace elektronů a děr v křemíku při této teplotě je $\boldsymbol{n_i}$ $\mathbf{= 1{,}45\ .\ 10^{16}\ m^{-3}}$. Pohyblivost elektronů v křemíku je $\boldsymbol{\mu_n}$ $\mathbf{= 0{,}135\ m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$ a pohyblivost děr $\boldsymbol{\mu_p}$ $\mathbf{= 0{,}048\ m^2\ V^{-1}\ s^{-1}}$.

   Stanovte polohu Fermiho úrovně v tomto polovodiči při teplotě **300 K**. Šířka zakázaného pásu u křemíku je **1,11 eV;** efektivní hustota stavů v pásu vodivostním je $\boldsymbol{N_c}$ $\mathbf{= 2{,}8\ .\ 10^{25}\ m^{-3}}$, efektivní hustota stavů v pásu valenčním je $\boldsymbol{N_v}$ $\mathbf{= 1{,}04\ .\ 10^{25}\ m^{-3}}$.

3) Stanovte potenciální rozdíl na **PN** přechodu křemíkové diody za předpokladu, že oblast přechodu je v tepelné rovnováze; koncentrace donorových příměsí je **3,5 . 10^{23} m^{-3}**, koncentrace akceptorových příměsí je **1,5 . 10^{18} m^{-3}**. Při výpočtu uvažujte teplotu **300 K**.

4) Přechod mezi oblastí vodivosti typu **P** a **N** v křemíkové diodě má tvar kruhové plošky o poloměru **0,15 mm**. Vypočtěte celkový proud procházející přechodem při teplotě **300 K**, působí-li na přechodu v přímém směru vnější stejnosměrné napětí **0,1 V**. Koncentrace donorových příměsí nechť je **5 . 10^{18} m^{-3}**, koncentrace akceptorových příměsí **3 . 10^{20} m^{-3}**. Předpokládejte, že pohyblivost elektronů je **0,135 m^2 V^{-1} s^{-1}**, pohyblivost děr je **0,048 m^2 V^{-1} s^{-1}** a doba života je **100 μs** pro oba druhy nosičů.

   Uvažujte, že vnější napětí působí na **PN** přechodu v závěrném směru. Jaký bude v tomto případě celkový proud procházející přechodem?

5) Stanovte šířku **PN** přechodu v křemíku, je-li koncentrace donorových příměsí **1,5 . 10^{20} m^{-3}** a koncentrace akceptorových příměsí **3,5 . 10^{17} m^{-3}**. Relativní permitivita křemíku je **11,7**. Jak se změní šířka uvedeného přechodu, působí-li na něj současně vnější stejnosměrné napětí **0,2 V** - a) v přímém směru, b) v závěrném směru? Úlohu řešte pro ***T*** **= 300 K**.

   Popsaný přechod nechť má tvar kruhové plošky o poloměru **3 mm**. Stanovte kapacitu daného přechodu v nezatíženém stavu i v případě, kdy na přechodu působí v přímém nebo v závěrném směru stejnosměrné napětí o hodnotě **0,2 V**.

6) Vyjděte z Einsteinova universálního vztahu vyjadřujícího závislost mezi pohyblivostí nosičů nábojů a difúzním koeficientem a odvoďte rozměr difúzního koeficientu.

7) Stanovte číselnou hodnotu difúzního koeficientu elektronů a děr v monokrystalu křemíku při teplotě **300 K**, je-li při téže teplotě pohyblivost elektronů μ_n rovna **0,135 m^2 V^{-1} s^{-1}** a pohyblivost děr μ_p rovna **0,048 m^2 V^{-1} s^{-1}**.

8) Z prvního Fickova zákona lze pro hustotu proudu J_{dif} podmíněného difusí nosičů nábojů psát rovnici

$$J_{dif} = \pm q \; D \; grad \; n \qquad \text{(B-1)}$$

   v níž ***n*** označuje koncentraci nosičů o náboji ***q*** a ***D*** je difúzní koeficient. Jaký je rozměr veličiny ***D***?