

**Elektrotechnické materiály a výrobní procesy 1**  
Příklady z částí dielektrických materiálů a polovodičů

**A. Vybrané konstanty**

$c$	$2,998 \cdot 10^8$	$\text{m s}^{-1}$	rychlost světla
$h$	$6,626 \cdot 10^{-34}$	$\text{J s}$	Planckova konstanta
$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$\text{J K}^{-1}$	Boltzmannova konstanta
$m_a$	$9,109 \cdot 10^{-31}$	$\text{kg}$	hmotnost elektronu
$m_p$	$1,672 \cdot 10^{-27}$	$\text{kg}$	hmotnost protonu
$N_A$	$6,023 \cdot 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$	Avogadrova konstanta
$n_L$	$2,688 \cdot 10^{25}$	$\text{m}^{-3}$	Loschmidtovo číslo
$q$	$-1,602 \cdot 10^{-19}$	$\text{C}$	náboj elektronu
$\epsilon_0$	$8,854 \cdot 10^{-12}$	$\text{F m}^{-1}$	permitivita vakua
$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\text{H m}^{-1}$	permeabilita vakua

**B. Polovodičové materiály**

Vybrané vlastnosti polovodičových materiálů při  $T = 300 \text{ K}$

značka (jednotka)	křemík	germánium	vlastnost
$n_i \text{ (m}^{-3}\text{)}$	$1,45 \cdot 10^{16}$	$2,29 \cdot 10^{19}$	koncentrace nosičů proudu (elektronů a děr) ve vlastním polovodiči
$W_g \text{ (eV)}$	<b>1,11</b>	<b>0,67</b>	šířka zakázaného pásu
$\mu_n \text{ (m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{)}$	<b>0,135</b>	<b>0,39</b>	pohyblivost elektronů
$\mu_p \text{ (m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{)}$	<b>0,048</b>	<b>0,19</b>	pohyblivost děr
$N_c \text{ (m}^{-3}\text{)}$	$2,8 \cdot 10^{25}$	$1,04 \cdot 10^{25}$	efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu
$N_v \text{ (m}^{-3}\text{)}$	$1,04 \cdot 10^{25}$	$6,0 \cdot 10^{24}$	efektivní hustota stavů ve valenčním pásu

- 1) Tři vzorky příměsového polovodiče křemíku **N** typu jsou dotovány postupně  $10^{20}$ ,  $10^{22}$  a  $10^{24}$  atomy fosforu v  $1\text{m}^3$  polovodiče. Stanovte koncentrace elektronů a děr a konduktivitu těchto polovodičových materiálů při teplotě  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  (stav plné ionizace příměsí). Vypočtete polohu Fermiho energetické hladiny v jednotlivých vzorcích polovodičů. Polohy Fermiho hladiny v závislosti na měnící se koncentraci donorů graficky znázorněte v pásovém modelu příměsového polovodiče pro  $T = 300 \text{ K}$ .

Šířka zakázaného pásu u křemíku je  $W_g = 1,11 \text{ eV}$ ; efektivní hustota stavů v pásu vodivostním je  $N_c = 2,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ , efektivní hustota stavů v pásu valenčním je  $N_v = 1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ . Pohyblivost elektronů v křemíku je  $\mu_n = 0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$

a pohyblivost děr  $\mu_p = 0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Rovnovážná koncentrace elektronů a děr v křemíku je  $n_i = 1,45 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$ .

Příklad řešte pro případ příměsového polovodiče křemíku **P** typu dotovaného postupně  $10^{19}$ ,  $10^{21}$  a  $10^{23}$  atomy bóru v  $1 \text{ m}^3$  polovodiče.

- 2) Monokrystal křemíku je dotován atomy fosforu o koncentraci  $10^{22} \text{ m}^{-3}$  a atomy boru o koncentraci  $10^{21} \text{ m}^{-3}$  (kompenzovaný polovodič). Vypočítejte koncentraci elektronů a děr v polovodiči a jeho konduktivitu při  $T = 300 \text{ K}$ . Uvažujte, že při této teplotě jsou všechny příměsi ionizovány. Rovnovážná koncentrace elektronů a děr v křemíku při této teplotě je  $n_i = 1,45 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$ . Pohyblivost elektronů v křemíku je  $\mu_n = 0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a pohyblivost děr  $\mu_p = 0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Stanovte polohu Fermiho úrovně v tomto polovodiči při teplotě  $300 \text{ K}$ . Šířka zakázaného pásu u křemíku je  $1,11 \text{ eV}$ ; efektivní hustota stavů v pásu vodivostním je  $N_c = 2,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ , efektivní hustota stavů v pásu valenčním je  $N_v = 1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ .

- 3) Stanovte potenciální rozdíl na **PN** přechodu křemíkové diody za předpokladu, že oblast přechodu je v tepelné rovnováze; koncentrace donorových příměsí je  $3,5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ , koncentrace akceptorových příměsí je  $1,5 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$ . Při výpočtu uvažujte teplotu  $300 \text{ K}$ .
- 4) Přechod mezi oblastí vodivosti typu **P** a **N** v křemíkové diodě má tvar kruhové plošky o poloměru  $0,15 \text{ mm}$ . Vypočítejte celkový proud procházející přechodem při teplotě  $300 \text{ K}$ , působí-li na přechodu v přímém směru vnější stejnosměrné napětí  $0,1 \text{ V}$ . Koncentrace donorových příměsí necht' je  $5 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$ , koncentrace akceptorových příměsí  $3 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . Předpokládejte, že pohyblivost elektronů je  $0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , pohyblivost děr je  $0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a doba života je  $100 \text{ } \mu\text{s}$  pro oba druhy nosičů.

Uvažujte, že vnější napětí působí na **PN** přechodu v závěrném směru. Jaký bude v tomto případě celkový proud procházející přechodem?

- 5) Stanovte šířku **PN** přechodu v křemíku, je-li koncentrace donorových příměsí  $1,5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$  a koncentrace akceptorových příměsí  $3,5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ . Relativní permitivita křemíku je  $11,7$ . Jak se změní šířka uvedeného přechodu, působí-li na něj současně vnější stejnosměrné napětí  $0,2 \text{ V}$  - a) v přímém směru, b) v závěrném směru? Úlohu řešte pro  $T = 300 \text{ K}$ .

Popsaný přechod necht' má tvar kruhové plošky o poloměru  $3 \text{ mm}$ . Stanovte kapacitu daného přechodu v nezátíženém stavu i v případě, kdy na přechodu působí v přímém nebo v závěrném směru stejnosměrné napětí o hodnotě  $0,2 \text{ V}$ .

- 6) Vyjděte z Einsteinova universálního vztahu vyjadřujícího závislost mezi pohyblivostí nosičů nábojů a difúzním koeficientem a odvoďte rozměr difúzního koeficientu.
- 7) Stanovte číselnou hodnotu difúzního koeficientu elektronů a děr v monokrystalu křemíku při teplotě  $300 \text{ K}$ , je-li při téže teplotě pohyblivost elektronů  $\mu_n$  rovna  $0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a pohyblivost děr  $\mu_p$  rovna  $0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .
- 8) Z prvního Fickova zákona lze pro hustotu proudu  $J_{\text{dif}}$  podmíněného difusí nosičů nábojů psát rovnici

$$J_{\text{dif}} = \pm q D \text{ grad } n \quad (\text{B-1})$$

v níž  $n$  označuje koncentraci nosičů o náboji  $q$  a  $D$  je difúzní koeficient. Jaký je rozměr veličiny  $D$ ?

## C. Dielektrické materiály a izolanty

- Elektronová polarizovatelnost  $\alpha_e$  atomu argonu je  $1,43 \cdot 10^{-40} \text{ F m}^2$ . Určete relativní permitivitu argonu při normálních fyzikálních podmínkách.
- Relativní permitivita  $\epsilon_s$  dielektrika složeného ze dvou vzájemně nereagujících látek o permitivitách  $\epsilon_{r1}$  a  $\epsilon_{r2}$  se často určuje Lichteneckerovým mocninovým vztahem

$$\epsilon_{rs}^k = v_1 \epsilon_{r1}^k + v_2 \epsilon_{r2}^k, \quad (\text{C-1})$$

v němž  $v_1$  a  $v_2$  jsou poměrné objemové podíly obou látek a  $k$  je empirická konstanta. Hodnota konstanty  $k$  se mění v rozsahu  $< -1; +1 >$  podle tvaru a rozložení částic obou látek; při chaotickém uspořádání částic  $k \rightarrow 0$ . Ukažte, že v tomto případě přechází mocninový vztah ve vztah logaritmický:

$$\log \epsilon_{rs} = v_1 \log \epsilon_{r1} + v_2 \log \epsilon_{r2}. \quad (\text{C-2})$$

- Mezi elektrodami deskového kondenzátoru o rozměrech **7 x 12 cm** a vzdálenosti elektrod **5 mm** je vložena destička z polystyrenu o tloušťce **3 mm**. Zbytek prostoru mezi elektrodami je vyplněn vzduchem za normálních atmosférických podmínek. Vypočítejte kapacitu tohoto kondenzátoru, je-li relativní permitivita polystyrenu při teplotě **20 °C** rovna **2,3**. Jak se změní kapacita kondenzátoru, je-li celý prostor mezi elektrodami vyplněn pěnovým polystyrenem, v němž je objemový podíl polystyrenu a vzduchu stejný jako v prvním případě?
- Rezistivitu elektroizolačních kapalin  $\rho$  lze v závislosti na teplotě vyjádřit vztahem

$$\rho = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (\text{C-3})$$

v němž  $A$  ( $\Omega \text{ m}$ ) a  $B$  ( $\text{K}$ ) jsou materiálové konstanty; teplota  $T$  je udána v  $\text{K}$ . Kabelový impregnant složený z minerálního oleje s přídavkem **25 %** (hmotnostních) rafinované kalafuny má při teplotě **20 °C** rezistivitu  **$2 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$** . Stanovte rezistivitu tohoto impregnantu při teplotách **50 °C** a **80 °C**, je-li součinitel  $B$  roven  **$7 \cdot 10^3 \text{ K}$** .

- Měřením dynamické viskozity transformátorového oleje BTS 2 na Höpplerově viskozimetru byly při několika teplotách zjištěny údaje uvedené v tabulce. Stanovte rezistivitu tohoto oleje při teplotách **50 °C** a **85 °C**, je-li hodnota rezistivity při teplotě **20 °C** rovna  **$3 \cdot 10^{11} \Omega \text{ m}$** . Při výpočtu předpokládejte, že při změně teploty se nemění koncentrace volných iontů v oleji.

**Tabulka**

$\nu$ (°C)	20	40	60	80	100
$\eta$ (N s m <sup>-2</sup> )	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$1,21 \cdot 10^{-2}$	$3,95 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$6,01 \cdot 10^{-4}$

- 6) V obvodu střídavého elektrického proudu je zapojen kondenzátor, jehož dielektrikum vykazuje ztráty. Chování tohoto kondenzátoru lze za předpokladu, že pochody v dielektriku jsou lineární, vyšetřit sledováním ekvivalentního dvouprvkového náhradního zapojení kondenzátoru s ideálním, bezztrátovým dielektrikem a odporu představujícího ztráty. Uvažujte, že kondenzátor s ideálním dielektrikem o kapacitě  $C_p$  a odpor  $R_p$  jsou v náhradním zapojení spojeny paralelně a že je na uvedenou soustavu připojeno napětí  $U$ . Nakreslete pro tento případ fázorový diagram napětí a proudů soustavy a určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.
- 7) Ve smyslu zadání úlohy č. C-7 uvažujte sériové zapojení odporu  $R_s$  a kondenzátoru s ideálním dielektrikem  $C_s$ . K soustavě obou prvků necht' je přiloženo napětí  $U$ . Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů soustavy, určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.
- 8) Určete ztrátový činitel vzduchu za normálních fyzikálních podmínek a při kmitočtu **50 Hz**, má-li rozhodující vliv na velikost ztrát elektrická vodivost vzduchu. Relativní permitivita vzduchu je za normálních fyzikálních podmínek rovna **1,000584**, rezistivita je za stejných podmínek  **$10^{16} \Omega \cdot m$** .
- 9) Komplexní permitivita  $\epsilon^*$  dielektrika je definována vztahem  $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ . V závislosti na kmitočtu lze podle Debyeho vyjádřit komplexní permitivitu rovnicí

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}, \quad (C-4)$$

v níž  $\epsilon_s$  značí relativní (statickou) permitivitu dielektrika určenou při kmitočtu  $f \rightarrow 0$ ,  $\epsilon_\infty$  relativní (optickou) permitivitu určenou při velmi vysokých kmitočtech;  $\tau$  je relaxační doba, která je mimo jiné i funkcí teploty. **Vyjděte z obou uvedených vztahů a určete reálnou část  $\epsilon'$  a imaginární část  $\epsilon''$  komplexní permitivity.**