

# Elektrotechnické materiály a výrobní procesy I

## Neoficiální sbírka příkladů částí dielektrických materiálů a polovodičů

Verze: 0.4 Datum: 6. novembra 2024

**Poznámka:** Nejedná sa o oficiálny výukový materiál, iba pomôcku na učenie zostavenú na základe zápisov z cvičení. Preto neberiem žiadnu zodpovednosť za chyby v tomto

dokumente. Oficiálne riešené príklady sú dostupné v skriptách

**Elektrotechnické materiály a výrobní procesy 1** z roku **2019**.

Príklady sa vzťahujú ku zadaniam z rokov 2023/2024 a 2024/2025, pričom zadania vyzerali byť identické. Všetky práva patria pôvodným autorom výukových materiálov.

Autor: cinanko

## Vybrané konstanty

$c$	$2,998 \cdot 10^8$	$\text{m s}^{-1}$	Rychlosť svetla
$h$	$6,626 \cdot 10^{-34}$	$\text{J s}$	Planckova konstanta
$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$\text{J K}^{-1}$	Boltzmannova konstanta
$m_a$	$9,109 \cdot 10^{-31}$	$\text{kg}$	Hmotnosť elektronu
$m_p$	$1,672 \cdot 10^{-27}$	$\text{kg}$	Hmotnosť protonu
$N_A$	$6,023 \cdot 10^{-23}$	$\text{mol}^{-1}$	Avogadrova konstanta
$n_L$	$2,688 \cdot 10^{25}$	$\text{m}^{-3}$	Loschmidtovo číslo
$q$	$-1,602 \cdot 10^{-19}$	$\text{C}$	Náboj elektronu
$\varepsilon_0$	$8,854 \cdot 10^{-12}$	$\text{F m}^{-1}$	Permitivita vakuu
$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\text{H m}^{-1}$	Permeabilita vakuu
$k$	$8,617 \cdot 10^{-5}$	$\text{eV K}^{-1}$	Redukovaná Boltzmannova konstanta

## Vybrané vlastnosti polovodičových materiálů

Platné při teplotě  $T = 300 \text{ K}$

Značka	Křemík	Germánium	Vlastnost
$n_i$	$1,45 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$	Koncentrace nosičů proudu (elektronů a děr) ve vlastním polovodiči
$W_g$	$1,11 \text{ eV}$	$0,67 \text{ eV}$	Šířka zakázaného pásu
$\mu_n$	$0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$	$0,39 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$	Pohyblivost elektronů
$\mu_p$	$0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$	$0,19 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$	Pohyblivost děr
$N_c$	$2,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	$1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	Efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu
$N_v$	$1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$	Efektivní hustota stavů ve valenčním pásu

# 1 Oblast dielektrických materiálů a izolantů

1)

Elektronová polarizovatelnost  $\alpha_e$  atomu argonu je  $1,43 \cdot 10^{-40} \text{ F m}^2$ . Určete relativní permitivitu argonu při normálních fyzikálních podmírkách.

$$\alpha_E = 1,43 \cdot 10^{-40} \text{ F m}^2 \quad (\text{Farad} \cdot \text{meter}^2)$$

$$\epsilon_r = ?$$

Claussius - Mossottiho rovnice (C - M)

$$\frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2\epsilon_r} = \frac{n \cdot \alpha}{3 \cdot \epsilon_0} \quad \text{Musí rostout!}$$

argon = inertní plyn  $\Rightarrow \epsilon_r \rightarrow 1$  (plyny)

$$\frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2} = \frac{n \cdot \alpha}{3 \cdot \epsilon_0}$$

$\alpha$  = polarizovatelnost

$\epsilon_0$  = permitivita vakuu

$n$  = počet atomů v  $1 \text{ m}^3$  lasky

$$\frac{\epsilon_r - 1}{3} = \frac{n \cdot \alpha}{2 \cdot \epsilon_0}$$

$$\epsilon_r = \frac{n \cdot \alpha}{\epsilon_0} + 1$$

$n_L$  = Loschmidtovo číslo = počet atomov v  $1 \text{ m}^3$  plynu  
(pevné lasky - zhruba 2-3 rady viac)

$$\epsilon_r = \frac{n_L \cdot \alpha}{\epsilon_0} + 1 = \frac{2,688 \cdot 10^{25} \cdot 1,43 \cdot 10^{-40}}{8,854 \cdot 10^{-12}} + 1 = 1,000434 [-]$$

$\Rightarrow$  plyn je malý príspevok (dak viac desatiných miest!)

Loschmidtovo číslo vieme použiť iba pri štandardných podmienkach (ak nemame zadanu napr. zmena tlaku atd.)

## 2)

Relativní permitivita  $\varepsilon_{rs}$  složeného ze dvou vzájemně nereagujících látok o permitivitách  $\varepsilon_{r1}$  a  $\varepsilon_{r2}$  se často určuje Lichteneckerovým mocninovým vztahem

$$\varepsilon_{rs}^k = v_1 \varepsilon_{r1}^k + v_2 \varepsilon_{r2}^k \quad (1)$$

v němž  $v_1$  a  $v_2$  jsou poměrné objemové podíly obou látok a  $k$  je empirická konstanta. Hodnota konstanty  $k$  se mění v rozsahu  $< -1; +1 >$  podle tvaru a rozložení částic obou látok; při chaotickém uspořádání částic  $k \rightarrow 0$ . Ukažte, že v tomto případě přechází mocninový vztah ve vztah logaritmický:

$$\log \varepsilon_{rs} = v_1 \log \varepsilon_{r1} + v_2 \log \varepsilon_{r2} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{rs}^k = v_1 \varepsilon_{r1}^k + v_2 \varepsilon_{r2}^k$$

$k$  = empirická konstanta (zkušenost)

$$a^x = 1 + \frac{x \cdot \ln a}{1!} + \frac{x^2 \ln a^2}{2!} + \dots \quad \begin{array}{l} \text{rozvoj vztahu} \\ (\text{mocnina rada}) \end{array}$$

nejvyšší příspěvek  
ak  $x \rightarrow 0 \Rightarrow$  malý příspěvek

$$a^x \approx 1 + \frac{x \ln a}{1} \quad (\text{ila } x \rightarrow 0)$$

$$x = k \quad 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{rs}}{1} = v_1 \cdot \left( 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{r1}}{1} \right) + v_2 \cdot \left( 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{r2}}{1} \right)$$

$$1 + k \cdot \ln \varepsilon_{rs} = v_1 + v_1 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 + v_2 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

$v_1$  a  $v_2 \rightarrow$  poměrné objemové podíly;  $v_1 + v_2 = 1$  vždy  
(můžeme odstranit samosobně složec  $v_1, v_2 \approx 1$ )

$$k \cdot \ln \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

$k$  můžeme odstranit, protože bolo v každom členovi

$$\ln \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

$$\ln x = 2,3 \cdot \log x$$

$$\log \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot \log \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot \log \varepsilon_{r2}$$

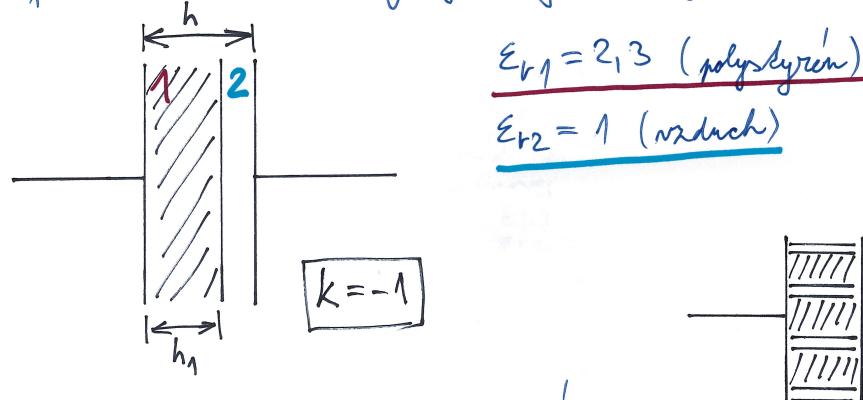
### 3)

Mezi elektrodami deskového kondenzátoru o rozměrech 7x12 cm a vzdálenosti elektrod 5 mm je vložena destička z polystyrenu o tloušťce 3 mm. Zbytek prostoru mezi elektrodami je vyplněn vzduchem za normálních atmosférických podmínek. Vypočtěte kapacitu tohoto kondenzátoru, je-li relativní permitivita polystyrenu při teplotě 20 °C rovna 2,3. Jak se změní kapacita kondenzátoru, je-li celý prostor mezi elektrodami vyplněn pěnovým polystyrenem, v němž je objemový podíl polystyrenu a vzduchu stejný jako v prvním případě?

$S = 7 \times 12 \text{ cm} \rightarrow \text{rozmery elektrod kondenzátoru}$

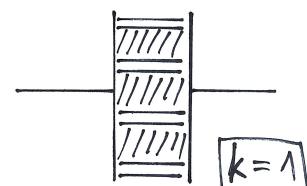
$h = 5 \text{ mm} \rightarrow \text{vzdálenost elektrod kondenzátoru}$

$h_1 = 3 \text{ mm} \rightarrow \text{tloušťka polystyrenové destičky}$



$$\underline{\underline{\epsilon_{r1} = 2,3 \text{ (polystyren)}}}$$

$$\underline{\underline{\epsilon_{r2} = 1 \text{ (vzduch)}}}$$



$k = 0 \rightarrow \text{homogenní smes polystyrenu}$

$k = 1 \rightarrow \text{paralelně zapojené kondenzátory}$

$k = -1 \rightarrow \text{sériově zapojené kondenzátory (nás případ)}$

$\rightarrow \text{dielektrika radené paralelně s elektrodami}$

$$\epsilon_{rs}^{-1} = V_1 \cdot \epsilon_{r1}^{-1} + V_2 \cdot \epsilon_{r2}^{-1}$$

$$\frac{1}{\epsilon_{rs}} = \textcircled{V_1} \cdot \frac{1}{\epsilon_{r1}} + \textcircled{V_2} \cdot \frac{1}{\epsilon_{r2}}$$

Ojemové pomery  
- výplňva z měření  
a rozhadania

$$\frac{1}{\epsilon_{rs}} = \left( \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{1}{2,3} + \left( \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{\epsilon_{rs}} = 0,661 \Rightarrow \epsilon_{rs} = \frac{1}{0,661} = 1,513 [-]$$

$$C = ? \text{ F}$$

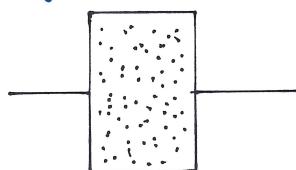
$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{rs} \cdot \frac{s}{h} \rightarrow \text{plocha - vypočítaná z rozmerov}$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{rs} \cdot \frac{S}{h} \rightarrow \text{vzdialenosť elektrodi } (5 \text{ mm})$$

$$C = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,513 \cdot \frac{0,07 \cdot 0,12}{5 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{22,51 \text{ pF}}}$$

Prevedené na základné jednotky [m]  $(22,51 \cdot 10^{-12} \text{ F})$

Zmena kapacity, keď bude polystyren rozptýlený v celom objeme  
(objemové pomery roztoky zachované)



$k \rightarrow 0$  (logaritmické vzdialosti)

$$\log(\epsilon_{rs}) = v_1 \cdot \log(\epsilon_{r1}) + v_2 \cdot \log(\epsilon_{r2})$$

$$\log(\epsilon_{rs}) = \frac{3}{5} \cdot \log(2,3) + \frac{2}{5} \cdot \log(1)$$

$$\log(\epsilon_{rs}) = 0,217$$

$$\epsilon_{rs} = 10^{0,217} = 1,648 [-]$$

Na zberenie sa logaritmu  
umocním 10 výsledkom

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{rs} \cdot \frac{s}{h} = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,648 \cdot \frac{0,07 \cdot 0,12}{5 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{24,51 \text{ pF}}}$$
$$(24,51 \cdot 10^{-12} \text{ F})$$

Kapacita sa zmenila približne o 2 pF ( $\approx 10\%$ ).

#### 4)

Rezistivitu elektroizolačních kapalin  $\rho_v$  lze v závislosti na teplotě vyjádřit vztahem

$$\rho = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (3)$$

v němž  $A[\Omega \text{ m}]$  a  $B[\text{K}]$  jsou materiálové konstanty; teplota T je udána v K. Kabelový impregnant složený z minerálního oleje s přídavkem 25 % (hmotnostních) rafinované kalafuny má při teplotě 20 °C rezistivitu  $2 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$ . Stanovte rezistivitu tohoto impregnantu při teplotách 50 °C a 80 °C, je li součinitel B roven  $7 \cdot 10^3 \text{ K}$ .

$$\rho = A \cdot e^{\frac{B}{T}}$$

$A [\Omega \text{ m}]$ ,  $B [\text{K}]$  - materiálové konstanty

$$B = 7 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$\overline{20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K} \quad (20 + 273,15 = 293,15)}$$

$$\rho_{20} = 2 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$$

$$\rho_{50,80^\circ\text{C}} = ? \Omega \text{ m} \rightarrow \text{"Vypočteme si A"}$$

$$A = \frac{\rho_{20}}{e^{\frac{B}{T}}} = \frac{2 \cdot 10^{10}}{e^{\frac{7 \cdot 10^3}{293,15}}} = 0,8525 \Omega \text{ m}$$

$$A = \frac{\rho_{20}}{e^{\frac{B}{T}}} = \frac{2 \cdot 10^{10}}{e^{\frac{7 \cdot 10^3}{293,15}}} = 0,8525 \Omega \text{ m}$$

$$50^\circ\text{C} = 50 + 273,15 = 323,15 \text{ K}$$

$$\rho_{50} = A \cdot e^{\frac{B}{T}} = 0,8525 \cdot e^{\frac{7 \cdot 10^3}{323,15}} = \underline{\underline{2,179 \cdot 10^9 \Omega \text{ m}}}$$

$$80^\circ\text{C} = 80 + 273,15 = 353,15 \text{ K}$$

$$\rho_{80} = A \cdot e^{\frac{B}{T}} = 0,8525 \cdot e^{\frac{7 \cdot 10^3}{353,15}} = \underline{\underline{0,346 \cdot 10^9 \Omega \text{ m}}}$$

Z výpočtu vyplývá, že s růstoucí teplotou klesá rezistivita elektroizolačních materiálů

5)

Měřením dynamické viskozity transformátorového oleje BTS2 na Höpplerově viskozimetru byly při několika teplotách zjištěny údaje uvedené v tabulce. Stanovte rezistivitu tohoto oleje při teplotách 50 °C a 85 °C, je li hodnota rezistivity při teplotě 20 °C rovna  $3 \cdot 10^{11} \Omega \text{ m}$ . Při výpočtu předpokládejte, že při změně teploty se nemění koncentrace volných iontů v oleji.

**Tabulka:**

$\vartheta [^\circ \text{C}]$	20	40	60	80	100
$\eta [\text{N s m}^{-2}]$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$1,21 \cdot 10^{-2}$	$3,95 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$6,01 \cdot 10^{-4}$

$$\rho_{20} = 3 \cdot 10^{11} \Omega \text{ m}$$

$$\rho_{50, 85^\circ \text{C}} = ? \Omega \text{ m}$$

$$\rho = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \rightarrow \text{nezáleží } A, B; \text{ potrebujeme 2 resistivity pri dvoch rôznych teplotach}$$

$$n \cdot \rho = k$$

$$\frac{n}{\rho} = k \Rightarrow \rho = \frac{n}{k} \quad k = \text{konštantă}$$

$$T_1 \quad \frac{n_1}{k} = A \cdot e^{\frac{B}{T_1}} \quad | \ln$$

$$T_2 \quad \frac{n_2}{k} = A \cdot e^{\frac{B}{T_2}} \quad | \ln (-1)$$

$$\ln \left( \frac{n_1}{k} \right) = \ln A + \frac{B}{T_1}$$

$$\ln \left( \frac{n_2}{k} \right) = -\ln A - \frac{B}{T_2}$$

$$\ln \left( \frac{\frac{n_1}{k}}{\frac{n_2}{k}} \right) = \frac{B}{T_1} - \frac{B}{T_2}$$

$$\ln \left( \frac{n_1}{n_2} \right) = B \cdot \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$B = \frac{\ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right)}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}$$

$n_1, n_2 \propto T_1, T_2$   
 $\rightarrow$  dosadene a tabuľky  
 (pre  $20^\circ\text{C} \approx 40^\circ\text{C}$ )

$$B = \frac{\ln\left(\frac{4,35 \cdot 10^{-2}}{1,21 \cdot 10^{-2}}\right)}{\left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{313,15}\right)} = \underline{\underline{5873,15 \text{ K}}}$$

$$\rho_{20} = 3 \cdot 10^{11} \Omega \text{ m} \quad \rho = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \Rightarrow \rho_{20} = A \cdot e^{\frac{B}{T_{20}}}$$

$$3 \cdot 10^{11} = A \cdot e^{\frac{5873,15}{293,15}} \quad (\text{prípadne využiť SOLVER})$$

$$A = \frac{3 \cdot 10^{11}}{e^{\frac{5873,15}{293,15}}} = \underline{\underline{597,3 \Omega \text{ m}}}$$

$$50^\circ\text{C} = 323,15 \text{ K} \quad (0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K})$$

$$\rho_{50} = A \cdot e^{\frac{B}{323,15}} = 597,3 \cdot e^{\frac{5873,15}{323,15}} = \underline{\underline{46,704 \cdot 10^9 \Omega \text{ m}}}$$

$$85^\circ\text{C} = 358,15 \text{ K}$$

$$\rho_{85} = A \cdot e^{\frac{B}{358,15}} = 597,3 \cdot e^{\frac{5873,15}{358,15}} = \underline{\underline{7,907 \cdot 10^9 \Omega \text{ m}}}$$

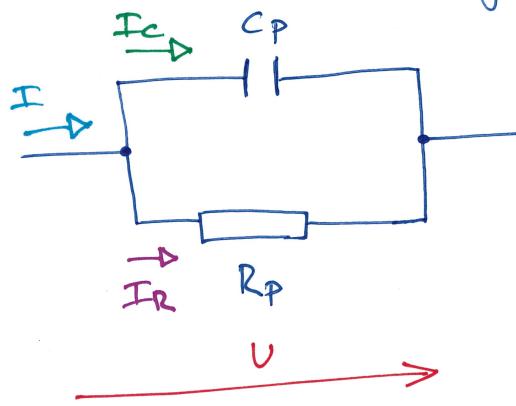
Y rastúcaho teplotou sa znižuje viskozita  
 a zároveň klesá rezistivita (rastie kondukciivita)

## 6)

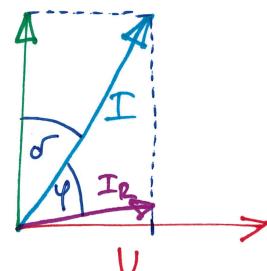
V obvodu střídavého elektrického proudu je zapojen kondenzátor, jehož dielektrikum vykazuje ztráty. Chování tohoto kondenzátoru lze za předpokladu, že pochody v dielektriku jsou lineární vyšetřit sledováním ekvivalentního dvouprvkového náhradního zapojení kondenzátoru s ideálním, bezztrátovým dielektrikem a odporu představujícího ztráty. Uvažujte, že kondenzátor s ideálním dielektrikem o kapacitě  $C_p$  a odpor  $R_p$  jsou v náhradním zapojení spojeny paralelně a že je na uvedenou soustavu připojeno napětí  $U$ .

Nakreslete pro tento případ fázorový diagram napětí a proudů soustavy a určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

Paralelní náhradné zapojení



Fázorový DIAGRAM



kondenzátor ( $C$ ) – najprv proud, potom napětie  
 $\operatorname{tg} \delta$  – protiliečka ku prilahlej  
 $X_C$  – kapacitná reaktancia  
 $Z_C$  – kompletná impedancia

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{\frac{U}{R_p}}{\frac{U}{\omega C_p}} = \frac{1}{\frac{R_p}{\omega C_p}} = \frac{1}{R_p \omega C_p} \quad \text{prijsaná} \Rightarrow R_p = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta \omega C_p}$$

$$= \frac{X_C}{R_p} = \frac{1}{\omega R_p C_p}$$

$$P_Z = U \cdot I_R = U \cdot \frac{U}{R_p} = \frac{U^2}{R_p} = \frac{U^2}{\frac{1}{\operatorname{tg} \delta \omega C_p}} = \underline{\underline{U^2 \operatorname{tg} \delta \omega C_p}}$$

$$z_c = \frac{1}{j\omega C_p} \cdot \frac{j}{j} = -\frac{j}{\omega C_p}$$

$$j^2 = -1$$

!

$$z_p = \frac{z_c \cdot R_p}{z_c + R_p} = \frac{-\frac{jR_p}{\omega C_p}}{-\frac{j}{\omega C_p} + R_p} = \frac{\frac{-jR_p}{\omega C_p}}{\frac{-j + \omega C_p R_p}{\omega C_p}} =$$

rozšířené komplekne združeným číslom

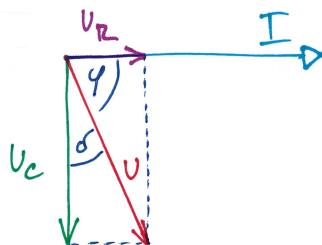
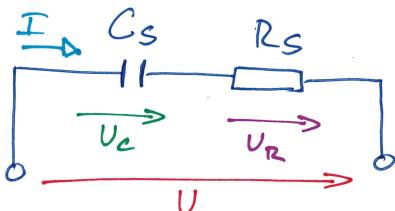
$$= \frac{jR_p}{j - \omega C_p R_p} \cdot \frac{\frac{j + \omega C_p R_p}{j + \omega C_p R_p}}{\frac{j + \omega C_p R_p}{j + \omega C_p R_p}}$$

$$z_p = \frac{-R_p + j\omega C_p R_p^2}{-1 - \omega^2 C_p^2 R_p^2} = \frac{R_p - j\omega C_p R_p^2}{\omega^2 C_p^2 R_p^2 + 1}$$

7)

Ve smyslu zadání úlohy č. C-7 uvažujte sériové zapojení odporu  $R_s$  a kondenzátoru s ideálním dielektrikem  $C_s$ . K soustavě obou prvků nechť je přiloženo napětí  $U$ . Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů soustavy, určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

*Yériové náhradné zapojenie*



$$\operatorname{tg} \delta = \frac{U_R}{U_c} = \frac{\cancel{I} \cdot R_s}{\cancel{I} \cdot X_C} = \frac{R_s}{\frac{1}{\omega C_s}} = \underline{\underline{R_s \omega C_s}}$$

$$\underline{\underline{Z_s = R_s - j \frac{1}{\omega C_s}}}$$

$$P_2 = U_R \cdot I_R = (R_s \cdot I_R) \cdot I_R = R_s \cdot I_R^2 = R_s \cdot \frac{U^2}{|Z|^2} =$$

$$= R_s \cdot \frac{U^2}{(\cancel{\sqrt{R_s^2 + (-\frac{1}{\omega C_s})^2}})^2} = R_s \cdot \frac{U^2}{R_s^2 + \frac{1}{\omega^2 C_s^2}} =$$

$$= R_s \cdot \frac{U^2}{\frac{\omega^2 R_s^2 C_s^2 + 1}{\omega^2 C_s^2}} = \underline{\underline{\frac{U^2 \omega^2 R_s C_s^2}{\omega^2 R_s^2 C_s^2 + 1}}}$$

$$R_s = \operatorname{tg}^2 \delta$$

8)

Určete ztrátový činitel vzduchu za normálních fyzikálních podmínek a při kmitočtu 50 Hz, má-li rozhodující vliv na velikost ztrát elektrická vodivost vzduchu. Relativní permitivita vzduchu je za normálních fyzikálních podmínek rovna 1,000 584, rezistivita je za stejných podmínek  $10^{16} \Omega \text{ m}$ .

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\epsilon_r = 1,000 584$$

$$\sigma = 10^{16} \Omega^{-1} \text{ m} \quad [\text{ohm meker}] \rightarrow \text{rezistivita vzduchu}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega R_{PCP}} = \frac{1}{2\pi f \sigma \cdot \frac{\ell}{S} \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{S}{\ell}} = \frac{1}{2\pi f \sigma \epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{16} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,000 584} = \underline{\underline{3,59 \cdot 10^{-8}}} \quad [-]$$

## 9)

Komplexní permitivita  $\varepsilon^*$  dielektrika je definována vztahem  $\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''$ . V závislosti na kmitočtu lze podle Debyeho vyjádřit komplexní permitivitu rovnicí

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (4)$$

v níž  $\varepsilon_s$  značí relativní (statickou) permitivitu dielektrika určenou při kmitočtu  $f \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon_\infty$  relativní (optickou) permitivitu určenou při velmi vysokých kmitočtech;  $\tau$  je relaxační doba, která je mimo jiné i funkcí teploty. **Vyjděte z obou uvedených vztahů a určete reálnou část  $\varepsilon'$  a imaginární část  $\varepsilon''$  komplexní permitivity.**

Rozdelením rovnice (4) na reálnu a imaginárnu zložku dostaneme:

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \cdot \frac{1 - j\omega\tau}{1 - j\omega\tau} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{\omega\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau^2}$$

Porovnaním s rovnicou  $\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''$  dostávame:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (\text{Reálna časť})$$

$$\varepsilon'' = \frac{\omega\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (\text{Imaginárna časť})$$

Poznámka: Tento príklad **nebol riešený vrámcí cvičenia**. Je prevzatý zo skript (BPC-EMV skripta 2019, strana 86 č. 10) a takisto ho možno nájsť aj v prednáškach (Prednáška č. 2, strany 14 - 18).