



# Elektrotechnické materiály a výrobní procesy I

## Neoficiální sbírka příkladů částí dielektrických materiálů a polovodičů

Verze: 0.2

27. októbra 2024

zadania 2023/2024 a 2024/2025 - skontroluj, mali by byt rovnake

chyby vyhradene - nenesiem ziadnu zodpovednosť!

nejedna sa o oficiálny material, iba pomocku na učenie

Autor: cinanko

## Vybrané konstanty

|                 |                         |                   |                                   |
|-----------------|-------------------------|-------------------|-----------------------------------|
| $c$             | $2,998 \cdot 10^8$      | $\text{m s}^{-1}$ | Rychlosť svetla                   |
| $h$             | $6,626 \cdot 10^{-34}$  | $\text{J s}$      | Planckova konstanta               |
| $k$             | $1,38 \cdot 10^{-23}$   | $\text{J K}^{-1}$ | Boltzmannova konstanta            |
| $m_a$           | $9,109 \cdot 10^{-31}$  | $\text{kg}$       | Hmotnosť elektronu                |
| $m_p$           | $1,672 \cdot 10^{-27}$  | $\text{kg}$       | Hmotnosť protonu                  |
| $N_A$           | $6,023 \cdot 10^{-23}$  | $\text{mol}^{-1}$ | Avogadrova konstanta              |
| $n_L$           | $2,688 \cdot 10^{25}$   | $\text{m}^{-3}$   | Loschmidtovo číslo                |
| $q$             | $-1,602 \cdot 10^{-19}$ | $\text{C}$        | Náboj elektronu                   |
| $\varepsilon_0$ | $8,854 \cdot 10^{-12}$  | $\text{F m}^{-1}$ | Permitivita vakuu                 |
| $\mu_0$         | $4\pi \cdot 10^{-7}$    | $\text{H m}^{-1}$ | Permeabilita vakuu                |
| $x$             | 0                       |                   | Redukovaná Boltzmannova konstanta |

## Vybrané vlastnosti polovodičových materiálů

Platné při teplotě  $T = 300 \text{ K}$

| Značka  | Křemík  | Germánium  | Vlastnost  |
|---------|---|--|--|
| $n_i$   | $1,45 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$               | $2,29 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$              | Koncentrace nosičů proudu (elektronů a děr) ve vlastním polovodiči |
| $W_g$   | 1,11 eV   | 0,67 eV  | Šířka zakázaného pásu  |
| $\mu_n$ | $0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ | $0,39 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ | Pohyblivost elektronů  |
| $\mu_p$ | $0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ | $0,19 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ | Pohyblivost děr  |
| $N_c$   | $2,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$                | $1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$              | Efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu                        |
| $N_v$   | $1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$               | $6,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$               | Efektivní hustota stavů ve valenčním pásu                          |

# 1 Oblast dielektrických materiálů a izolantů

1)

Elektronová polarizovatelnost  $\alpha_e$  atomu argonu je  $1,43 \cdot 10^{-40} \text{ F m}^2$ . Určete relativní permitivitu argonu při normálních fyzikálních podmírkách.

$$\alpha_E = 1,43 \cdot 10^{-40} \text{ F m}^2 \quad (\text{Farrad} \cdot \text{meter}^2)$$

$$\epsilon_r = ?$$

Claussius - Mossottiho rovnice (C - M)

$$\frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2} = \frac{n \cdot \alpha}{3 \cdot \epsilon_0} \quad \text{Musí být řešit!}$$

argon = inertní plyn  $\Rightarrow \epsilon_r \rightarrow 1$  (plyny)

$$\frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2} = \frac{n \cdot \alpha}{3 \cdot \epsilon_0}$$

$\alpha$  = polarizovatelnost

$\epsilon_0$  = permitivita vakuu

$n$  = počet atomů v  $1 \text{ m}^3$  lasky

$$\frac{\epsilon_r - 1}{3} = \frac{n \cdot \alpha}{3 \cdot \epsilon_0}$$

$$\epsilon_r = \frac{n \cdot \alpha}{\epsilon_0} + 1$$

$n_L$  = Loschmidtovo číslo = počet atomov v  $1 \text{ m}^3$  plynů  
(pevné lasky - zhruba 2-3 rady viac)

$$\epsilon_r = \frac{n_L \cdot \alpha}{\epsilon_0} + 1 = \frac{2,688 \cdot 10^{25} \cdot 1,43 \cdot 10^{-40}}{8,854 \cdot 10^{-12}} + 1 = 1,000434 [-]$$

$\Rightarrow$  plyn je malý príspevok (dak viac desatiných miest!)

Loschmidtovo číslo vieme použiť iba pri štandardných podmienkach (ak nemame zadanu napr. zmena tlaku atd.)

## 2)

Relativní permitivita  $\varepsilon_{rs}$  složeného ze dvou vzájemně nereagujících látok o permitivitách  $\varepsilon_{r1}$  a  $\varepsilon_{r2}$  se často určuje Lichteneckerovým mocninovým vztahem

$$\varepsilon_{rs}^k = v_1 \varepsilon_{r1}^k + v_2 \varepsilon_{r2}^k \quad (1)$$

v němž  $v_1$  a  $v_2$  jsou poměrné objemové podíly obou látok a  $k$  je empirická konstanta. Hodnota konstanty  $k$  se mění v rozsahu  $< -1; +1 >$  podle tvaru a rozložení částic obou látok; při chaotickém uspořádání částic  $k \rightarrow 0$ . Ukažte, že v tomto případě přechází mocninový vztah ve vztah logaritmický:

$$\log \varepsilon_{rs} = v_1 \log \varepsilon_{r1} + v_2 \log \varepsilon_{r2} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{rs}^k = v_1 \varepsilon_{r1}^k + v_2 \varepsilon_{r2}^k$$

$k$  = empirická konstanta (zkušenost)

$$a^x = 1 + \frac{x \cdot \ln a}{1!} + \frac{x^2 \ln a^2}{2!} + \dots \quad \begin{array}{l} \text{rozvoj vztahu} \\ (\text{mocnina rada}) \end{array}$$

*nejahyj príspevok*

*radovo ešte menší príspevok*

*ak  $x \rightarrow 0 \Rightarrow$  malý príspevok*

$$a^x \approx 1 + \frac{x \ln a}{1} \quad (\text{ila } \text{ted}' x \rightarrow 0)$$

$$x = k \quad 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{rs}}{1} = v_1 \cdot \left( 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{r1}}{1} \right) + v_2 \cdot \left( 1 + \frac{k \cdot \ln \varepsilon_{r2}}{1} \right)$$

$$1 + k \cdot \ln \varepsilon_{rs} = v_1 + v_1 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 + v_2 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

$$v_1 \text{ a } v_2 \rightarrow \text{poměrné objemové podíly}; \quad \underline{\underline{v_1 + v_2 = 1 \quad \text{VĚDY}}} \\ (\text{můžeme odstranit samosčadne složace } v_1, v_2 \approx 1)$$

$$k \cdot \ln \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot k \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

*k můžeme odstranit, pretože bolo v každom členovi*

$$\ln \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot \ln \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot \ln \varepsilon_{r2}$$

$$\ln x = 2,3 \cdot \log x$$

$$\log \varepsilon_{rs} = v_1 \cdot \log \varepsilon_{r1} + v_2 \cdot \log \varepsilon_{r2}$$

### 3)

Mezi elektrodami deskového kondenzátoru o rozměrech 7x12 cm a vzdálenosti elektrod 5 mm je vložena destička z polystyrenu o tloušťce 3 mm. Zbytek prostoru mezi elektrodami je vyplněn vzduchem za normálních atmosférických podmínek. Vypočtěte kapacitu tohoto kondenzátoru, je-li relativní permitivita polystyrenu při teplotě 20 °C rovna 2,3. Jak se změní kapacita kondenzátoru, je-li celý prostor mezi elektrodami vyplněn pěnovým polystyrenem, v němž je objemový podíl polystyrenu a vzduchu stejný jako v prvním případě?

## 4)

Rezistivitu elektroizolačních kapalin  $\rho_v$  lze v závislosti na teplotě vyjádřit vztahem

$$\rho = A \cdot \exp^{\frac{B}{T}} \quad (3)$$

v němž  $A[\Omega \text{ m}]$  a  $B[\text{K}]$  jsou materiálové konstanty; teplota T je udána v K. Kabelový impregnant složený z minerálního oleje s přídavkem 25 % (hmotnostních) rafinované kalafuny má při teplotě 20 °C rezistivitu  $2 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$ . Stanovte rezistivitu tohoto impregnantu při teplotách 50 °C a 80 °C, je li součinitel B roven  $7 \cdot 10^3 \text{ K}$ .

## 5)

Měřením dynamické viskozity transformátorového oleje BTS2 na Höpplerově viskozimetru byly při několika teplotách zjištěny údaje uvedené v tabulce. Stanovte rezistivitu tohoto oleje při teplotách 50 °C a 85 °C, je li hodnota rezistivity při teplotě 20 °C rovna  $8 \cdot 10^{11} \Omega \text{ m}$ . Při výpočtu předpokládejte, že při změně teploty se nemění koncentrace volných iontů v oleji.

**Tabulka:**

| $\vartheta [^\circ\text{C}]$ | 20                   | 40                   | 60                   | 80                   | 100                  |
|------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\eta [\text{N s m}^{-2}]$   | $4,35 \cdot 10^{-2}$ | $1,21 \cdot 10^{-2}$ | $3,95 \cdot 10^{-3}$ | $1,46 \cdot 10^{-3}$ | $6,01 \cdot 10^{-4}$ |

## 6)

V obvodu střídavého elektrického proudu je zapojen kondenzátor, jehož dielektrikum vykazuje ztráty. Chování tohoto kondenzátoru lze za předpokladu, že pochody v dielektriku jsou lineární vyšetřit sledováním ekvivalentního dvouprvkového náhradního zapojení kondenzátoru s ideálním, bezztrátovým dielektrikem a odporu představujícího ztráty. Uvažujte, že kondenzátor s ideálním dielektrikem o kapacitě  $C_p$  a odpor  $R_p$  jsou v náhradním zapojení spojeny paralelně a že je na uvedenou soustavu připojeno napětí  $U$ .

Nakreslete pro tento případ fázorový diagram napětí a proudů soustavy a určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

7)

Ve smyslu zadání úlohy č. C-7 uvažujte sériové zapojení odporu  $R_s$  a kondenzátoru s ideálním dielektrikem  $C_s$ . K soustavě obou prvků nechť je přiloženo napětí  $U$ . Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů soustavy, určete ztrátový činitel, celkovou impedanci a celkové ztráty energie v soustavě.

**8)**

Určete ztrátový činitel vzduchu za normálních fyzikálních podmínek a při kmitočtu 50 Hz, má-li rozhodující vliv na velikost ztrát elektrická vodivost vzduchu. Relativní permitivita vzduchu je za normálních fyzikálních podmínek rovna 1,000 584, rezistivita je za stejných podmínek  $10^{16} \Omega m$ .

## 9)

Komplexní permitivita  $\varepsilon^*$  dielektrika je definována vztahem  $\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''$ . V závislosti na kmitočtu lze podle Debyeho vyjádřit komplexní permitivitu rovnicí

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (4)$$

v níž  $\varepsilon_s$  značí relativní (statickou) permitivitu dielektrika určenou při kmitočtu  $f \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon_\infty$  relativní (optickou) permitivitu určenou při velmi vysokých kmitočtech;  $\tau$  je relaxační doba, která je mimo jiné i funkcí teploty. **Vyjděte z obou uvedených vztahů a určete reálnou část  $\varepsilon'$  a imaginární část  $\varepsilon''$  komplexní permitivity.**