

Tecnología Digital 1: Introducción a la Programación

Trabajo Práctico 1

Justificación de los casos de tests elegidos: 32 tests totales.

Para todas las funciones, **Test_EjemplosEnunciado:**
Se hizo la prueba para justificar lo solicitado en las pautas del TP.

Función Tests_decimal_a_binario:

MásDeUnDígito(self): dos números con más de una cifra.
NumerosRepetidos(self): secuencia de los mismos números.
NumerosPares(self): grupos definidos diferentes números.
NumerosImpares(self): idem punto anterior.
PotenciaDeDos(self): cálculos de números más complejos. Caso borde, no habitual, impacto significativo en la experiencia del usuario al ver el programa.

Función Tests_es_binario_balanceado:

SoloUnDígito(self): solamente una cifra difiere variación algunos son balanceados y otros no.
SoloUnos(self): número 1 repetidos.
CasiCompleto(self): lo que “casi pasaría”, tener más 1’s que 0’s o más 0’s que 1’s.
NumerosPares(self): grupos definidos diferentes números.
NumerosImpares(self): idem punto anterior.

Función Tests_cantidad_binarios_balanceados_entre:

Varios(self): números diversos al azar para incluir integridad con varias opciones.
NumerosFactoriales(self): producto de los números enteros positivos desde 1 hasta n o m, caso especial y no tan habitual, visto en la materia.
NumerosCompuestos(self): números naturales (cumple con el Requiere de la función) no primos, diferentes tipos de números divisibles.
NumerosPrimos(self): número natural, tiene divisor el 1 y él mismo.
IntervaloMínimo(self): si n y m son iguales (cumple Requiere $n \leq m$), en un rango muy pequeño y nos devolvería la cantidad de un balanceado solo.

Función Tests_siguiete_binario_balanceado:

MuchosDígitos(self): cifra más alta, escala más elevada de números.
MismosDígitosRepetidos(self): número con todos sus dígitos iguales.
NumerosImpares(self): grupos definidos diferentes números
Primeros10(self): primeros 10 números naturales, no siempre el siguiente binario balanceado es el número sucesivo al parámetro n, saltea hasta la cantidad idéntica de 0’s y 1’s.

Función Tests_anterior_binario_balanceado:

Cercanos_y_Alejados(self): n más bajo cerca y n más alto menor alejado.
Primeros8(self): primeros 8 números naturales, desde el 3, y difiere el resultado en 10.

Función Tests_binario_balanceado_mas_cercano:

CuandoEsBinarioBalanceado(self): 1er condicional, n misma cantidad 0’s y 1’s, res es = n.
BinariosPrevios(self): 3er condicional, si n-previo < sucesivo-n = número anterior.
Binarios_Sucesivos(self): 2do condicional, si n-previo > sucesivo-n = número siguiente.
SucesivoAnteriorIguales(self): 2do condicional n-previo sea = a sucesivo-n = num siguiente

Demostración de Correctitud y Terminación:

Función es_binario_balanceado:

Terminación:
Antes de empezar el ciclo, la variable i empieza valiendo 0. (línea 21)
En cada ejecución del cuerpo del ciclo, i se incrementa en 1. (línea 33)
Por la cláusula Requiere sabemos que n debe pertenecer a los números naturales, es decir que n debe ser > 0. Y, además, en el cuerpo del ciclo no se modifica el valor de n.
Entonces es inevitable que en algún momento i llegue a valer la longitud de conversión_n.
En ese momento, la condición $i < \text{len}(\text{conversión_n})$ será False, por lo que el ciclo terminará.

Correctitud: Primero identifiquemos qué cosas podemos afirmar sobre las variables del programa (i, contador_ceros y contador_unos) que sean verdaderas en los puntos (A), (B), (C) y (D), indicados en el código junto a la función es_binario_balanceado. Cuando n = 2 veamos:

i	contador_ceros	contador_unos
0	0	0
1	0	1
2	1	1

Viendo esta tabla, podemos afirmar 2 cosas que son verdaderas en cada iteración:

La variable i se encuentra entre 0 y el len de conversión_n (recordemos que len de conversión_n es 2) pero, ¿Por qué? Nosotros sabemos que i empieza valiendo 0 antes de entrar al ciclo, pero tal como dijimos en la terminación i va llegar a valer el len de conversión_n, es decir **0<=i<=len(conversión_n)**

La variable contador_ceros vale la cantidad de ceros, si en las primeras i posiciones sin incluir de conversión_n hay un ‘0’. Y la variable contador_unos vale la cantidad de unos, si en las primeras i posiciones sin incluir de conversión_n hay un ‘1’.

Notar que proponemos este **Invariante** para cualquier valor de n. Sigamos ahora el siguiente razonamiento que nos lleva desde el principio hasta el final de la ejecución de es_binario_balanceado:

#(A) Nuestro invariante es verdadero en el punto (A), donde i vale 0 (**esto me verifica 0<=i<=len(conversión_n)**) y las variables contador_ceros y contador_unos valen 0.

Analicemos si contador_ceros = 0 y contador_unos = 0, me verifica la segunda parte del invariante, contador_ceros vale la cantidad de ceros, si en las primeras i posiciones sin incluir de conversión_n hay un ‘0’ y contador_unos vale la cantidad de unos, si en las primeras i posiciones sin incluir de conversión_n hay un ‘1’. Decir ‘hasta las primeras i posiciones sin incluir’, es lo mismo que decir ‘hasta la pos i-1’, entonces nos queda:

- **contador_ceros vale la cantidad de ceros, si hasta la pos i-1, hay un ‘0’ y contador_unos vale la cantidad de unos, si hasta la pos i-1, hay un ‘1’.**

Pero, antes de entrar al ciclo, i vale 0, entonces nos queda:

- **contador_ceros vale la cantidad de ceros, si hasta la pos i-1, hay un ‘0’ y contador_unos vale la cantidad de unos, si hasta la pos i-1, hay un ‘1’.**

Pero ¿Qué posición podemos comparar hasta la pos i-1? → Ninguna porque i vale 0, entonces contador_ceros = 0 y contador_unos = 0, siendo cero ambas y sin poder comparar ninguna posición de conversión_n y eso es verificado por el contador_ceros = 0 y contador_unos = 0 del principio.

#(B) Notemos que la primera vez que llegamos a (B), el invariante vale por lo mismo del punto (A) (i=0, contador_ceros = 0 y contador_unos = 0) porque esto sucede justo después de que la guarda del while resulte True, entonces i, contador_ceros y contador_unos todavía no fueron afectados.

Luego de ejecutar todo el cuerpo llegamos a **#(C)** i = 1, contador_ceros se le suma un uno, porque vemos que si se compara la posición de la variable conversión_n con un ‘0’ y supongamos que esto fuera cierto es porque coincide con un ‘0’. Lo mismo sucede para contador_unos, si se compara la pos de conversión_n con un ‘1’ y eso resulta True es porque encajan y a contador_unos se le suma 1. Por consiguiente, i se incrementa en 1 y por eso se cumple: **0<=i<=len(conversión_n)** y **que contador_ceros vale la cantidad de ceros, si hasta la pos i-1, hay un ‘0’ y contador_unos vale la cantidad de unos, si hasta la pos i-1, hay un ‘1’.**

(Nuestro invariante siempre va ser verdadero al terminar el cuerpo del ciclo, cabe destacar que entre las 2 instrucciones cuando se ejecute la primera se va romper el invariante, pero luego en #C se reincorpora).

Esto se mantiene ciclo a ciclo, hasta que **i = len(conversión_n)**, es decir mientras que la guarda del while resulte True, mi ciclo “es como si fuera un ping pong” a lo largo de sucesivas iteraciones, tendremos que el invariante propuesto vale en (B), vale en (C), vale en (B), vale en (C), vale en (B), vale en (C), etc.

Cuando i llega a valer el $\text{len}(\text{conversión_n})$, ahí deja de valer la guarda del while, por lo tanto, la condición resulta Falsa, salimos del ciclo y llegamos al punto #D.

#(D) Dado que al evaluar la condición $i < \text{len}(\text{conversión_n})$ da False, no modifica el valor de las variables, por ende, el invariante sigue siendo verdadero en el punto (D) y es fácil ver que $i = \text{len}(\text{conversión_n})$, hace valer la primera parte del invariante: $0 \leq i \leq \text{len}(\text{conversión_n})$

Ahora analicemos la segunda parte:

contador_ceros vale la cantidad de ceros, si hasta la pos $i-1$, hay un ‘o’ y contador_unos vale la cantidad de unos, si hasta la pos $i-1$, hay un ‘1’.

Pero dijimos que $i = \text{len}(\text{conversión_n})$

Entonces:

contador_ceros vale la cantidad de ceros, hasta el $\text{len}(\text{conversión_n})-1$, si hay un ‘o’ y contador_unos vale la cantidad de unos, hasta el $\text{len}(\text{conversión_n})-1$, si hay un ‘1’.

¿Y que significa esto? → Tengamos en cuenta que $\text{len}(\text{conversión_n})-1$ es la última posición de conversión_n , entonces ¿si ya llega a la última posición es porque ya recorrió las primeras? Sí.

Entonces:

contador_ceros vale la cantidad de ceros y contador_unos vale la cantidad de unos para cada carácter de conversión_n , si hay un ‘o’ o si hay un ‘1’.

#comentario: Si sucede lo explicado y además al terminar al ciclo se cumple que contador_ceros y contador_unos tienen la misma cantidad de o’s o de 1’s (cada uno por separado y los comparas entre sí), la variable vr vale True. Si no sucede esto la variable vr vale False es decir que dejarían de ser iguales.

Y vemos que esta parte del invariante cumple con “mi devuelve” de la especificación de la función $\text{es_binario_balanceado}$. Así queda finalizada la demostración de la correctitud. \square

Función siguiente_binario_balanceado:

Terminación:

Antes de empezar el ciclo, variable $\text{binario_balanceado_posterior}$ empieza valiendo $n+1$ (l.63) En cada ejecución del cuerpo del ciclo, $\text{binario_balanceado_posterior}$ se incrementa en 1 (l.67). Por la cláusula Requiere sabemos que n debe ser mayor a 0, es decir debe pertenecer a los números naturales. Y además en el cuerpo del ciclo no se modifica el valor de n . Entonces es inevitable que en algún momento $\text{es_binario_balanceado}(\text{binario_balanceado_posterior})$ llegue a ser balanceado, sucede esto porque hay infinitos números balanceados, si no hubiese infinitos no podrían existir próximos números balanceados. En ese momento, la condición $\text{not es_binario_balanceado}(\text{binario_balanceado_posterior})$ será False, por lo que el ciclo terminará porque encontrará el binario sucesivo.

Correctitud: Primero identifiquemos qué cosas podemos afirmar sobre las variables del programa ($\text{binario_balanceado_posterior}$) que sean verdaderas en los puntos (A), (B), (C) y (D), indicados en el código junto a la función siguiente_binario_balanceado, cuando $n = 2$ veamos:

Binario_balanceado_posterior
3
4
5
6
7
8
9

Viendo esta tabla, podemos afirmar 2 cosas que son verdaderas en cada iteración:

La variable $\text{binario_balanceado_posterior}$ se encuentra entre $n+1$ (recordemos que $n=2$, pero antes de entrar al ciclo se le suma uno) y el $\text{binario_balanceado_posterior}$ inclusive, pero ¿Por qué? Nosotros sabemos que $\text{binario_balanceado_posterior}$ empieza valiendo $n+1$ antes de ingresar al bucle, pero tal como dije en la terminación $\text{binario_balanceado_posterior}$ va llegar a valer el siguiente binario balanceado, cuando se encuentre, entonces:
 $n+1 \leq \text{binario_balanceado_posterior} \leq \text{binario_balanceado_posterior}$

Para todo j (es decir número) entre $n+1$ y `binario_balanceado_posterior` incluido en el extremo izquierdo (todos esos j no son balanceados), pero no en el extremo derecho.

Notar que proponemos este **Invariante** para cualquier valor de n .

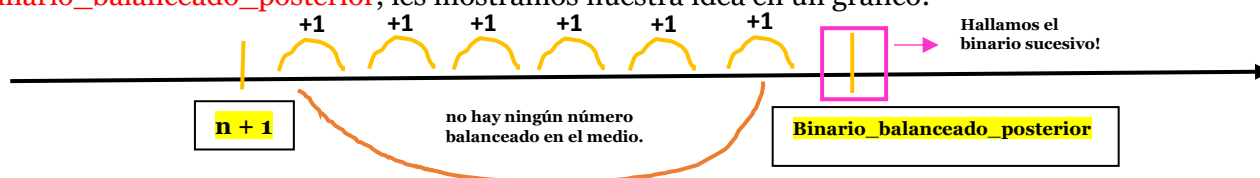
Sigamos ahora el siguiente razonamiento que nos lleva desde el principio hasta el final de la ejecución de `binario_balanceado_posterior`:

#(A) Nuestro invariante es verdadero en el punto (A), donde `binario_balanceado_posterior` vale $n+1$ (esto me verifica $n+1 \leq \text{binario_balanceado_posterior} \leq \text{binario_balanceado_posterior}$) y para verificar la segunda parte del invariante, supongamos que:

Podría llegar a ser cierto a que no haya binarios balanceados sucesivos, al momento de sumarle a `binario_balanceado_posterior` $n+1$ (en el caso de no entrar al ciclo, sin pasar por los puntos **#(B)** y **#(C)** y llegar directamente a **#(D)**, significa que hallamos el próximo binario balanceado).

#(B) Notemos que la primera vez que llegamos a (B), el invariante se rompe porque como entra al ciclo, significa que `binario_balanceado_posterior` no es binario balanceado, por lo tanto, la guarda del `while` = `not False`, quiere decir `True` e ingresamos. Mientras que la variable, `binario_balanceado_posterior` = $n + 1$ sigue valiendo lo mismo, porque todavía no fue alterada.

Luego de ejecutar todo el cuerpo del ciclo, llegamos a **#C**: (se reincorpora el invariante) `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior` + 1, se incrementa por primera vez, pero esta instrucción no te brinda mucha información, porque todavía no sabemos si es el siguiente binario balanceado o no. Pensemos que no sea el binario sucesivo, va ir preguntándose con la guarda iteración a iteración si `binario_balanceado_posterior` ¿es balanceado o no? Y vas a ir sumando de a 1, hasta hallarlo porque los números son infinitos, por lo tanto, todos los números que **no sean son aquellos que están en el medio entre $n+1$ y `binario_balanceado_posterior`**, les mostramos nuestra idea en un gráfico:



Esto se mantiene ciclo a ciclo, hasta hallar el `binario_balanceado_posterior`, es decir mientras que la guarda del `while` resulte `True`.

Cuando `binario_balanceado_posterior` llegue a valer el siguiente binario balanceado, ahí deja de valer la guarda del `while`, por lo tanto, la condición resulta Falsa, salimos del ciclo y llegamos al punto **#D**.

#(D) Al evaluar la condición `not es_binario_balanceado(binario_balanceado_posterior)` es `False` y eso no modifica el valor de las variables, por ende, el invariante sigue siendo verdadero en (D) y es fácil ver que `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior`. Hace valer la primera parte del invariante:

$n+1 \leq \text{binario_balanceado_posterior} \leq \text{binario_balanceado_posterior}$

Ahora analicemos la segunda parte:

Para todo j (es decir número) entre $n+1$ y `binario_balanceado_posterior` incluido en el extremo izquierdo (todos esos j no son balanceados), pero no en el extremo derecho.

Pero dijimos que `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior`

Entonces:

Para todo j (es decir un número) entre $n+1$ hasta que `binario_balanceado_posterior` sea el `binario_balanceado_posterior` que se quiera encontrar hacia la dirección de $+\infty$.

¿Y qué significa esto? \rightarrow `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior` es dicho número sucesivo que queríamos obtener entonces ¿si va sumando de a 1 en 1 y todos esos no son los balanceados que le siguen? Este, sí lo es.

Entonces:

Para j tal que $n+1 \leq \text{binario_balanceado_posterior} \leq \text{binario_balanceado_posterior}$, `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior` si j es el n sucesivo y si j no lo es `binario_balanceado_posterior` = `binario_balanceado_posterior` + 1 (hasta encontrarlo)

Y vemos que esta parte del invariante cumple con “mi devuelve” de la especificación de la función `es_binario_balanceado`. Así queda finalizada la demostración de la correctitud. \square