$$\vec{r}_M \times \vec{G}_M = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 3.6\text{m} & 0 & 2.7\text{m} \\ 0 & 0 & -200\text{N} \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 720\text{Nm} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{r}_A \times \vec{F}_{s1} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 4\text{m} & 0 & 3\text{m} \\ -4/5F_{s1} & 3/5F_{s1} & 0 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} -9/5F_{s1} \\ -12/5F_{s1} \\ 12/5F_{s1} \end{Bmatrix}\text{m}$$

$$\vec{r}_A \times \vec{F}_{s2} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 4\text{m} & 0 & 3\text{m} \\ -4/5F_{s2} & -3/5F_{s2} & 0 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} 9/5F_{s\cancel{1}2} \\ -12/5F_{s\cancel{1}2} \\ -12/5F_{s\cancel{1}2} \end{Bmatrix}\text{m}$$

De evenwichtsvergelijkingen zijn:

$$\vec{G}_V + \vec{G}_M + \vec{F}_{s1} + \vec{F}_{s2} + \vec{F}_O + \vec{F}_V = \vec{0}(\text{krachtenevenwicht})$$

$$\vec{r}_V \times \vec{G}_V + \vec{r}_M \times \vec{G}_M + \vec{r}_A \times \vec{F}_{s1} + \vec{r}_A \times \vec{F}_{s2} + \vec{r}_v \times \vec{F}_v + \vec{M}_O = \vec{0}(\text{momentenevenwicht t.o.v } O)$$

Bij windstilte is $F_v = 0$. Wanneer we bovenstaande gegevens invullen in de evenwichtsvergelijkingen en het 6×6 stelsel oplossen vinden we

$$\vec{M}_O = \vec{0}$$

$$\vec{F}_O = 363\text{N}\vec{e}_x + 250\text{N}\vec{e}_{\cancel{y}\,z}$$

3. Bereken de kracht in de twee verbindingsstaven bij een windbelasting van $100N$. Geef duidelijk aan of de staven aan druk of aan trek onderworpen zijn.

Wanneer we bovenstaande gegevens invullen in de evenwichtsvergelijkingen, rekening houden met $F_{vy} = 100N$ en het 6×6 stelsel oplossen vinden we

$$F_{s1} = 85\text{N};\ F_{s2} = 369\text{N}$$

Beide staven ondervinden een trekkracht.

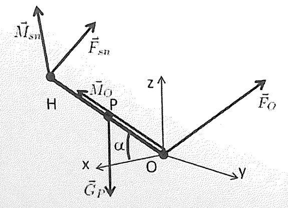
Bij het oplossen van het stelsel vinden we ook

$$\vec{M}_O = -80\text{Nm}\vec{e}_x - 60\text{Nm}\vec{e}_z$$

$$\vec{F}_O = 363\text{N}\vec{e}_x + 70\text{N}\vec{e}_y + 250\text{N}\vec{e}_z$$

4. Bereken de snedekracht en het snedemoment in het punt H, gelegen in het midden van OA, voor de windbelasting uit vraag 3. Geef deze kracht en moment als normaalkracht, dwarskracht, buigmoment en torsiemoment op het stuk van de mast dat tussen het punt H en de muur ligt.

Een vrijlichaamsdiagram van het stuk van de mast OH is gegeven door



$$\vec{r}_P = (1\text{m}, 0, 0.75\text{m})$$

$$\vec{G}_P = -\frac{OH}{OB} m_M \vec{g} = -56N\vec{e}_z$$

$$\vec{r}_H = (2\text{m}, 0, 1.5\text{m})$$

$$\vec{e}_H = \frac{\vec{r}_H}{\|\vec{r}_H\|} = (4/5, 0, 3/5)$$

Het snedemoment kan berekend worden uit de momentenvergelijking t.o.v. H:

$$\vec{M}_{sn} + \vec{M}_O + (\vec{r}_P - \vec{r}_H) \times \vec{G}_P + (\vec{r}_O - \vec{r}_H) \times \vec{F}_O = \vec{0}$$

zodat

$$\vec{M}_{sn} = -\vec{M}_O - (\vec{r}_P - \vec{r}_H) \times \vec{G}_P - (\vec{r}_O - \vec{r}_H) \times \vec{F}_O = \vec{0} \longrightarrow \begin{Bmatrix} 80 \\ 0 \\ 60 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 42 \\ 0 \\ -56 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -105 \\ 44 \\ 140 \end{Bmatrix}$$

Wanneer we de gegevens invullen en verder uitwerken vinden we dat

$$\vec{M}_{sn} = \begin{Bmatrix} \cancel{-25} \\ \cancel{100.6} \\ \cancel{200} \end{Bmatrix}\text{Nm} \quad \begin{Bmatrix} +17 \\ +44 \\ +144 \end{Bmatrix} Nm$$

$\vec{M}_{torsie}$ is de projectie van het snedemoment op de as OH en is gegeven door

$$\vec{M}_{torsie} = (\vec{M}_{sn} \cdot \vec{e}_H)\vec{e}_H = \begin{Bmatrix} 80 \\ 0 \\ 60 \end{Bmatrix}\text{Nm}$$

$$\vec{M}_{buig} = \vec{M}_{sn} - \vec{M}_{torsie} = \begin{Bmatrix} \cancel{-105} \\ \cancel{100.6} \\ \cancel{140} \end{Bmatrix}\text{Nm} \quad \begin{Bmatrix} -63 \\ 44 \\ 84 \end{Bmatrix} Nm$$

De snedekracht kan berekend worden uit het krachtenevenwicht:

$$\vec{F}_{sn} + \vec{G}_P + \vec{F}_O = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{sn} = -\vec{G}_P - \vec{F}_O = \begin{Bmatrix} -363 \\ -70 \\ -194 \end{Bmatrix}\text{N}$$

$$\vec{F}_{norm} = (\vec{F}_{sn} \cdot \vec{e}_H)\vec{e}_H = \begin{Bmatrix} -326 \\ 0 \\ -244 \end{Bmatrix}\text{N}\cancel{\text{m}}$$

$$\vec{F}_{dwars} = \vec{F}_{sn} - \vec{F}_{norm} = \begin{Bmatrix} -37 \\ -70 \\ 50 \end{Bmatrix}\text{N}\cancel{\text{m}}$$