Proiect Tehnici Simulare

Membrii echipei: Dragutescu Mihail, Stegarescu Ana-Maria, Tonica Marius, Dobre Stefan

Restaurant cu Autoservire

O problema cu 2 cozi in serie:

Restaurantul functioneaza in toate zilele saptamanii, intre orele 09:00 si 21:00.

"Clientii" vor fi clienti propriu-zisi a restaurantului. Prima coada va fi pentru a plasa o comanda si pentru a achita.

Primul "server" e casierul. A doua coada este coada de asteptare a prepararii mancarii si ridicarea mancarii.

Al doilea "server" este un singur bucatar. Bucatarul va fi persoana care pune bucatele pe tava. El va pregati fiecare comanda pe rand si le pune pe tava dupa preparare. Timpul de asteptare in coada depinde de timpul de preparare al bucatelor si variaza in functie de comanda curenta si de cele plasate anterior neterminate. In prima coada se pot afla maxim 10 clienti pentru a plasa comanda. In coada 2 pot astepta maxim 15 persoane. Daca deja sunt 15 persoane in coada 2, cei din prima coada raman in prima coada. Si daca in prima coada sunt 10 de persoane, nu mai apar persoane noi.

Ordinea pentru ridicarea mancarii este exact ordinea in care s-a plasat comanda.

Orele de varf sunt orele pentru pranz si cina, 13:00-14:30, si respectiv 19:00-20:00. Cand se face 21:00, clientii nu mai sunt primiti in coada, dar cei din coada deja existenta vor fi deserviti pana la capat.

Restaurantul va ramane deschis pana se deservesc toti clientii.Nu exista intervale orare din zi in care restaurantul sa nu functioneze. Mereu se vor gasi angajati care sa le ia locul celor ce se duc in pauza.

Restaurantul nu ramane fara produse si ingrediente pentru preparare, sau bani pentru rest.

Datele problemei:

Ana Maria Stegărescu

$$\lambda(t) = \begin{cases} 3t^2 + 2t + 1, & t \in [0,4] \\ 2e^t - 1, & t \in (4,5) \\ \ln t + 5t, & t \in [5,10] \\ \cos t \cdot e^{2t} - 2, & t \in (10,11) \\ 2t + 5, & t \in [11,12] \end{cases}$$

$$Y_1 : \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}8 & 1{,}2 & 1{,}8 & 2{,}0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} & \frac{3}{24} \end{pmatrix} \qquad Y_2 \sim Norm(15, 2)$$

Unde Y1, Y2 sunt timpii de deservire in coada 1, respectiv coada 2 fara a lua in considerare timpul de asteptare pentru clientii din fata, si lambda(t) este rata procesului Poisson neomogen ce ne dicteaza timpii de sosire a clientilor.

Am considerat pretul fiecarei comenzi ca depinzand de timpul dat de y2 (timpul de preparare a bucatelor).

Functia:

```
pret <- function(t)
{
  5*t^2 + 90*t
}
```

valorile rezultat sunt aproximativ in intervalul [16,30].

Implementarea functiilor ce ne genereaza Y1 si Y2:

$$F(X) = \begin{cases} 0, & x < 0{,}5 \\ \frac{1}{4}, & 0{,}5 \leq x < 0{,}8 \\ \frac{3}{4}, & 0{,}8 \leq x < 1{,}2 \\ \frac{5}{6}, & 1{,}2 \leq x < 1{,}8 \\ \frac{21}{24}, & 1{,}8 \leq x < 2 \\ 1, & 2 \leq x \end{cases}$$

funcția de repartiție pentru y_1

$F(X) = P(X \leq x)$.

fie $U \sim Unif(0, 1)$

$$X = \begin{cases} 0{,}5, & 0 \leq U < \frac{1}{4} \\ 0{,}8, & \frac{1}{4} \leq U < \frac{3}{4} \\ 1{,}2, & \frac{3}{4} \leq U < \frac{5}{6} \\ 1{,}8, & \frac{5}{6} \leq U < \frac{21}{24} \\ 2, & \frac{21}{24} \leq U < 1 \end{cases}$$

$X = Y1$.

Simulăm Exponențiala cu ajutorul Uniformei prin metoda inversă, și Normala cu ajutorul Exponențialei prin metoda respingerii.

$X \sim Exp(\lambda),\ \lambda > 0$

$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$

$u \sim Unif(0,1)$

$x = F^{-1}(u) \Rightarrow u = F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-u)$

$(1-u) \sim u \Rightarrow X = -\frac{1}{\lambda} \ln u$

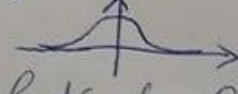
Fie $Y \sim Exp(1)$ $g(x) = e^{-x},\ x > 0$

Considerăm $X \sim Norm(0,2)$

$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}},\ x \in \mathbb{R}$

(Centrul Normalei pentru Y_2 trebuie să fie 15, dar vom muta centrul μ în algoritm).

$\tilde{f}(x) = \frac{2}{\cancel{2}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}}$



(Normala e simetrică față de Oy, dacă $\mu = 0$).

$h(x) = \frac{\tilde{f}(x)}{g(x)} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{x - \frac{x^2}{4}}$

Aflăm punctul de maxim al lui $h(x)$:

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{x - \frac{x^2}{4}}\right)' = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\pi}}}_{\neq 0} \underbrace{e^{x - \frac{x^2}{4}}}_{\neq 0} \left(1 - \frac{1}{2}x\right) = 0$

$1 - \frac{1}{2}x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	1		2		3
$h'(x)$	+ + +		0		- - -
$h(x)$	$\nearrow$		$h(2)$		$\searrow$

$c = 2$

1) Generez $Y \sim Exp(1)$
2) Generez U_1, U_2 ($\sim Unif(0,1)$)
3) Dacă $U_1 \leq \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{Y - \frac{Y^2}{4}}$ atunci $X_1 = Y$ și STOP

Altfel, go to 1.

4) Dacă $U_2 \leq \frac{1}{2}$, atunci $X = \mu - X_1 = 15 - X_1$
Altfel $X = 15 + X_1$

Rezultate:

!!!Obs: Timpii sunt in ore.

Timpul minim petrecut de un client in coada 1: 0.008333333

Timpul minim petrecut de un client in coada 2: 0.2060209

Timpul minim petrecut de un client in sistem: 0.2143542

Timpul maxim petrecut de un client in coada 1: 1.139847

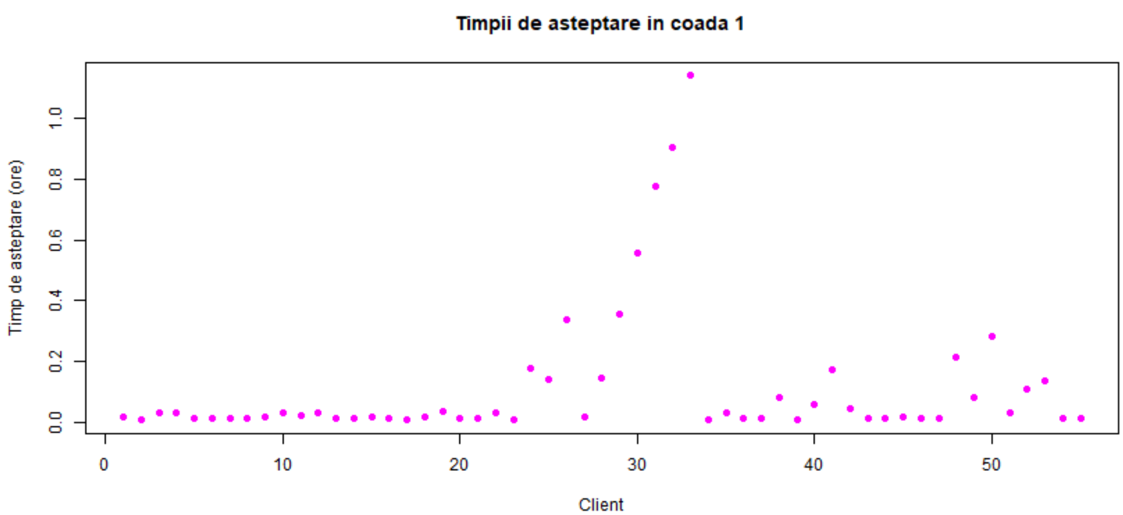
Timpul maxim petrecut de un client in coada 2: 3.739118

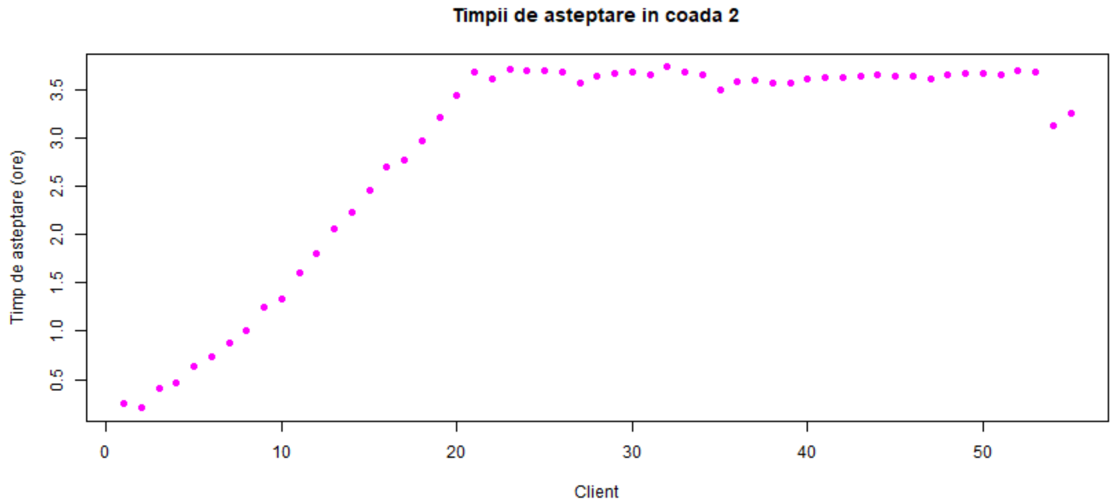
Timpul maxim petrecut de un client in sistem: 4.829137

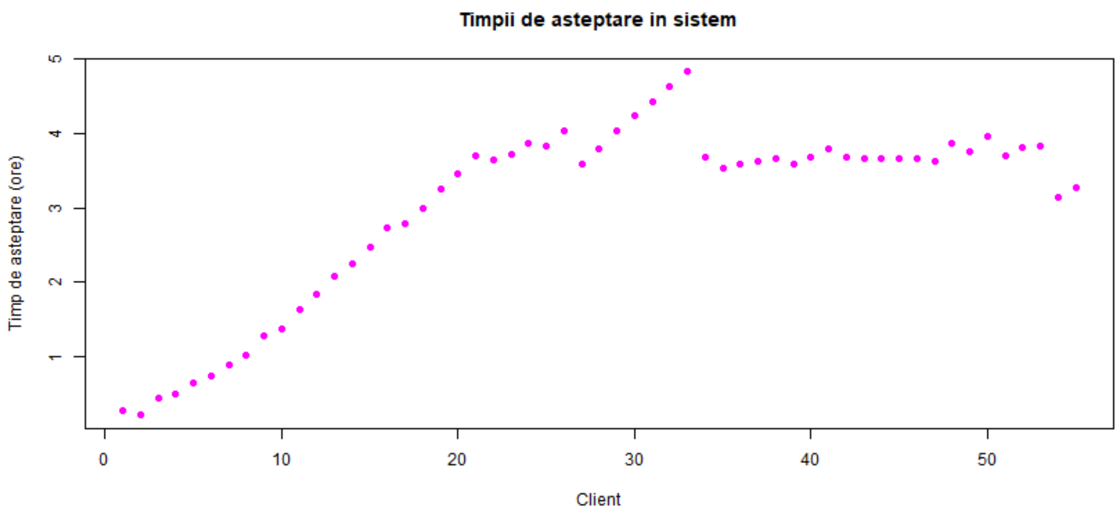
Timpul mediu petrecut de un client in coada 1: 0.1164337

Timpul mediu petrecut de un client in coada 2: 2.896499

Timpul mediu petrecut de un client in sistem: 3.012932







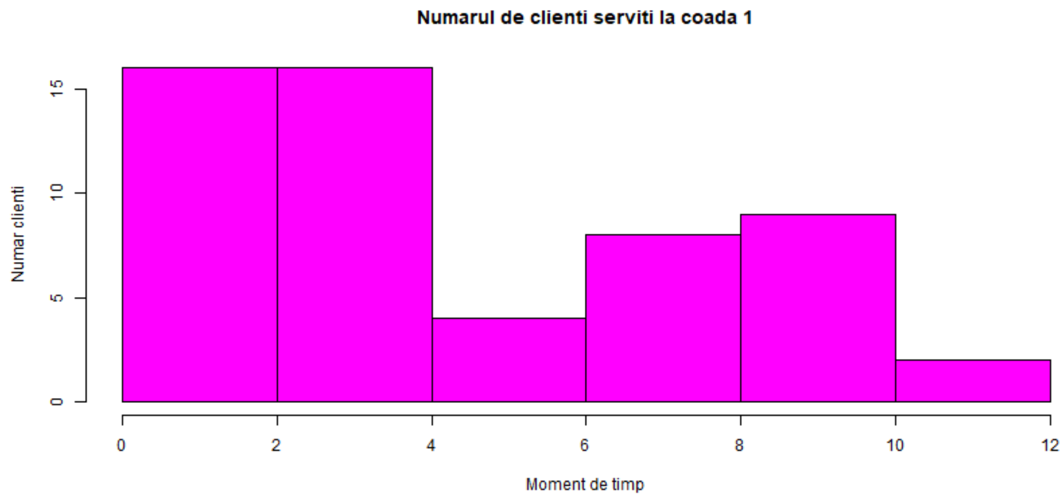
Numarul mediu de clienti deserviti intr-o zi: 58.956

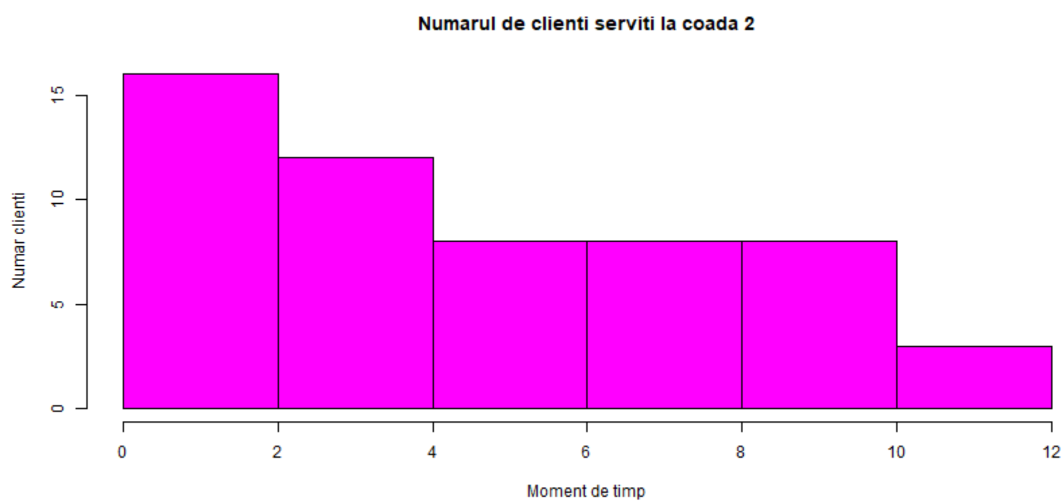
Primul moment de timp la care se pierde un client: 2.260393

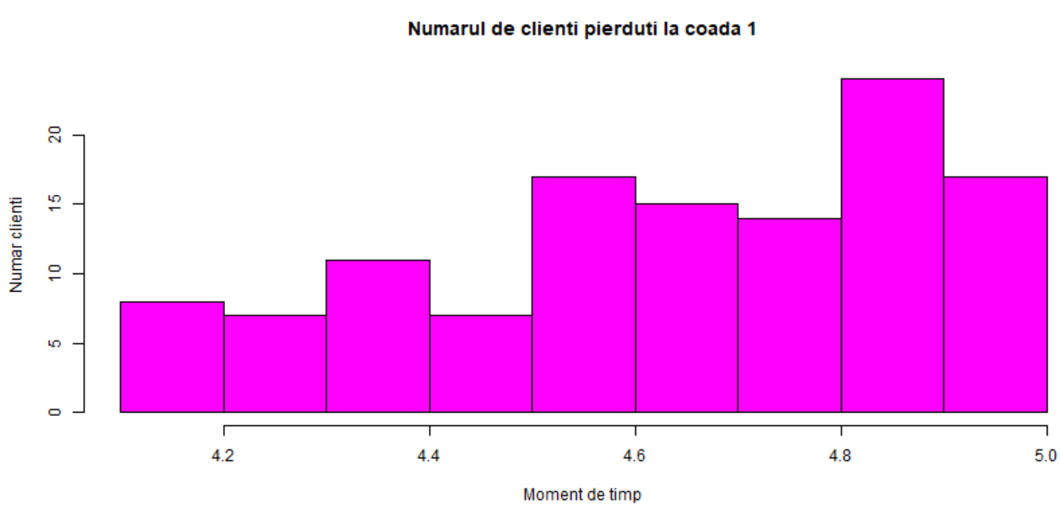
Numarul mediu de clienti pierduti in coada 1: 116.754

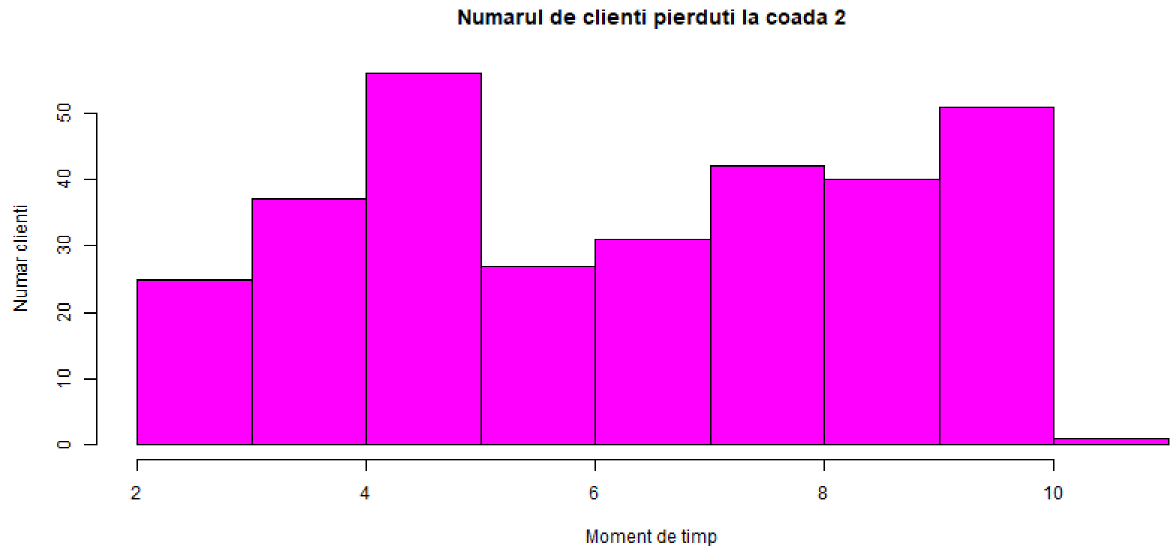
Numarul mediu de clienti pierduti in coada 2: 309.789

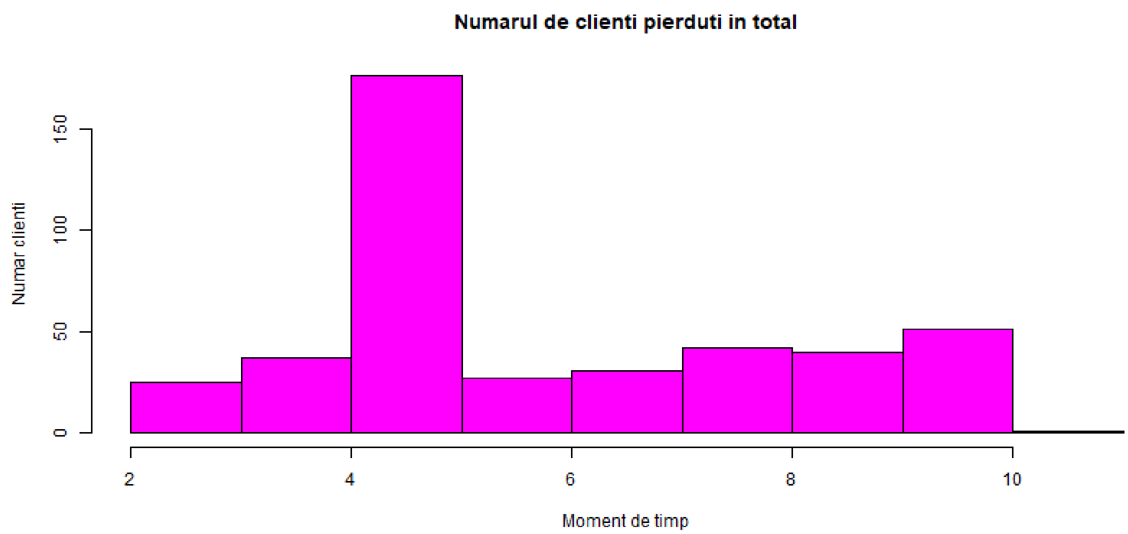
Numarul mediu de clienti pierduti: 426.543


Numarul de clienti serviti la coada 1
Numar clienti
0
5
10
15
0
2
4
6
8
10
12
Moment de timp


Numarul de clienti serviti la coada 2
Numar clienti
0
5
10
15
0
2
4
6
8
10
12
Moment de timp


Numarul de clienti pierduti la coada 1
Numar clienti
0
5
10
15
20
4.2
4.4
4.6
4.8
5.0
Moment de timp

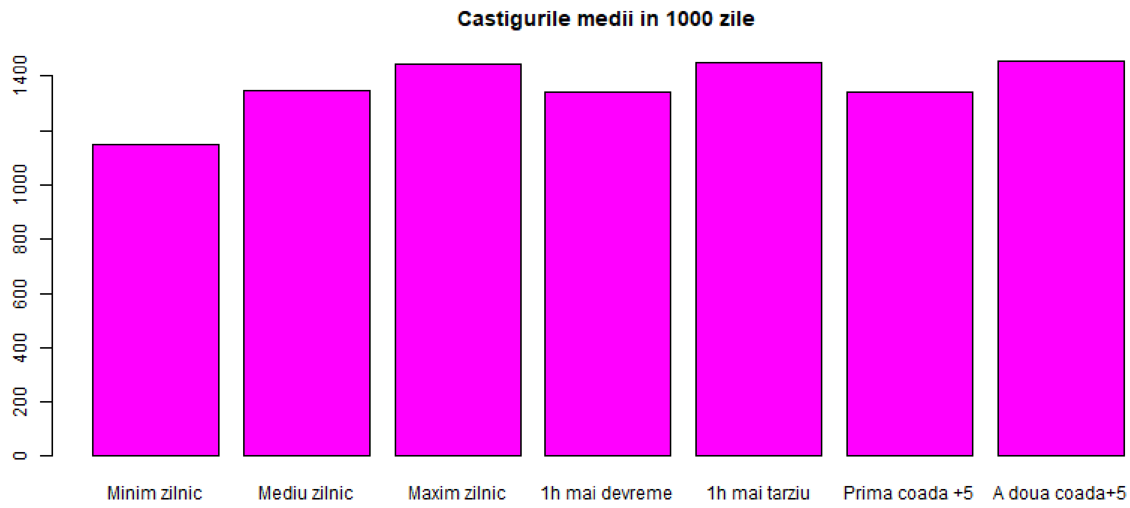


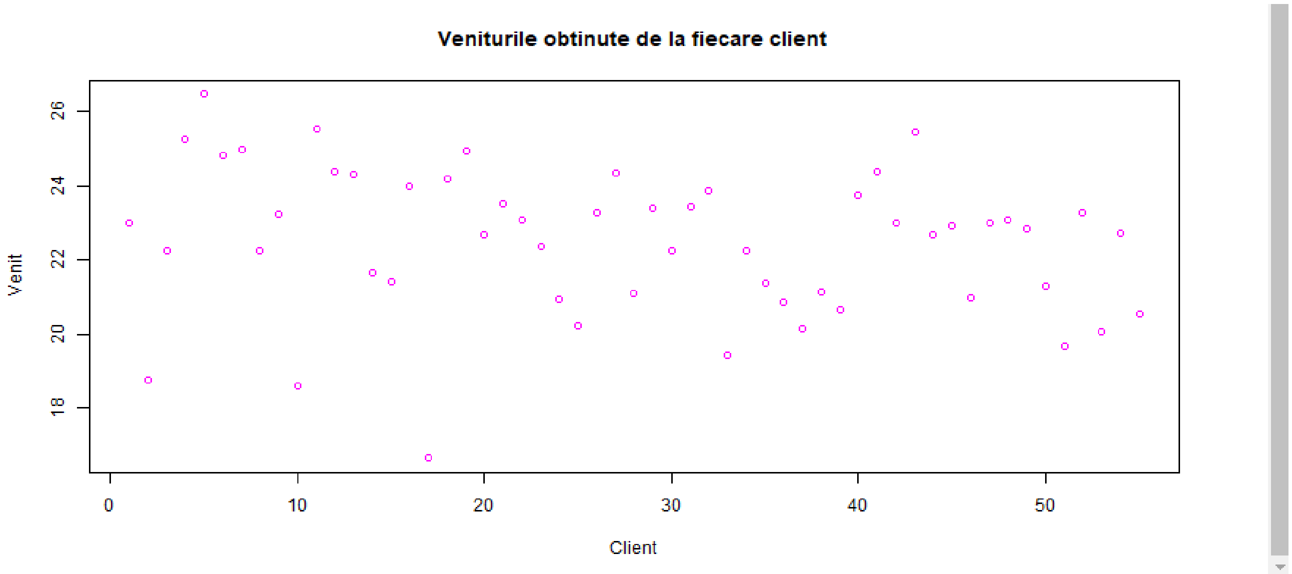


Castigul mediu zilnic: 1344.772

Castigul minim zilnic in 1000 zile: 1148.11

Castigul maxim zilnic in 1000 zile: 1444.978





Castigul mediu zilnic daca programul incepe cu o ora mai devreme: 1339.443

Diferenta de castig fata de programul obisnuit: -5.328994

Castigul mediu zilnic daca programul incepe cu o ora mai tarziu: 1452.947

Diferenta de castig fata de programul obisnuit: 108.1755

Castigul mediu zilnic daca putem avea cu 5 clienti mai multi in prima coada: 1341.613

Diferenta de castig fata de programul obisnuit: -3.158952

Castigul mediu zilnic daca putem avea cu 5 clienti mai multi in a doua coada: 1460.236

Diferenta de castig fata de programul obisnuit: 115.4638

Concluzii:

In orele de varf (ora 13:00, sau t=4), desi rata cu care vin clientii e cea mai mare, nu sunt deserviti cei mai multi clienti. Clientii se pierd, din cauza ca ratele de sosire a clientilor si deservire in coada 1 sunt mult mai mari decat rata de deservire in coada 2. Rata de deservire in coada 1 are cea mai inalta probabilitate de a fi 0.01(3) ore, iar in coada 2 – 0.25 ore. (Am considerat timpii dati de Y1 si Y2 ca fiind in minute).

Motivul unui numar mare de clienti pierduti e faptul ca in coada 2 mereu se atinge limita maxima de 15 persoane.

Marirea limitei cozii 2 cu 5 persoane ne mareste venitul zilnic cu aproximativ 100 (lei).

Marirea limitei cozii 1 cu 5 persoane foarte rar aduce un venit in plus.

Extinderea intervalului orar cu o ora (mai devreme) la fel nu aduce venit, insa daca extindem cu o ora dupa programul obisnuit, obtinem un venit de aproximativ 100.

Concluzionam ca tine foarte mult de functia lambda(t), care pentru un t<=4 ne da o frecventa mai mica de clienti fata de cazul cand t>=11.