Laboratorio di simulazioni finanziarie

A.A. 2017/2018

Approccio attuariale alla misurazione del rischio operativo: Il Loss Distribution Approach

ERIK HOLLER - ELIA SCARPARO - STEFANO ZAMPIERO

Indice

1. **Il rischio operativo a livello attuariale**
2. Il Loss Distribution Approach (LDA)
3. Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)
4. Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo
5. Confronto fra distribuzioni
6. Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach

Definizione di rischio operativo

“ Rischio di perdite dovute a inadeguati processi interni, errori umani, carenze nei sistemi operativi o a causa di eventi esterni ”

Ogni banca deve maturare una definizione interna di rischi operativi, classificandoli in base ai vari fattori di rischio che possono presentarsi in ogni business line

Working paper 09/2001, Comitato di Basilea

Fattori di rischio operativo

Processi interni

- Model risk
- Transaction risk
- Security risk
- Settlement error

Sistemi interni

- Inadeguati sistemi informativi e tecnologici
- Inefficienze e malfunzionamento di hardware e software

Fattori umani

- mancanza di esperienza e di professionalità del personale
- frodi, collusioni, attività criminali violazione di leggi …

Eventi esogeni

- Eventi naturali al di fuori del controllo aziendale

Business line

Corporate finance	Negoziazione e vendite	Retail banking	Commercial banking
Pagamenti e regolamenti	Gestioni fiduciarie	Asset management	Negoziazione al dettaglio

1. Il rischio operativo a livello attuariale
2. **Il Loss Distribution Approach (LDA)**
3. Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)
4. Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo
5. Confronto fra distribuzioni
6. Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach

Definizione

Il Loss Distribution Approach permette di stimare per tutte le *business line* e i tipi di *rischio* la distribuzione di probabilità della severity (impatto del singolo evento) e la frequenza dell'evento usando dati interni

Con queste due distribuzioni è possibile computare la distribuzione di probabilità aggregata delle perdite operative. Nella nostra analisi non avendo a disposizione dati reali su perdite operative e sulla loro frequenza le abbiamo generate simulandole casualmente

Loss Distribution Approach

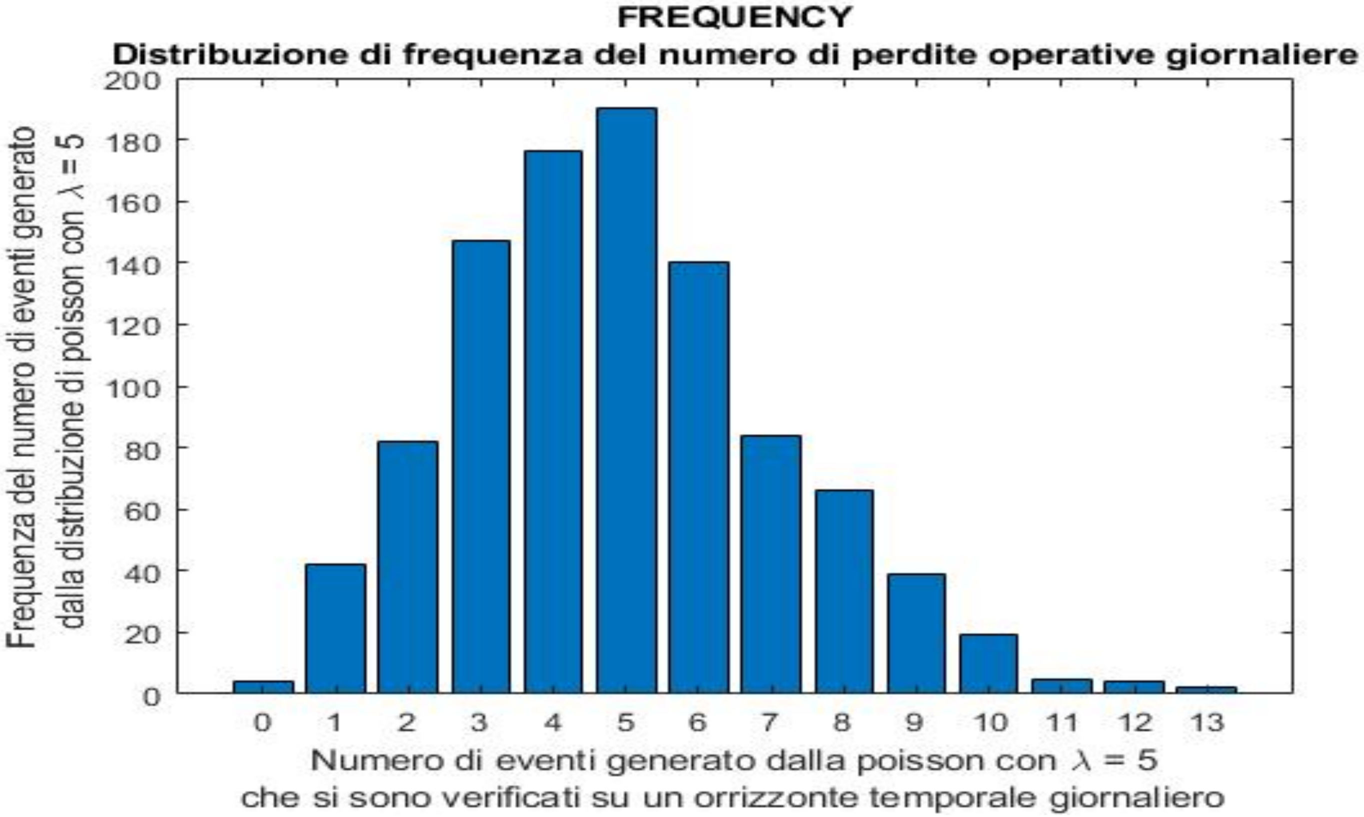
$$L = \sum_{i=1}^{k} X_i$$

$dove\ k$ ~ Poisson(λ)

Xi ~ Logn(μ,σ^2) (i=1, …, K)

Costruzione della distribuzione di ***frequency***

- Definita come la distribuzione di probabilità del numero di perdite operative nell'arco di un anno



La **distribuzione di Poisson** è utile per la stima della frequency in quanto:

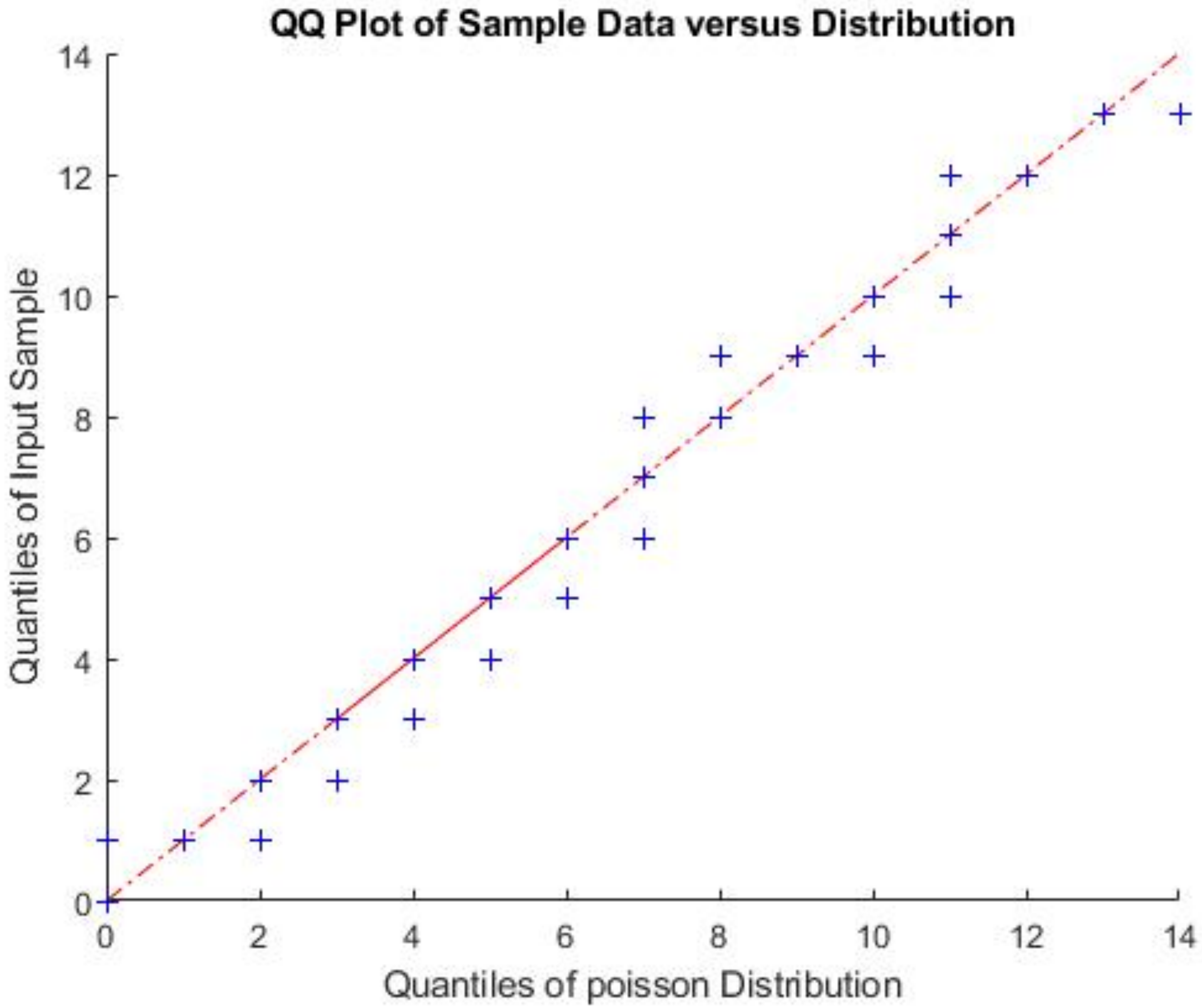
- si possono aggregare più distribuzioni di Poisson legate ciascuna ad un determinato *event type* all'interno di una determinata business line (sfruttando l'ipotesi di indipendenza degli eventi nei diversi sottoperiodi temporali) **PROPRIETA' ADDITIVA**;

$$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \text{ con } O < \lambda < \infty \text{ dove } X \sim P(\lambda)$$

$$F(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{\lambda^K \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

- è semplice da implementare, basta conoscere il numero medio di volte che l'evento si verifica in un arco di tempo (***lambda***) per definire l'intera distribuzione;

- Costruzione di un QQplot utile per verificare se la distribuzione teorica utilizzata, in questo caso una poissoniana, approssima correttamente i valori di k



Costruzione della distribuzione di ***severity***

- Essa rappresenta la densità di probabilità dell'impatto monetario derivante da un singolo evento operativo;

- Per rappresentare la distribuzione del fenomeno osservato abbiamo utilizzato una distribuzione continua definendo quindi le severity delle perdite operative effettuando estrazioni casuali da una distribuzione **log-normale**

$$f(x) = \frac{e^{\frac{-(log(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma^2 x}}$$

1. Il rischio operativo a livello attuariale
2. Il Loss Distribution Approach (LDA)
3. **Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)**
4. Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo
5. Confronto fra distribuzioni
6. Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach

Value at Risk

Misura di rischio che sintetizza il rischio di perdite operative e cioè l’incertezza della variabile casuale L;

Il VAR si definisce come la massima perdita in un certo intervallo di tempo [t,T] con un dato livello di confidenza (1-α).

Capital at Risk

- Capitale necessario a coprire una perdita potenziale entro un determinato livello di confidenza ed entro un determinato orizzonte di tempo.

- Il Capitale economico permette di allocare alle diverse linee di business della banca la giusta quantità di capitale per valutarne poi la reddittività.

- Il capitale economico è pari alla perdita inattesa e cioè alla differenza tra la perdita corrispondente ad un determinato livello di confidenza scelto dalla banca e alla perdita attesa.

1. Il rischio operativo a livello attuariale
2. Il Loss Distribution Approach (LDA)
3. Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)
4. **Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo**
5. Confronto fra distribuzioni
6. Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach

Modellizzazione della perdita e simulazione **Monte Carlo**

1. Definizione delle distribuzioni di severity e frequency ;
2. Generazione di un numero sufficiente di scenari di frequency e severity:
   - si genera un certo numero casuale k estraendolo dalla distribuzione di frequency;
   - si generano k variabili x_i campionate dalla distribuzione di severity;
3. Si sommano le k variabili xi individuate e si trova L (perdita operativa);
4. Si ripete il processo per un numero sufficientemente grande di scenari e si studia la distribuzione delle perdite operative così ottenuta;
5. Dalla distribuzione cumulativa empirica di L si individua il VaR come percentile al livello desiderato

Vediamo alcuni valori della matrice X e del vettore k

Variables - x

x

13x1000 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	14.5524	16.3897	7.0993	52.0614	9.6709	76.7568	28.0419	4.8715	26.2253	12.6235
2	15.7271	7.0565	0	22.6567	25.7282	82.7484	35.4986	38.4598	26.9436	49.5789
3	94.2234	6.0846	0	5.7066	34.4097	0	7.8347	60.2305	3.7578	0
4	13.9204	0	0	30.8029	30.6570	0	0	10.9695	45.0324	0
5	0	0	0	4.7728	48.5147	0	0	67.2324	7.0696	0
6	0	0	0	0	64.6653	0	0	5.8030	0	0
7	0	0	0	0	10.6986	0	0	21.7450	0	0
8	0	0	0	0	19.6176	0	0	146.0939	0	0
9	0	0	0	0	15.2391	0	0	86.2866	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Variables - k

k

1x1000 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	3	1	5	9	2	3	9	5	2

Vediamo alcuni valori della matrice L

Variables - L_sort

L_sort

3x1000 double

	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000
1	131.8841	133.8431	136.3824	138.3527	138.8804	144.2525	157.6600	166.0161	174.3249	195.8360	227.5657
2	249.0572	255.3463	258.2240	284.4500	305.0778	323.9540	347.7367	478.6554	479.4058	493.8238	625.5208
3	600.1881	604.0794	619.4377	630.6904	645.0059	685.6241	714.5121	774.6839	855.3053	1.0285e+03	1.7375e+03

Ipotesi formulate

Quanto fatto fin qui poggia sulle seguenti assunzioni:

- eventi di perdita sono reciprocamente indipendenti tra i diversi sottointervalli temporali;
- il costo di ogni “incidente” sia identicamente distribuito;
- la distribuzione di frequency e quella di severity siano indipendenti.

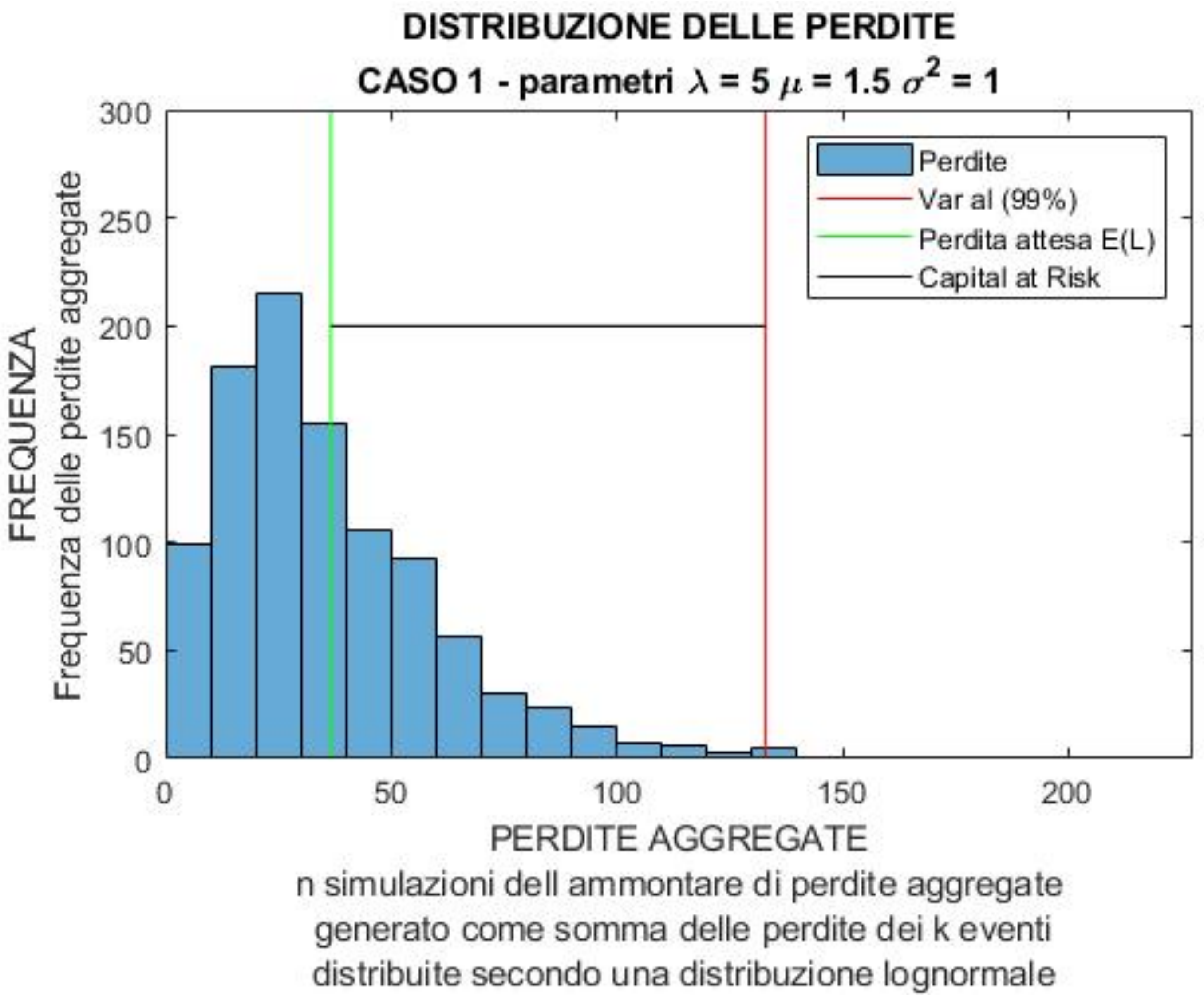
Aggregazione delle classi di rischio CaR e VaR aggregato

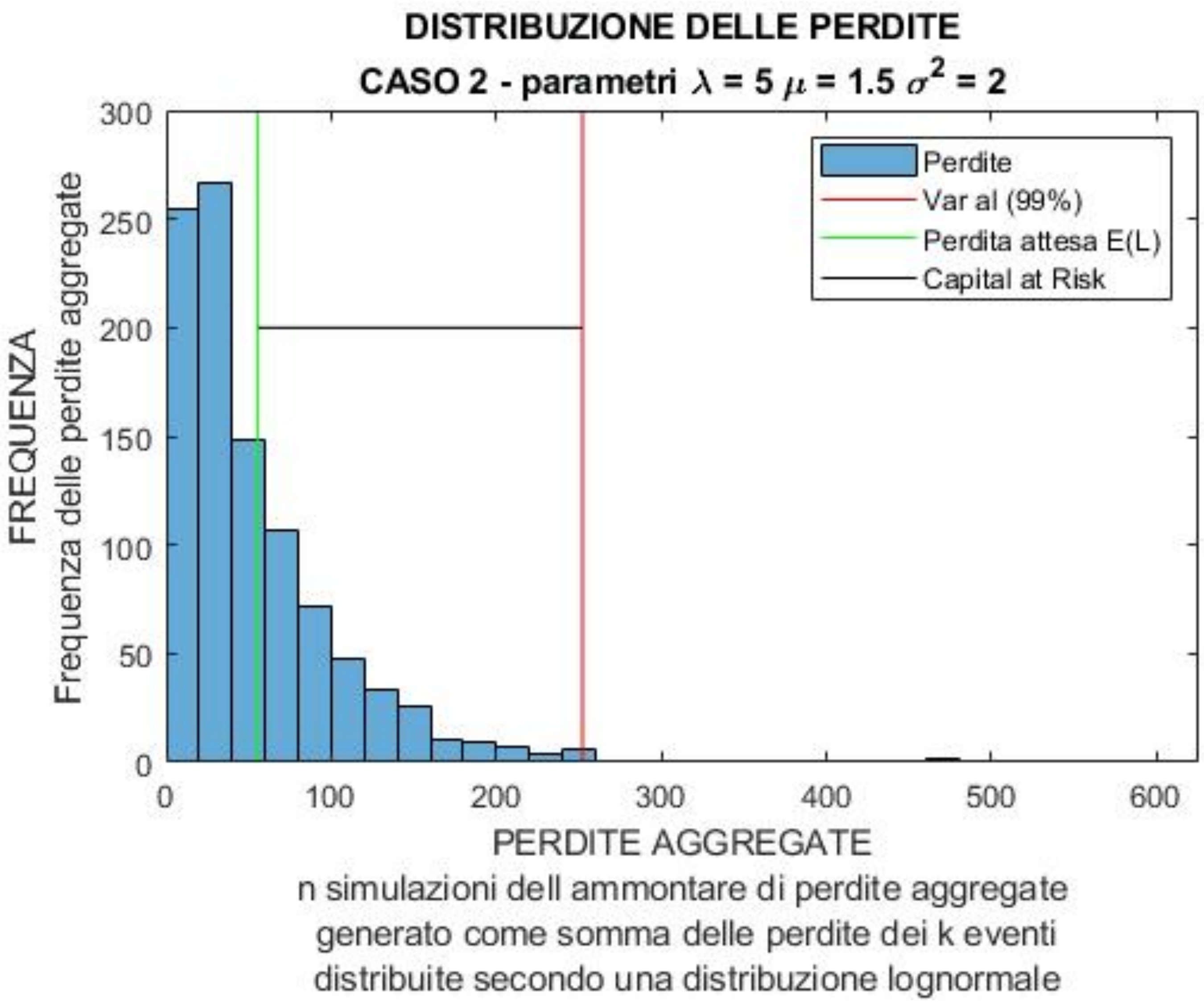
- Il calcolo del requisito patrimoniale complessivo a fronte del rischio operativo può essere effettuato sommando i requisiti patrimoniali determinati per ciascuna Business Line e tipologia di evento ipotizzando tra loro indipendenza.

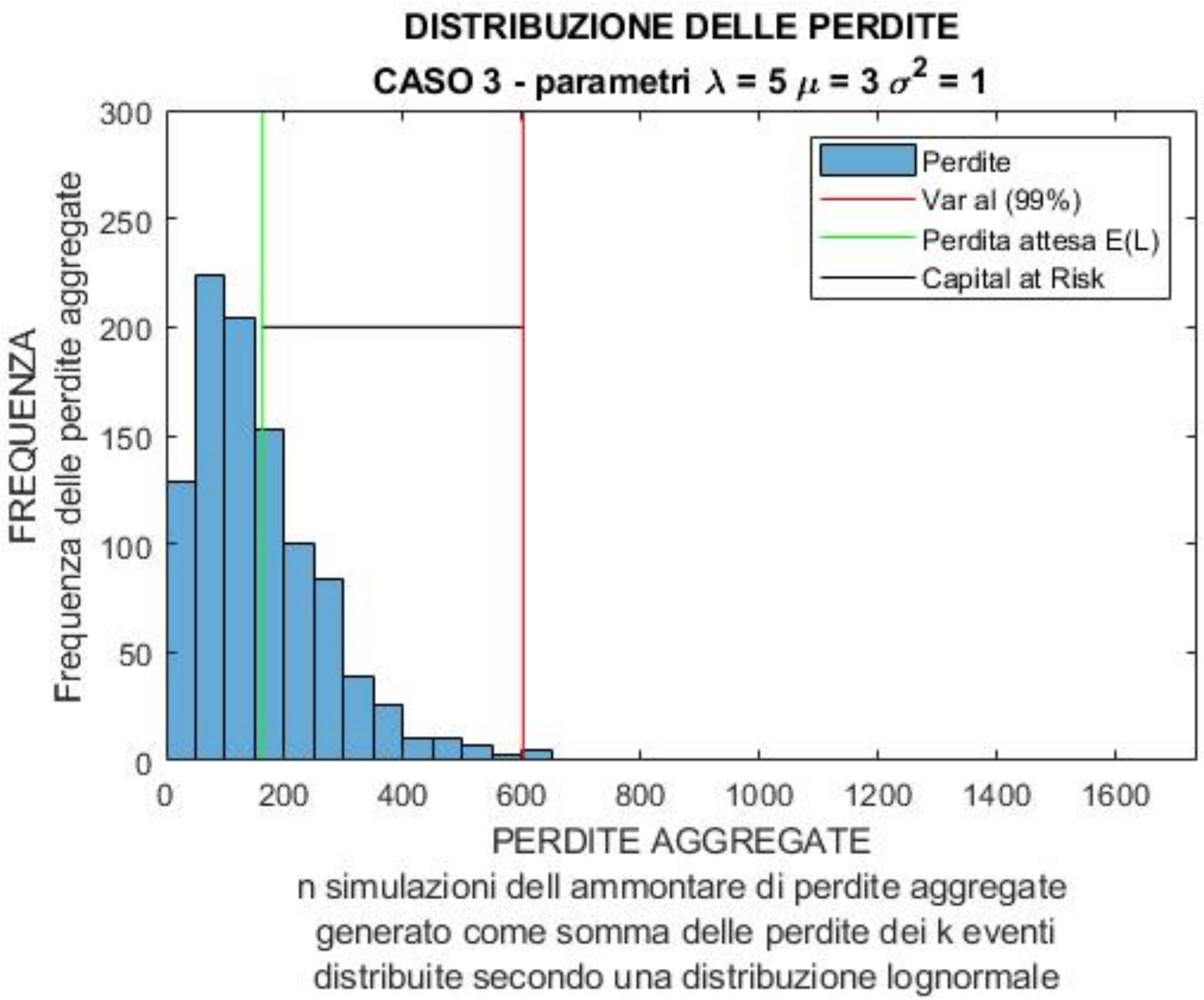
Per una business line e un event type

- Segue il confronto grafico delle distribuzioni di perdita relative ad una business line e ad un event type per i 3 casi:

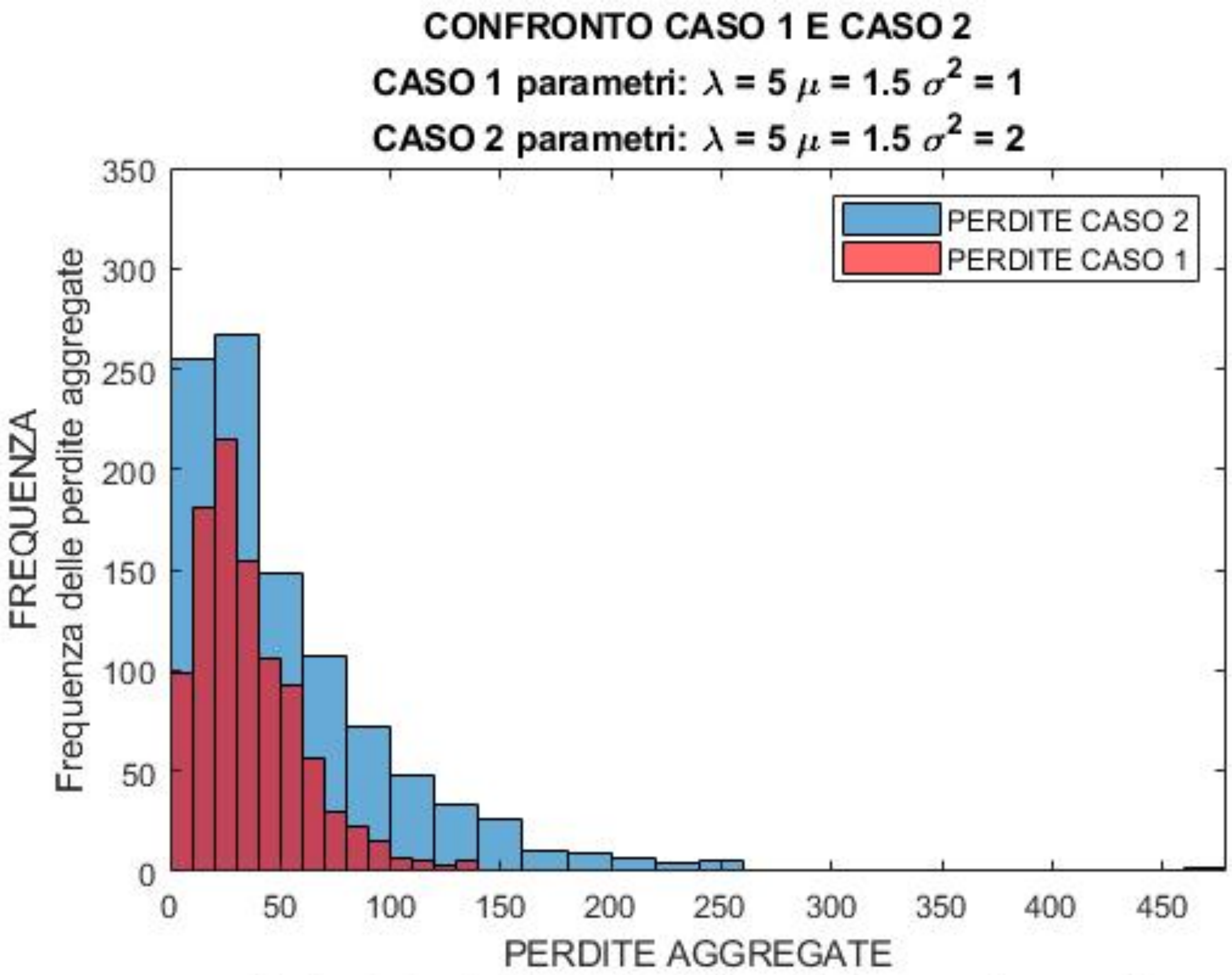
Caso n-esimo	Media(μ)	Varianza (σ^2)
1	1,5	1
2	1,5	2
3	3	1


DISTRIBUZIONE DELLE PERDITE
CASO 1 - parametri λ = 5 μ = 1.5 σ^2 = 1
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
Perdite
Var al (99%)
Perdita attesa E(L)
Capital at Risk
PERDITE AGGREGATE
n simulazioni dell ammontare di perdite aggregate
generato come somma delle perdite dei k eventi
distribuite secondo una distribuzione lognormale
0
50
100
150
200
250
300


DISTRIBUZIONE DELLE PERDITE
CASO 2 - parametri λ = 5 μ = 1.5 σ2 = 2
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
PERDITE AGGREGATE
n simulazioni dell ammontare di perdite aggregate
generato come somma delle perdite dei k eventi
distribuite secondo una distribuzione lognormale
Perdite
Var al (99%)
Perdita attesa E(L)
Capital at Risk
0
50
100
150
200
250
300
400
500
600

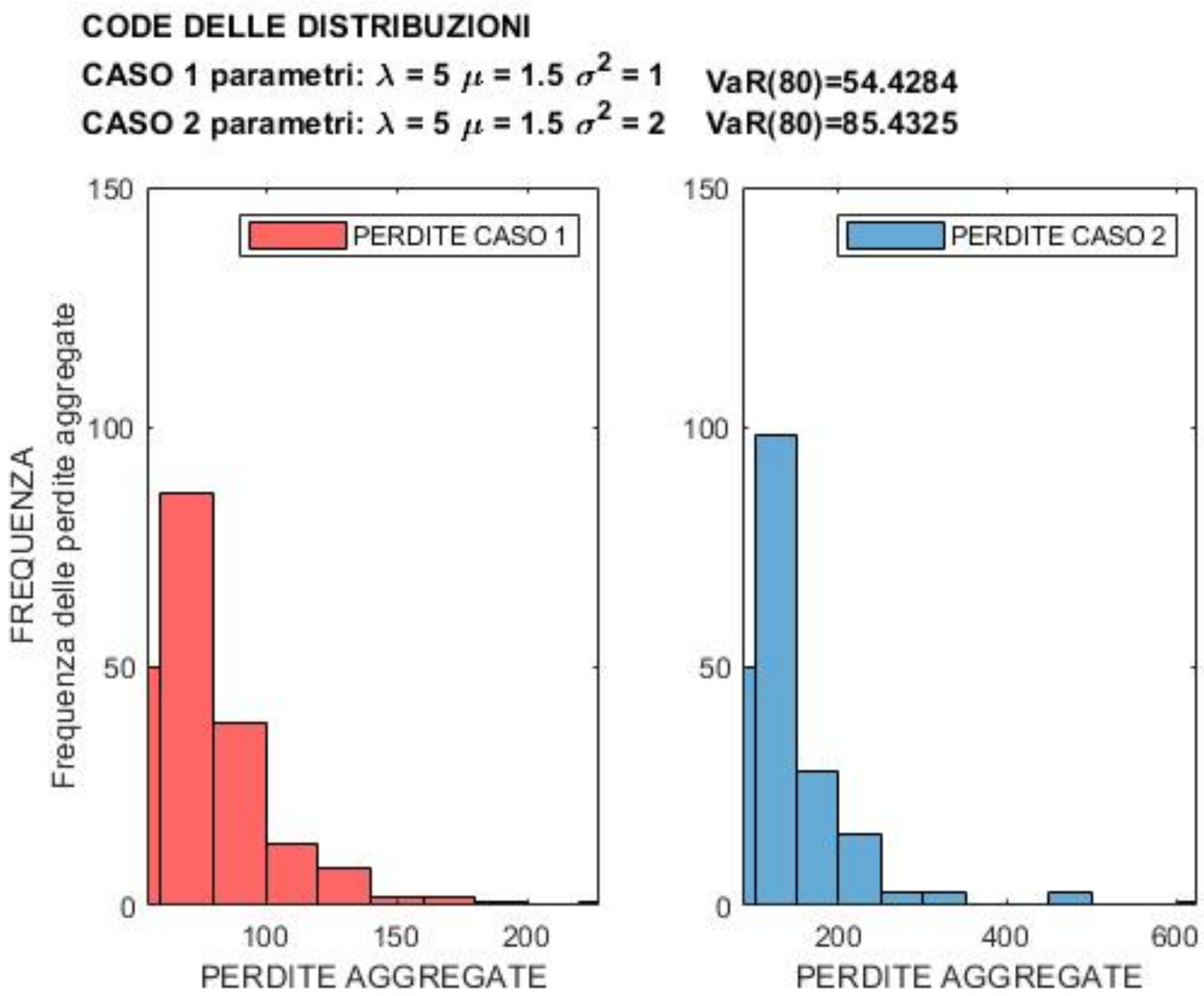

DISTRIBUZIONE DELLE PERDITE
CASO 3 - parametri λ = 5 μ = 3 σ^2 = 1
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
300
250
200
150
100
50
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
PERDITE AGGREGATE
n simulazioni dell ammontare di perdite aggregate
generato come somma delle perdite dei k eventi
distribuite secondo una distribuzione lognormale
Perdite
Var al (99%)
Perdita attesa E(L)
Capital at Risk

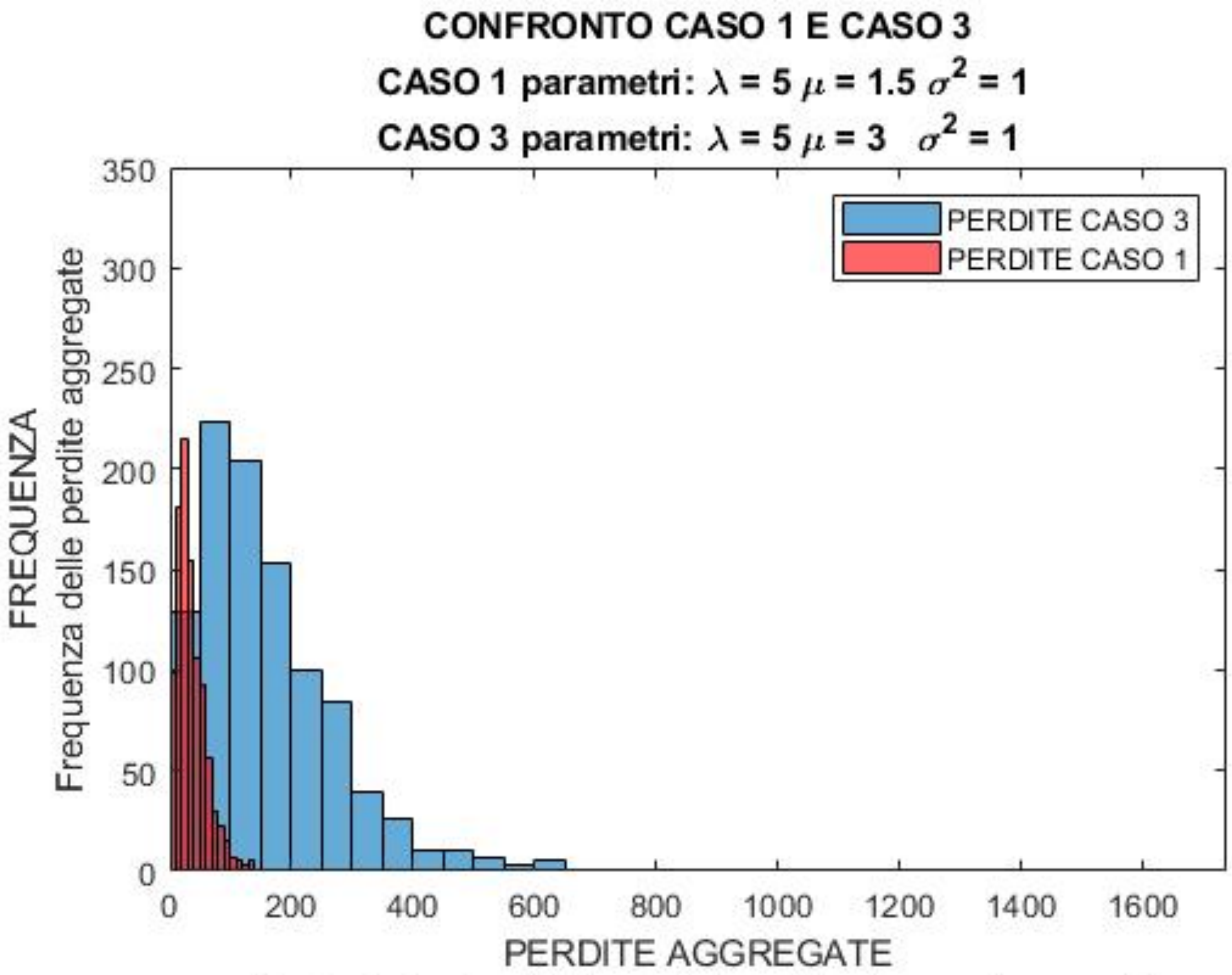
1. Il rischio operativo a livello attuariale
2. Il Loss Distribution Approach (LDA)
3. Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)
4. Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo
5. **Confronto fra distribuzioni**
6. Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach



Confronto tra le distribuzioni di perdita tra caso 1 e caso 2

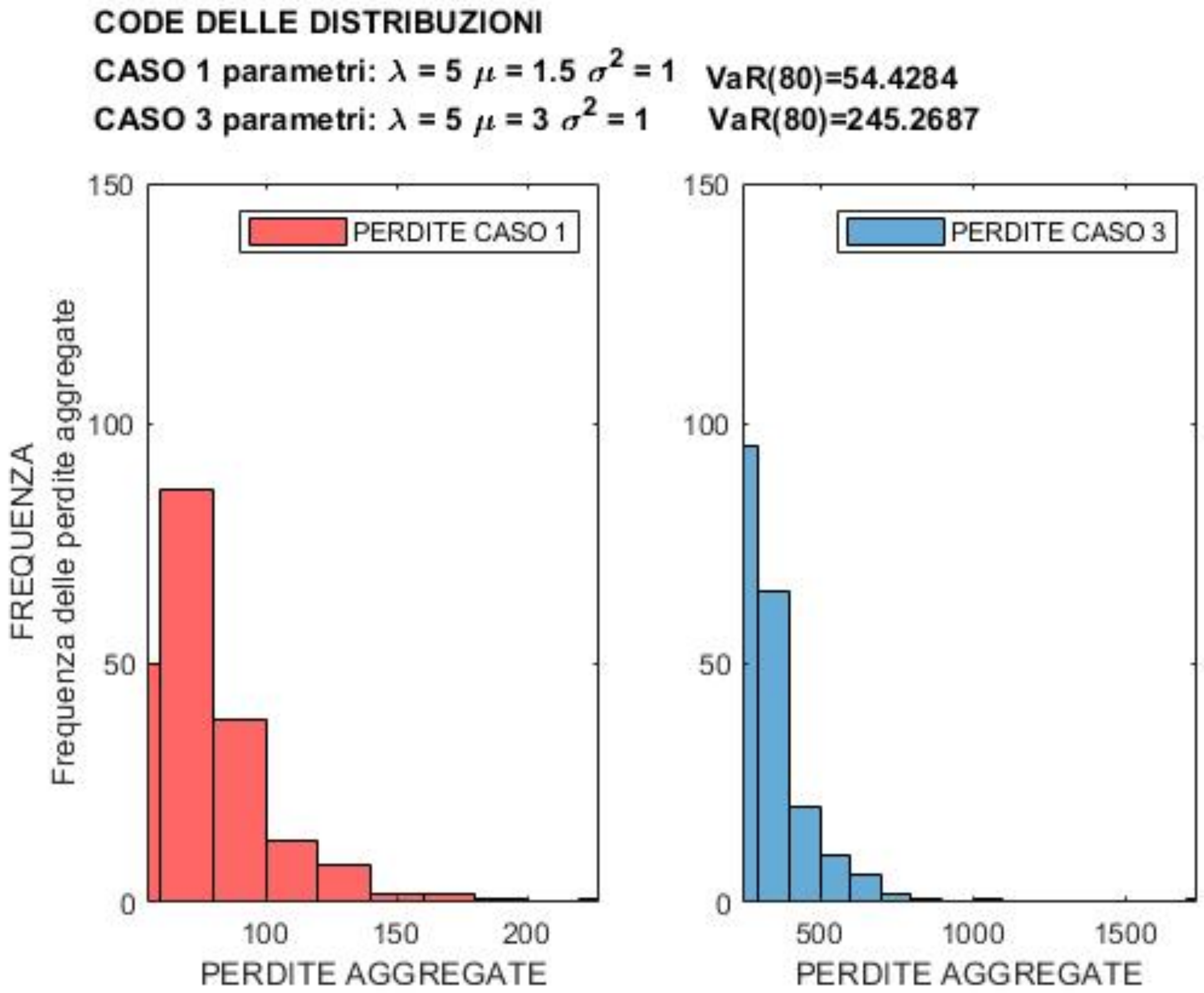
Caso n-esimo	Value at Risk	Expected Loss	Capital at Risk
1	132,86	36,61	96,24
2	252,20	55,74	196,45


CODE DELLE DISTRIBUZIONI
CASO 1 parametri: λ = 5 μ = 1.5 σ² = 1 VaR(80)=54.4284
CASO 2 parametri: λ = 5 μ = 1.5 σ² = 2 VaR(80)=85.4325
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
PERDITE CASO 1
PERDITE CASO 2
0
50
100
150
100
150
200
200
400
600
PERDITE AGGREGATE
PERDITE AGGREGATE

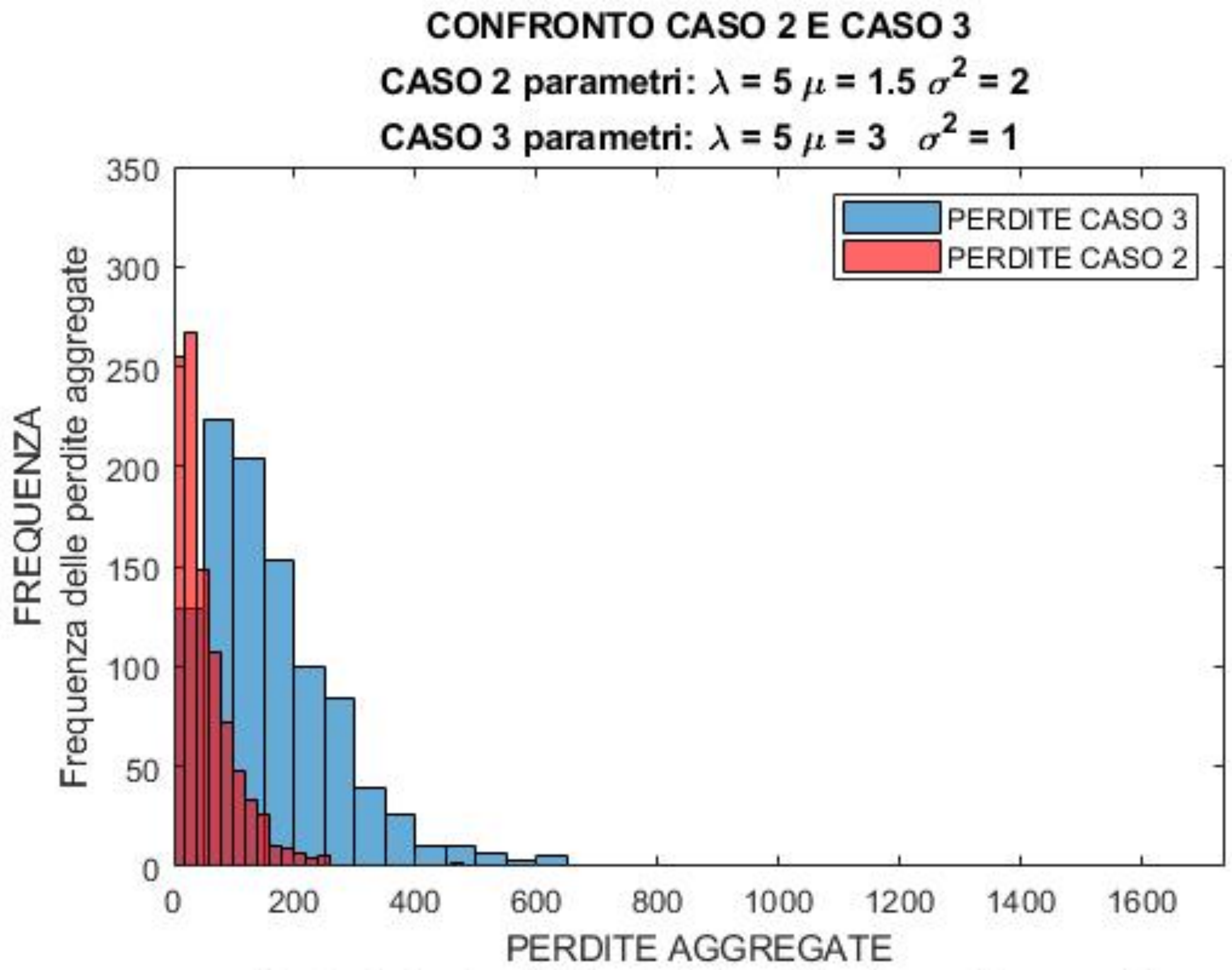


Confronto tra le distribuzioni di perdita di caso 1 e caso 3

Caso n-esimo	Value at Risk	Expected Loss	Capital at Risk
1	132,86	36,61	92,24
3	602,13	163,10	439,02



CODE DELLE DISTRIBUZIONI
CASO 1 parametri: $\lambda = 5$ $\mu = 1.5$ $\sigma^2 = 1$ VaR(80)=54.4284
CASO 3 parametri: $\lambda = 5$ $\mu = 3$ $\sigma^2 = 1$ VaR(80)=245.2687
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
PERDITE CASO 1
PERDITE CASO 3
PERDITE AGGREGATE
PERDITE AGGREGATE
150
100
50
0
100
150
200
500
1000
1500



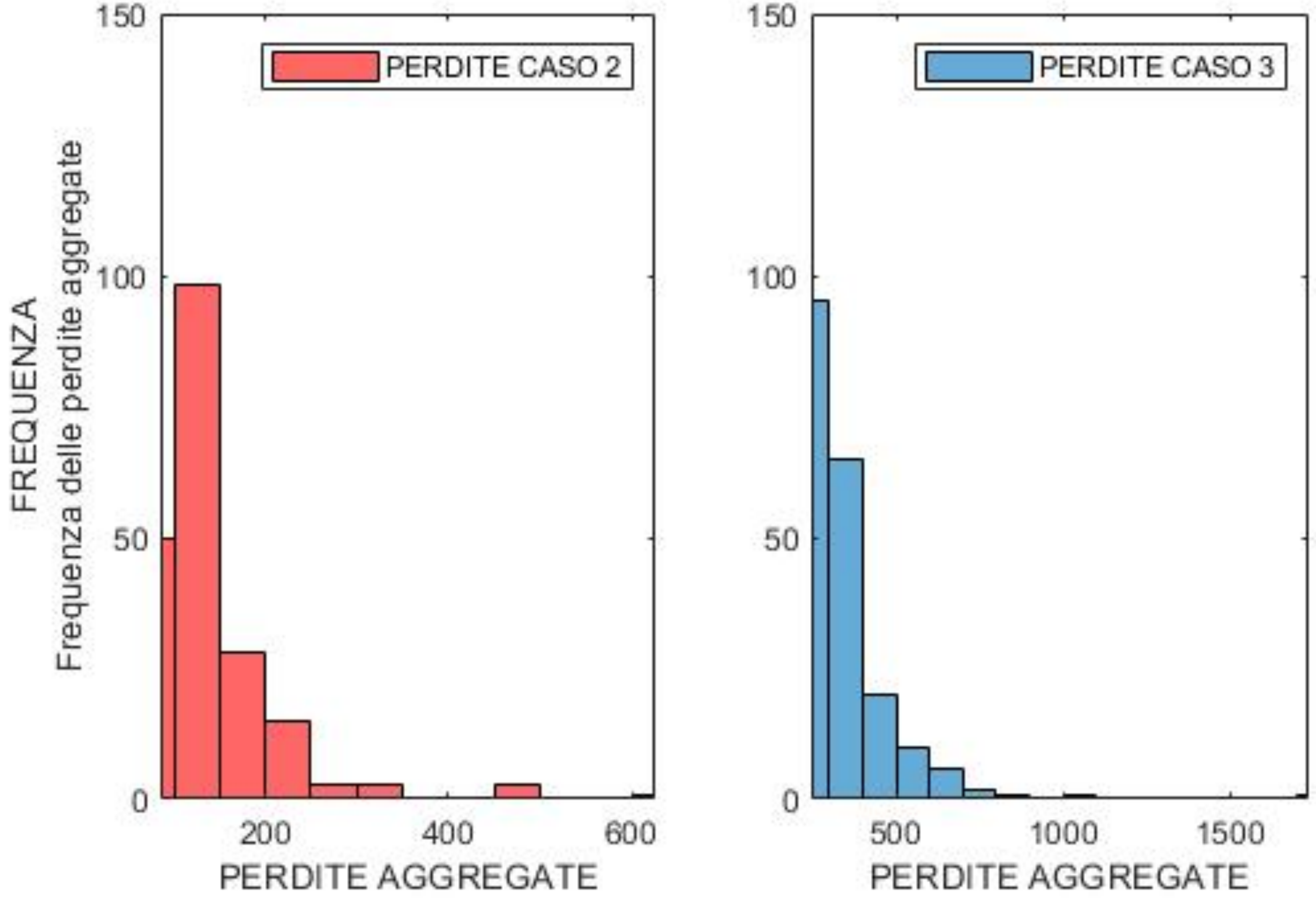
Confronto tra le distribuzioni di perdita di caso 2 e caso 3

Caso n-esimo	Value at Risk	Expected Loss	Capital at Risk
2	252,20	55,74	196,45
3	602,13	163,10	439,02

CODE DELLE DISTRIBUZIONI

CASO 2 parametri: $\lambda = 5$ $\mu = 1.5$ $\sigma^2 = 2$ VaR(80)=85.4325

CASO 3 parametri: $\lambda = 5$ $\mu = 3$ $\sigma^2 = 1$ VaR(80)=245.2687



Riepilogo parametri e misure di rischio

Caso n-esimo	Media(μ)	Varianza (σ^2)
1	1,5	1
2	1,5	2
3	3	1

Caso n-esimo	Value at Risk	Expected Loss	Capital at Risk
1	132,86	36,61	96,24
2	252,20	55,74	196,45
3	602,13	163,10	439,02

1. Il rischio operativo a livello attuariale
2. Il Loss Distribution Approach (LDA)
3. Indicatori di rischio: VAR (*Value at risk*) & CAR (*Capital at risk*)
4. Applicazioni: modellizzazione della perdita e simulazione monte carlo
5. Confronto fra distribuzioni
6. **Vantaggi e limiti del Loss Distribution Approach**

Vantaggi

- I risultati si basano sulle caratteristiche specifiche di ogni singola istituzione, invece di basarsi su una *proxy* o su una media di settore;
- Richiede una potenza computazionale limitata;
- La separazione tra frequency e severity favorisce la precisione nella stima;

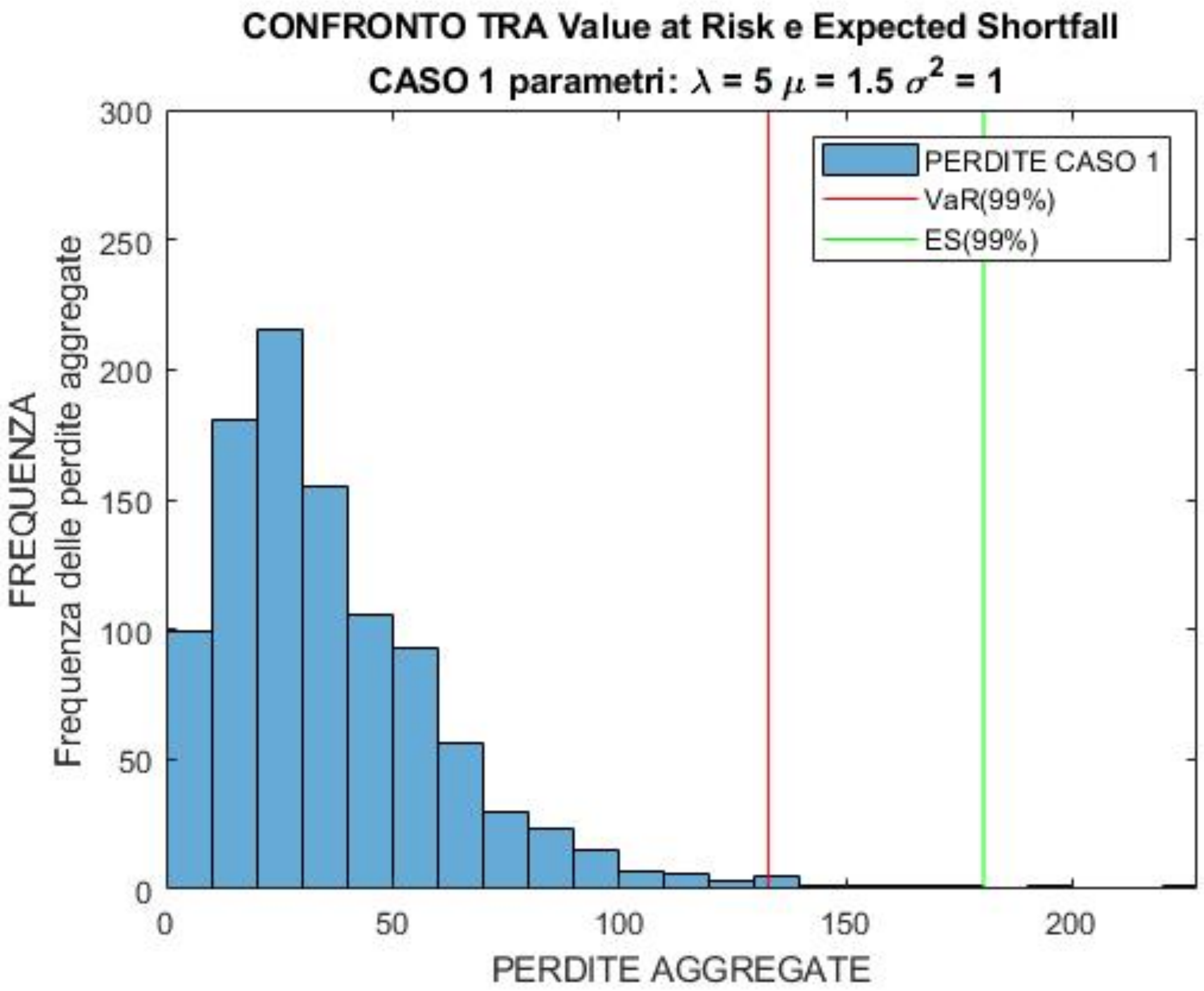
Limiti

- Per applicare questo metodo in modo coerente in tutta l'organizzazione è necessaria una serie di dati completa riguardante gli eventi di perdita;
- L’assunzione di indipendenza tra la distribuzione di frequency e quella di severity costituisce un grosso limite;
- Il VaR non fornisce informazioni sulle perdite oltre l’intervallo di confidenza;

Expected Shortfall

$$ES(\alpha) = E(L_i | L_i > VaR_\alpha)$$

$$ES_\alpha^{MC} = \sum_{L_i > VaR_\alpha} \frac{L_i}{\#(L_i > VaR_\alpha)}$$



CONFRONTO TRA Value at Risk e Expected Shortfall
CASO 1 parametri: λ = 5 μ = 1.5 σ^2 = 1
PERDITE CASO 1
VaR(99%)
ES(99%)
FREQUENZA
Frequenza delle perdite aggregate
PERDITE AGGREGATE
0
50
100
150
200
250
300

Fonti

Loss Distribution Approach for operational risk, A. Frachot, P. Georges & T. Roncalliy, Groupe de Recherche Operationnelle, Credit Lyonnais, France

[Wiley Series in Probability and Statistics] Klugman, S.A. and Panjer, H.H. and Wilmt, G.E. – Loss Models_From Data to Desicions, 2012

Presentazione PPT del Professor Michele Bonollo dell'Università degli Studi di Padova sul tema: Rischi Operativi e Basilea 2. Modelli, metodi e problematiche applicative.

Presentazione PPT della Professoressa Simona Cosma dell'Università del Salento sul tema: Il calcolo del VAR operativo mediante la metodologia stocastica parametrica.

Lezione n. 5. - 28/3/03. Università degli Studi di Roma Tre, sezione di Matematica. Dipartimento di Matematica e Fisica.

Tesi di Laurea Magistrale del Dott. Giacomo Fasiolo Tozzo. Corso di Laurea: Economia e Finanza presso l'Università Ca' Foscari di Venezia. Relatore: prof. Andrea Giacomelli. Anno accademico 2014 – 2015. Titolo della tesi: I Rischi Operativi.

Presentazione PPT della Prof.sa Damiana Costanzo dell'Università degli Studi della Calabria.

Presentazione PPT del Docente: Dott. L. Corain insegnante del Corso di laurea in Ingegneria Civile, Università degli Studi di Padova. Modelli Probabilistici.

Grazie per l’attenzione!