


Il calcolo del VAR operativo mediante la metodologia stocastica parametrica



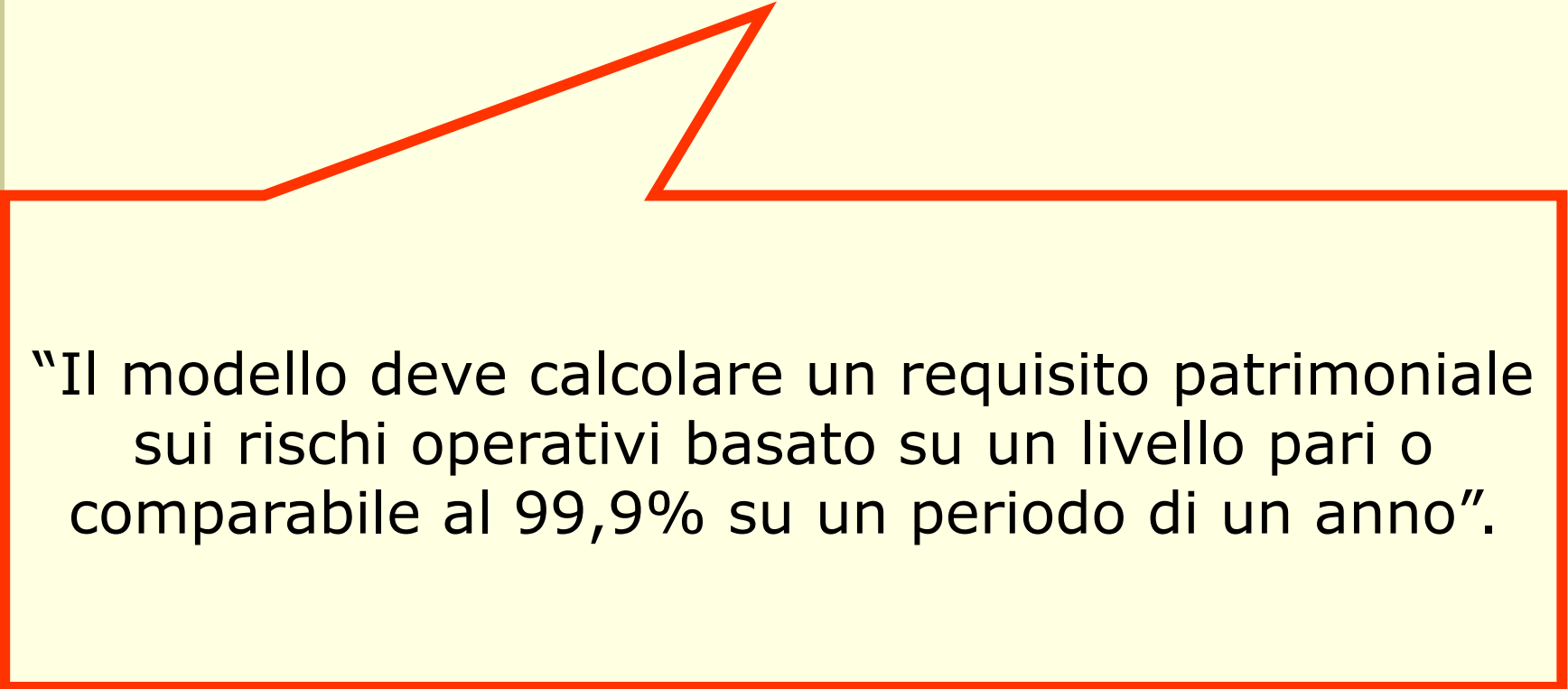
Simona Cosma

Contenuti

- **Il VAR operativo: inquadramento concettuale**
- **La metodologia attuariale**
- **EVT (Extreme Value Theory)**

Il VAR operativo: inquadramento concettuale (1)

Banca d'Italia



“Il modello deve calcolare un requisito patrimoniale sui rischi operativi basato su un livello pari o comparabile al 99,9% su un periodo di un anno”.

Il VAR operativo: inquadramento concettuale (2)

VAR = massima perdita che può essere conseguita in un determinato periodo di tempo nel $100(1-\alpha)\%$ degli eventi, dove il coefficiente α rappresenta il livello di tolleranza

Il VAR operativo calcolato mediante la metodologia attuariale discende dalla combinazione tra modelli di severity e modelli di frequenza: è il risultato di un processo di inferenza delle perdite e richiede differenti test che ne attestino l'affidabilità.

Il VAR operativo: inquadramento concettuale (3)

Differenze tra il VAR di mercato e il VAR operativo

- ✱ **i processi stocastici sottostanti alle perdite operative**
- ✱ **l'importanza della frequenza degli eventi di perdita**
- ✱ **l'incapacità di stimare gli effetti di eventuali cambiamenti nei fattori di rischio**
- ✱ **La "coerenza"**

La metodologia attuariale (1)

Le fasi della metodologia

- ➡ Costruzione della distribuzione di frequenza per ciascun event type e business line.
- ➡ Costruzione della distribuzione di severity per ciascun event type e business line;
- ➡ Costruzione della distribuzione aggregata delle perdite operative come convoluzione delle distribuzioni precedenti;
- ➡ Calcolo del 99,9° percentile di tale distribuzione;
- ➡ Somma dei 56 valori ottenuti per ciascun event type/business line o aggregazione di tali valori tenendo conto delle dipendenze.

La metodologia attuariale (2)

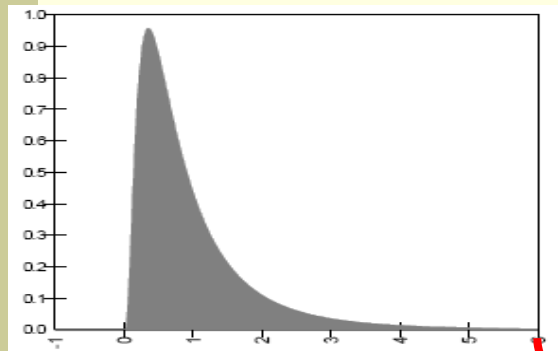
Costruzione distribuzioni

Fasi

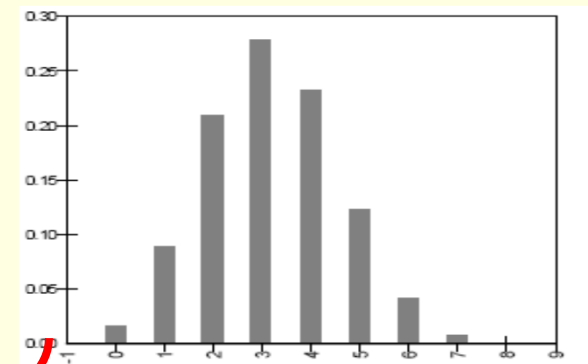
- Calcolo dei primi quattro momenti del campione
- Costruzione dell'istogramma dell'impatto monetario o delle frequenze per conoscere la forma grafica assunta dai dati osservati.
- Valutazione delle funzioni matematiche candidate ad approssimare i dati.
- Test formali e grafici di verifica della conformità del campione di osservazioni alle distribuzioni teoriche selezionate.

La metodologia attuariale (3)

Costruzione della distribuzione aggregata delle perdite operative

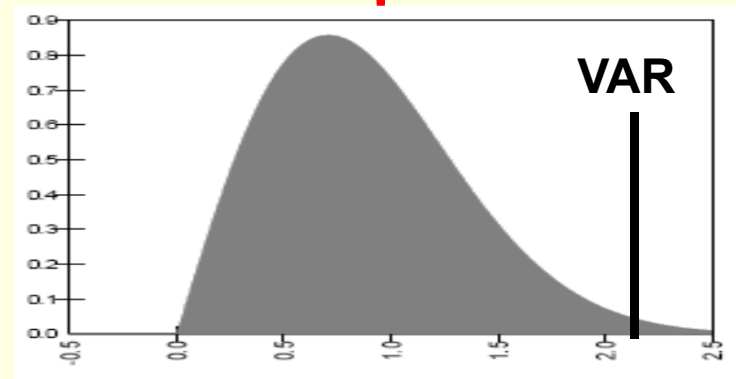


Severity



Frequency

Convoluzione



Distribuzione aggregata delle perdite operative

Simulazione
Montecarlo

La metodologia attuariale (4)

Simulazione Montecarlo

Convoluzione binomiale-lognormale: fasi

- Costruzione della colonna "FREQUENCY", che contiene numeri casuali di una binomiale, ottenuti attraverso la funzione di generazione di numeri casuali.
- Costruzione della colonna "SEVERITY", in cui ciascuna riga contiene un numero di valori pari al numero indicato nella stessa riga della colonna "FREQUENCY". Supponendo che la prima riga della colonna "FREQUENCY" contenga il numero 2, i due valori contenuti nella prima riga della colonna "SEVERITY" si ottengono attraverso i seguenti step: generare due numeri casuali uniformi; calcolare i due quantili della funzione di severity che si vuole combinare (nel nostro caso la lognormale) utilizzando i due numeri casuali uniformi generati come probabilità della funzione quantile; i quantili ottenuti sono i valori che compariranno nella prima riga della colonna "SEVERITY".

La metodologia attuariale (5)

Simulazione Montecarlo

Continua...

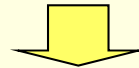
- Costruzione di una quarta colonna, in cui ciascuna riga contiene un valore ottenuto sommando i valori contenuti nella stessa riga della colonna "SEVERITY". I valori di questa colonna rappresentano i valori della distribuzione di perdita aggregata finale.
- Costruzione di una quinta colonna in cui i valori della colonna precedente sono ordinati in maniera decrescente.
- Costruzione di una sesta colonna che indica il quantile rappresentato da ciascun valore della quinta colonna.

La metodologia attuariale (6)

Problema

I test grafici e formali potrebbero indicare che nessuna delle distribuzioni candidate sembra approssimare bene i dati di impatto del campione di perdite, in particolare a partire dai quantili più alti.

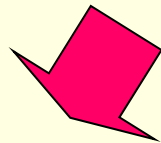
Soluzione



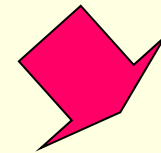
Modelli EVT

EVT (Extreme Value Theory) (1)

Metodi principali



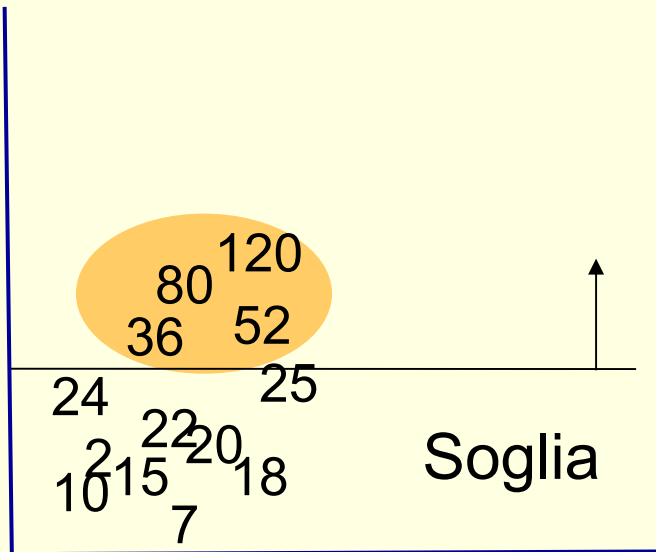
**Block
maxima**



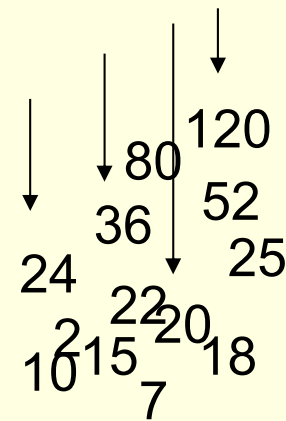
**Peaks over
threshold**

EVT (Extreme Value Theory) (2)

Entità
della
perdita
(in
migliaia
di euro)



Entità
della
perdita
(in
migliaia
di euro)



Peaks over Threshold (P.O.T.)
Si basa sulla Distribuzione
generalizzata di Pareto (G.P.D.)

**Block Maxima-Distribuzione dei
massimi per periodo – Si basa
sulla distribuzione dei valori
estremi generalizzata (GEV)**

EVT (Extreme Value Theory) (3)

Fasi Block maxima

- Stima dei parametri della distribuzione
- Verifica della robustezza degli stimatori
- Test formali (KS e AD) e grafici (QQ plot, W e MEP) di verifica della conformità del campione di osservazioni alle distribuzioni teoriche selezionate.
- Calcolo dei percentili più alti.

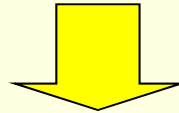
EVT (Extreme Value Theory) (4)

Le fasi POT

- la determinazione della soglia q ;
- il calcolo degli eccessi ossia delle differenze tra dati originari che superano la soglia e la soglia selezionata;
- la stima di due parametri (k e σ) della "excess GPD";
- la verifica di robustezza dei parametri stimati;
- l'esecuzione dei test di goodness of fit: Kolmogorov-Smirnov e Anderson Darling;
- l'esecuzione del test dei residui
- la VAR performance analysis.

EVT (Extreme Value Theory) (5)

Una misura di rischio operativo time-unconditional



VAR

$$GPD_p(x) = q + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{k}} \left\{ \left[\frac{n}{n_q} (1 - p) \right]^{-k} - 1 \right\}$$

dove:

p = livello di confidenza

q = valore-soglia

n = numero totale di osservazioni

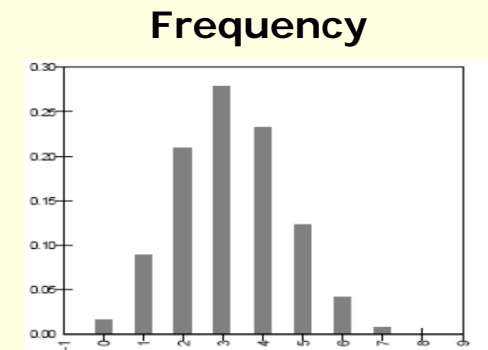
n_q = numero di eccessi

K e σ rispettivamente stime del parametro di forma e di scala della "Exceedances GPD".

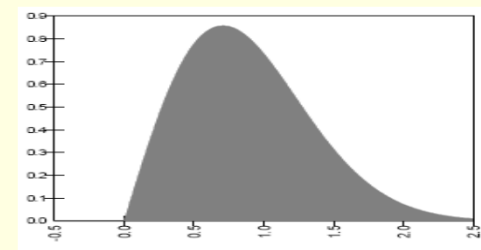
EVT (Extreme Value Theory) (6)

Costruzione della distribuzione aggregata delle perdite operative

Mistura tra la distribuzione tradizionale che meglio approssima il corpo della distribuzione dei dati e la "full GPD" costruita sulla base dei dati presenti nell'area di coda



Convoluzione



Distribuzione aggregata delle perdite operative