Kræsjkurs MNF130

Steinar Simonnes og Carina Seidel

Institutt for Informatikk
Universitetet i Bergen

22. Mai 2024

Agenda

Slides 'n' Slido

Dere kan stille spørsmål digitalt og anonymt her:
`sli.do`, med koden "MNF130"

Dere finner presentasjonen og kildekoden på mittuib, eller her:
`tinyurl.com/MNF130-Slides`

Følger (Sequences)

Definisjon

- diskret struktur som representerer en ordnet list
- funksjon fra en undermengde av heltall (vanligvis $\mathbb{N}$ eller $\mathbb{N}_0$) til en mengde S
- vanlig notasjon er $\{a_n\}$ der a_n kalles for en term av følgen. IKKE bland med mengder!
- Eksempel: Følge $\{a_n\}$ der $a_n = \frac{1}{n}$, altså $a_1 = \frac{1}{1} = 1, a_2 = \frac{1}{2}, \ldots$

Progresjoner (progressions)

Geometrisk progresjon

- følge som har form $a, ar, ar^2, ..., ar^n, ...$
- a kalles for *startterm* (initial term) og r kalles for *fellesforhold* (common ratio)

Eksempler:

- Følge $\{b_n\}$ der $b_n = 2 \cdot 5^n$, altså $b_1 = 2 \cdot 5^0 = 2, b_2 = 10, ...$
- Følge $\{c_n\}$ der $c_n = 6 \cdot \frac{1}{3}^n$, altså $c_1 = 6 \cdot \frac{1}{3}^0 = 6, b_2 = 2, ...$

Modulo regneregler

Kongruens $\equiv$

- $a \equiv b \pmod m$: a og b kongruent i forhold til mod m
- $a \equiv b \pmod m$ betyr $a \mod m = b \mod m$
- vi skriver $[a]_m := a (\bmod m)$
- Eksempel: $8 \equiv 3 \pmod 5 \equiv [3]_5$ betyr $[8]_5 = 3 = [3]_5$

- Addisjon: $[a+b]_m = [[a]_m + [b]_m]_m$
- $[8+21]_6 = [[8]_6 + [21]_6]_6 = [2+3]_6 = [5]_6 = 5$
- Multiplikasjon: $[a \cdot b]_m = [[a]_m \cdot [b]_m]_m$
- $[8 \cdot 21]_6 = [[8]_6 \cdot [21]_6]_6 = [2 \cdot 3]_6 = [6]_6 = 0$

Følger og summer

Eksempel

- $x \equiv 3\,(mod\,5)$ eller $[x]_5 = 3$
- $y \equiv 4\,(mod\,5)$ eller $[y]_5 = 4$
- Finn løsningen: $(3 \cdot x + 2 \cdot y^2)\,mod\,5$

$$[3 \cdot x + 2 \cdot y^2]_5 = [[3 \cdot x]_5 + [2 \cdot y^2]_5]_5$$

$$[3 \cdot x]_5 = [[3]_5 \cdot [x]_5]_5 = [3 \cdot 3]_5 = [9]_5 = 4$$
$$[2 \cdot y^2]_5 = [[2]_5 \cdot [y \cdot y]_5]_5 = [[2]_5 \cdot [y]_5 \cdot [y]_5]_5 = [2 \cdot 4 \cdot 4]_5 = [32]_5 = 2$$

$$[[3 \cdot x]_5 + [2 \cdot y^2]_5]_5 = [4 + 2]_5 = [6]_5 = 1$$

Modulo ved subtraksjon

Vi vet at vi har addisjon, men hva er med subtrasjon?

Substraksjon:
$[6-3]_8 = [3]_8$
$[3-6]_8$?
$[3-6]_8 = [-3]_8 = [0-3]_8 = [8-3]_8 = [5]_8 = 5$

Subtraksjon fungerer også for modulo.

Modulo ved divisjon

Vi vet at vi har multiplikasjon, men hva med divisjon?

Divisjon:
$[6/3]_8 = [2]_8$? ja, fordi $[2 \cdot 3]_8 = [6]_8$
$[3/6]_8$?
Nei, noen ganger fungerer det, noen ganger fungerer det ikke.

Vi kan ikke alltid dele!

Følger og summer

Lykke til på eksamen!

Takk for oss :)