

Programowanie liniowe Projekt nr 1

Polecenie:

Przedsiębiorstwo wytwarza cztery rodzaje wyrobów: A,B,C i D na trzech oddziałach produkcyjnych: O_1 i O_2 . Czas pracy oddziałów przypadający na obróbkę jednostek poszczególnych wyrobów (w godz.) podano w tabeli:

Oddziały	Czas pracy na jednostkę wyrobu (w godz.)					
	А	В	С	D		
O ₁	1,0	1,0	1,5	2,0		
O ₂	1,0	1,0	3,0	1,0		

Jednostkowy zysk (w zł) wynosi odpowiednio: A - 3,0, B - 1,5, C - 4,0, D - 3,5. W jednym miesiącu poszczególne oddziały mogą pracować: O_1 – co najwyżej 210 godz., O_2 – co najmniej 100 godz.

Które wyroby i w jakich ilościach powinny być produkowane przez przedsiębiorstwo, aby zrealizowany zysk był maksymalny? Podać wielkość maksymalnego zysku.

PP:

x₁ – wielkość prod. A

x₂ – wielkość prod. B

x₃ – wielkość prod. C

x₄ – wielkość prod. D

$$F_c$$
: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 1,5x_2 + 4x_3 + 3,5x_4 \rightarrow max$

Ograniczenia:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 1,5x_3 + 2x_4 \le 210 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \ge 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$$

Aby rozwiązać graficznie to zadanie musimy przejść do programu dualnego:

PD:

y₁ – zmienna dualna

y₂ – zmienna dualna

$$g(y_1, y_2) = 210y_1 + 100y_2 \rightarrow min$$

Ograniczenia:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \ge 3 & \text{(1)} \\ y_1 + y_2 \ge 1,5 & \text{(2)} \\ 1,5y_1 + 3y_2 \ge 4 & \text{(3)} \\ 2y_1 + 1y_2 \ge 3,5 & \text{(4)} \\ y_1 \ge 0, y_2 \le 0 \end{cases}$$

Przecięcia z osiami:

①
$$y_1: 3 y_2: 3$$

②
$$y_1: \frac{3}{2} y_2: \frac{3}{2}$$

$$3 y_1: \frac{8}{3} y_2: \frac{4}{3}$$

$$(4)$$
 $y_1: \frac{7}{4}$ $y_2: \frac{14}{4}$

$$g(A) = 210 * 3 = 630$$

$$210y_1 + 100y_2 = 630$$

Korzystamy z twierdzenia 4 o komplementarności. Podstawiamy punkt A(3,0) do warunków ograniczających w PD. Tylko pierwszy z nich jest aktywny (jest równość). Oznacza to, że w rozwiązaniu PP zmienna x_1 ma wartości dodatnie, a pozostałe wynoszą 0.

Otrzymujemy:

$$x_1 + 0 + 1.5 * 0 + 2 * 0 = 210$$

$$x_1 = 210$$

Rozw. PP

$$\begin{cases} x_1 = 210 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

B(210,0,0,0)

$$f(B) = 3 * 210 + 1,5 * 0 + 4 * 0 + 3,5 * 0 = 630$$

Sprawdzenie w za pomocą Solver w programie Excel

						f.celu	
Zmienne	x1	x2	х3	x4		Fc=	630
	210	0	0	0		11111111111111111	
Wspolczynnik f. celu	3	1,5	4	3,5			
Warunki					Lewa	Prawa	
01	1	1	1,5	2	210	210	
O2	1	1	3	1	210	100	