



# 系统模型

N天线的BS服务于K个单天线用户，上行系统。BS部署低精度ADC，使用AQNM量化模型。使用MRC接收器。

## 阵列响应向量

理想的阵列响应向量如下：

$$\mathbf{a}(\phi) = [1, e^{-jk \cos(\phi)}, e^{-jk2 \cos(\phi)}, \dots, e^{-jk(N-1) \cos(\phi)}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

假设通过波束训练算法找到了与LOS角度最接近的码字波束，并测量了该波束角度下的增益系数，那么估计出的信道为：

$$\tilde{\mathbf{h}}_k = \beta_0 \mathbf{a}(\phi_k^{(0)}) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

从而MRC combiner为：

$$\mathbf{w}_k = \beta_0 \mathbf{a}(\phi_k^{(0)}) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

但是由于存在估计失误、码本量化精度受限、硬件限制等因素，实际的信道必然和估计结果之间存在相位差距，使用高斯分布对相位误差进行建模[1]：

$$\tilde{\mathbf{a}}(\phi) = [1 \cdot e^{j\Delta\theta_0}, e^{-jk \cos(\phi)} \cdot e^{j\Delta\theta_1}, e^{-jk2 \cos(\phi)} \cdot e^{j\Delta\theta_2}, \dots, e^{-jk(N-1) \cos(\phi)} \cdot e^{j\Delta\theta_{N-1}}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$

其中  $\Delta\theta \sim N(0, \sigma^2)$ ，实验中设置  $\sigma^2 = 0.1$  (rad)。

## 信道模型

假设存在一条强度明显更高的LOS路径和多条强度较弱的散射路径共同组成了毫米波信道[2]：

$$\mathbf{h} = \beta_0 \tilde{\mathbf{a}}(\varphi_0) + \sum_{l=1}^L \beta_l \tilde{\mathbf{a}}(\varphi_l),$$

其中，增益系数服从复高斯分布[3]：

$$\beta_0 \sim \text{CN}(0, 1), \beta_l \sim \text{CN}(0, 10^{-1})$$

实验中设置NLOS分径数L=2。

## 量化模型

$$\mathbf{y}_q \triangleq \mathbf{Q}(\mathbf{y}) = \sqrt{p_u} \alpha \mathbf{\Upsilon} \mathbf{x} + \alpha \mathbf{n} + \mathbf{n}_q,$$

且量化噪声方差计算式为[5]中(9)式：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{n}_q \mathbf{n}_q} &= E \{ \mathbf{n}_q \mathbf{n}_q^H | \mathbf{H} \} \\ &\approx \alpha (1 - \alpha) E \{ \mathbf{y}_q \mathbf{y}_q^H \} \\ &= \alpha (1 - \alpha) \text{diag} (p_u \mathbf{H} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_{nn}) \\ &= \alpha (1 - \alpha) \text{diag} (p_u \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \mathbf{I}) \end{aligned}$$

## 用户和速率推导工作

### 接收信号向量

到达BS端后对接收信号进行量化，再使用MRC combiner处理多用户数据，最终得到接收信号向量为：

$$\mathbf{z} = \mathbf{W}^H \mathbf{y}_q = \sqrt{p_u} \alpha \mathbf{W}^H \mathbf{H} \mathbf{x} + \alpha \mathbf{W}^H \mathbf{n} + \mathbf{W}^H \mathbf{n}_q$$

对用户k，其接受信号为：

$$z_k = \sqrt{p_u} \alpha \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_k x_k + \sqrt{p_u} \alpha \sum_{m=1, m \neq k}^K \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_m x_m + \alpha \mathbf{w}_k^H \mathbf{n} + \mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_q$$

这四个因子分别代表目标用户信号、其他用户干扰、高斯白噪声、量化噪声。

### 用户和速率

用户k的可达速率的计算式为：

$$R_k = \log_2 (1 + \text{SINR}_k)$$

其中：

$$\text{SINR}_k = \frac{p_u \alpha^2 |\mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{p_u \alpha^2 \sum_{m=1, m \neq k}^K |\mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_m|^2 + |\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_q|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{w}_k^H\|^2}$$

分别记：

$$B_1 = |\mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_k|^2, B_2 = |\mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_m|^2, B_3 = |\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_q|^2, B_4 = \|\mathbf{w}_k^H\|^2$$

所有用户的和速率为：

$$\mathbf{R} = E \left[ \sum_{k=1}^K R_k \right] \approx \sum_{k=1}^K E[R_k]$$

## 近似闭式计算式

根据[4] Lemma 1，将用户k速率的均值计算简化为：

$$\begin{aligned} R_k &= E \left\{ \log_2 \left( 1 + \frac{p_u \alpha^2 B_1}{p_u \alpha^2 \sum B_2 + B_3 + \alpha^2 B_4} \right) \right\} \\ &\approx \log_2 \left( 1 + \frac{p_u \alpha^2 E\{B_1\}}{p_u \alpha^2 \sum E\{B_2\} + E\{B_3\} + \alpha^2 E\{B_4\}} \right) \end{aligned}$$

经推导得到：

$$\bullet \quad \mathbb{E}[B_1] = N + N(N-1)e^{-\sigma^2} + \sum_{l=1}^L 0.1 \left[ N + e^{-\sigma^2} \left( \left| \frac{\sin(N\delta_l/2)}{\sin(\delta_l/2)} \right|^2 - N \right) \right],$$

其中  $\delta_l = k(\cos(\varphi_0) - \cos(\varphi_l))$ .

$$\bullet \quad \mathbb{E}[B_2] = \left[ N + e^{-\sigma^2} \left( \frac{\sin^2(N\delta_{m0}/2)}{\sin^2(\delta_{m0}/2)} - N \right) \right] + \sum_{p=1}^L 0.1 \left[ N + e^{-\sigma^2} \left( \frac{\sin^2(N\delta_{mp}/2)}{\sin^2(\delta_{mp}/2)} - N \right) \right],$$

其中  $\delta_{mp} = k(\cos(\varphi_{k0}) - \cos(\varphi_{mp}))$ .

$$\begin{aligned} \bullet \quad \mathbb{E}[B_3] &= \mathbb{E} \left[ \mathbf{w}_k^H \text{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{n}_q \mathbf{n}_q}) \mathbf{w}_k \right] \\ &= \alpha(1-\alpha) \sum_{n=0}^{N-1} |\beta_0|^2 \left| e^{-jkn \cos(\varphi_0)} \right|^2 \cdot \mathbb{E}[p_u \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \mathbf{I}]_{n,n} \\ &= \alpha(1-\alpha)N [Kp_u(1+0.1L) + 1]. \end{aligned}$$

- $\mathbb{E}[B_4] = N$ .

## 实验解读及补充工作

### 单元测试

固定参数为  $N = 128, L = 2, p_u = 10(dB), \sigma^2 = 0.1(rad), b = 3(bit)$  时,

- 对信号能量 ( $B_1$  部分) 作了monte-closed对比实验, 数值情况:
  - Monte mean : [137901.78414085 140373.48060967 138584.5955601 138450.91142021 138785.17847137]
  - Closed form: [138324.23081112 138322.94191025 138321.78188978 138321.54002709 138389.56448648]
  - Max error : 2.051e+03, 即约为1.5%。
- 对干扰能量 ( $B_2$  部分) 作了monte-closed对比实验, 数值情况:
  - Monte mean : [641.84555904 637.69806575 734.04768374 677.25864946 711.69765581]
  - Closed form: [635.4604728 641.84166271 728.1558662 677.71017593 711.26515674]
  - Max error : 6.385e+00, 即约为0.1%。
- 量化误差、高斯白噪声误差很小。

由于高估了信号能量、低估了干扰能量, 且信号能量数值很高, 最终和速率闭式计算式大约高估 10%-20%, 误差还是有点大, 存在优化空间。

### 不同参数变化下的性能情况

篇幅过长, 另写文件。

### 补充/延申工作

后续加上一些补充工作充实论文  
或者延申一些优化应用

# 论文改写

## Introduction

- 原论文

Massive MIMO 是 5G/6G 核心技术，通过大规模天线阵列实现高谱效与鲁棒性。线性检测器（如 MRC）在低 SNR 下表现优异，且当天线数趋于无穷时，用户信道趋于正交。然而，每根天线配备独立 RF 链（含高精度 ADC）导致功耗激增（~250mW/链），限制系统规模化部署。

低分辨率 ADC 成为降低功耗的有效方案。已有研究基于 AQNM 模型分析了 1–4 bit 量化对上行谱效的影响，并验证 MRC 检测器的适用性。但这些工作均假设信道正交（天线数  $\rightarrow \infty$ ），忽略实际有限物理空间导致的**信道相关性**与**有限维特性**（路径数  $P \ll$  天线数  $N$ ）。

另一方面，beam space 变换与波束/天线选择技术被广泛用于降低计算复杂度，但尚未与低分辨率 ADC 下的有限维信道分析相结合。

本文首次针对**有限维信道**下的上行 Massive MIMO 系统，结合 **低分辨率 ADC (AQNM 模型)** 与 **MRC 检测**，推导谱效近似表达式，并分析天线数、发射功率、量化位数等关键参数的影响。同时，扩展特征值驱动的天线选择机制，进一步降低系统成本。

- 改写版

围绕毫米波大规模MIMO系统的功耗问题，提出分别针对CSI估计阶段、通信阶段引入的节能措施：波束训练、低精度ADC。基于这两项核心技术引入了对应的误差模型：相位误差模型、AQNM量化模型，继而对随机误差推导出用户和速率的期望闭式计算式，探讨两个关键技术引入的误差对性能的影响情况。

## 参考文献

- [1] Reinforcement Learning of Beam Codebooks in Millimeter Wave and Terahertz MIMO Systems
- [2] Millimeter Wave Channel Modeling and Cellular Capacity Evaluation
- [3] Near-Optimal Beam Selection for Beam space MmWave Massive MIMO
- [4] Systems Power Scaling of Uplink Massive MIMO Systems with Arbitrary-Rank Channel Means
- [5] Performance Analysis of UCA-OAM Systems With Low-Resolution ADCs