MALMÖ HÖGSKOLA
Fakulteten för teknik och samhälle

Inlämning 2

FEM / Strukturmekanik HT 2021

Sten Ludvigsson

Tommy Memari

Innehåll

Sammanfattning

I Rapporten genomförs två analyser på enklare konstruktioner med hjälp av FINITA elementmetoden. Inledningsvis beräknades en uppgift om en förstärkt balk. Största normalkraft resp. böjmoment ses i tabellen nedan:

$Största\ normalkraft$	$70{,}7\ kN$
$Maxilmalt\ böjkraft$	$22\ kNm$

Den andra analysen som är mer omfattande, beräknas förskjutningar och krafter genom brokonstruktionen. Dessa storheter illustreras i diverse diagram. Därefter utförs en kontroll både i CALFEM av modellen där man sätter stängernas styvhet till försumbar för att jämföra kring antagandet om linjärelastiskt och små deformationer.

Därefter tas maximala krafter och spänningar fram i de stängerna som finns i modellen samt var det inträffar. En analytisk bedömning görs när man bestämmer deformationen som uppstår i en specifik nod på balken samt kontrollerar inre- och yttrejämvikt kring den. Det utförs även en jämviktskontroll över hela snittet (halva bron).

Avslutningsvis redogörs geometrisk ickelinjäritet samt ett fjädrande underlags påverkan på utfallet av konstruktionen. ovanstående beskrivningar redogörs i tabellen nedan.

$Frihetsgrad$	$Förskjutningar\ (m)$	$Reaktionskrafter\ (kN)$
1	-0.0080	0
2	0	420
3	-0.0281^*	0
4	-0.0071	0
5	-0.0735	0
6	-0.0143^*	0
7	-0.0048	0
8	-0.1289	0
9	-0.0115^*	0
10	-0.0017	0
11	-0.1588	0
12	-0.0036^*	0
13	0	970
14	-0.1662	0
15	0^*	29.5
16	0.0361	0
17	-0.0371	0
18	0.0283	0
19	-0.1020	0
20	0.0154	0
21	-0.1449	0
22	0	-970
23	-0.1599	0

<table>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><th colspan="8">Kontroll av modell</th></tr>
<tr><td colspan="4">Analytisk och CALFEM</td><td colspan="4">45.88m</td></tr>
<tr><th colspan="8">Maximala krafter och spänningar i stängerna</th></tr>
<tr><td colspan="4">Normalkraft</td><td colspan="4">970kN</td></tr>
<tr><td colspan="4">Normalspänning</td><td colspan="4">808MPa</td></tr>
<tr><td colspan="4">Max böjmoment</td><td colspan="4">– 43.8kNm</td></tr>
<tr><td colspan="4">$\bar{x}$-koordinat</td><td colspan="4">Balk 2 – 0m</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="2">Spänningsfördelning</td><td colspan="2">Överkant</td><td colspan="2">261MPa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Underkant</td><td colspan="2">20.6MPa</td></tr>
<tr><th colspan="8">Utfall med avseende på ickelinjäritet</th></tr>
<tr><td>It.nr</td><td>$a_5(m)$</td><td>$a_8(m)$</td><td>$a_{11}(m)$</td><td>$N_1(kN)$</td><td>$N_2(kN)$</td><td>$N_3(kN)$</td><td>$N_4(kn)$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>-0.0218</td><td>-0.0426</td><td>-0.0551</td><td>-345.5</td><td>-304.9</td><td>-281.1</td><td>-273.1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>-0.0276</td><td>-0.0501</td><td>0.0658</td><td>-347.42</td><td>-305.07</td><td>-280.47</td><td>-270.18</td></tr>
<tr><td>3</td><td>-0.0277</td><td>-0.0500</td><td>0.0659</td><td>-347.33</td><td>-305.08</td><td>-280.57</td><td>-270.13</td></tr>
<tr><td>4</td><td>-0.0277</td><td>-0.0500</td><td>0.0659</td><td>-347.34</td><td>-305.08</td><td>-280.56</td><td>-270.13</td></tr>
<tr><td colspan="8">Största böjmoment i CALFEM</td></tr>
<tr><td colspan="8">-38.88 kNm</td></tr>
<tr><th colspan="8">Fjädrande Upplag</th></tr>
<tr><td colspan="4">Resultat eftergivlig mark</td><td colspan="4">−142mm</td></tr>
<tr><td colspan="4">Resultat oeftergivlig mark</td><td colspan="4">−199mm</td></tr>
</table>

1. Inledning

Uppgifterna som redovisas i denna rapport har blivit lösta i Matlab med CALFEM som hjälpmedel. Till en del av uppgifterna kompletteras illustrerande numeriska modeller där element och frihetsgrader visas.

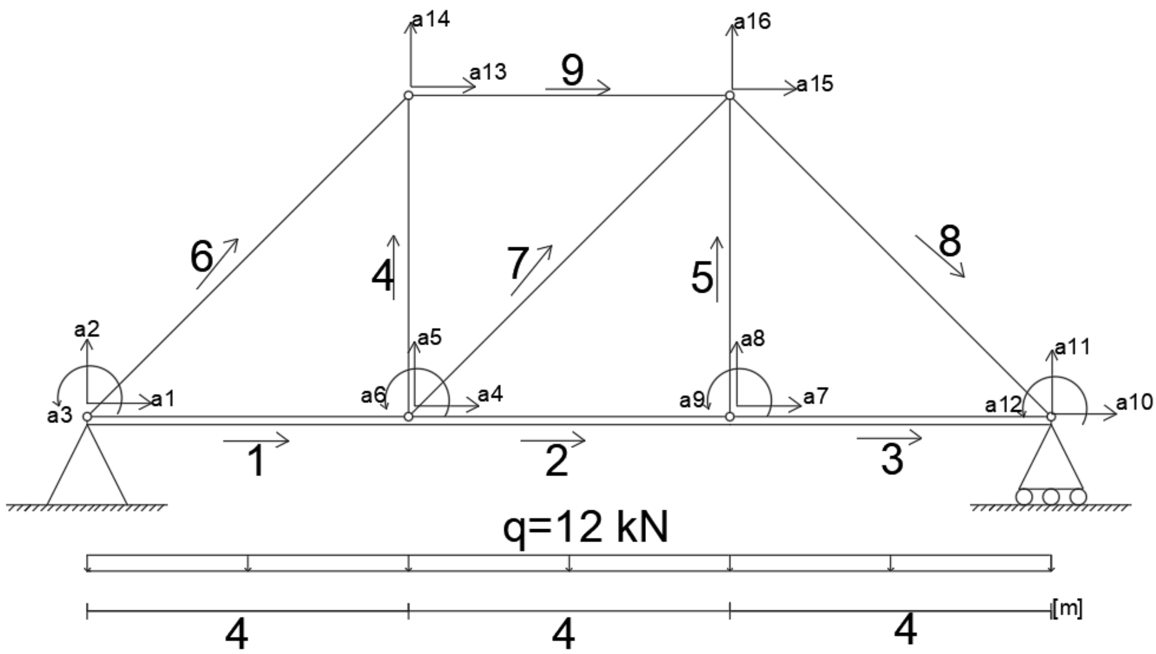
2. Deluppgift 1 – uppgift 4.13

2.1 Förutsättningar

Uppgift 4.13 ska beräknas i ”Strukturmekanik, modellering och analys av ramar och fackverk”.

2.2 Beräkningsmodell

I figuren nedan illustreras och redovisas samtliga indata som behövs för att lösa uppgiften.



Givna värden för uppgiften:

$Elasticitetsmodul$	$210\ Gpa$
A_{Balk}	$10 \cdot 10^{-3}\ m^2$
$A_{Stång}$	$1 \cdot 10^{-3}\ m^2$
$Yttröghetsmoment$	$2 * 10^{-4}\ m^4$
$Utbredd\ last$	$30\ \cdot 10^3\ kN/m$

Toppologimatrisen delas upp i två olika, en för balkarna och en för stänger eftersom de har olika antal frihetsgrader.

Balk: $$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

Stänger: $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 5 & 13 & 14 \\ 5 & 7 & 8 & 15 & 16 \\ 6 & 1 & 2 & 13 & 14 \\ 7 & 4 & 5 & 15 & 16 \\ 8 & 15 & 16 & 10 & 11 \\ 9 & 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$

Randvillkoret: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 11 & 0 \end{bmatrix}$

Vid beräkning av normalspänningen används följande formel:

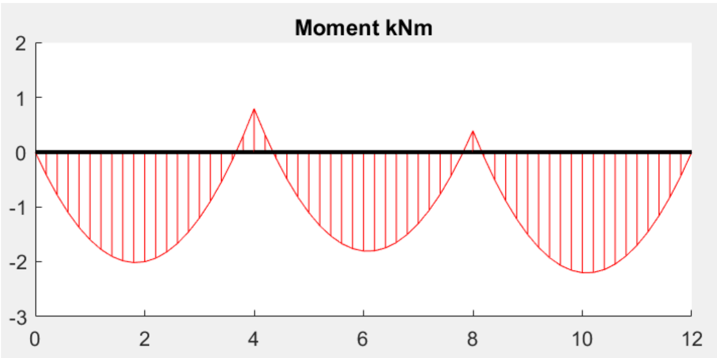
$$\sigma = \frac{N}{A}$$

För CALFEM beräkning se uppgift 4.13 i bilagor.

2.3 Resultat

I tabellen nedan redovisas, största normalkraft, maximala böjmomentet. I figuren nedan illustreras fördelningen av böjmomentet genom balken.

$Största\ normalkraft$	$70{,}7\ kN$
$Maxilmalt\ böjkraft$	$22\ kNm$



3. Deluppgift 2 – Beräkningsmodell för brokonstruktion.

3.1 Förutsättningar

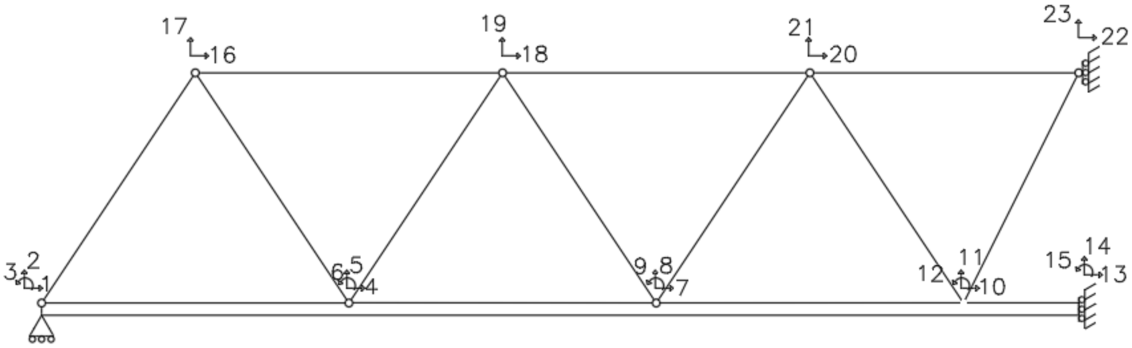
I denna uppgift har vi en brokonstruktion som består av balkar och stänger. I stället för att behöva räkna på varje element så delas konstruktionen upp av en symmetrilinje. Detta för att det förenklar arbetet vid beräkningar av finita elementmetoden. Vid korrekt utsatt symmetrilinje innebär det att systemet speglar varandra. På så sätt kan man veta vad balkarna och stängerna har för egenskaper vid respektive punkt.

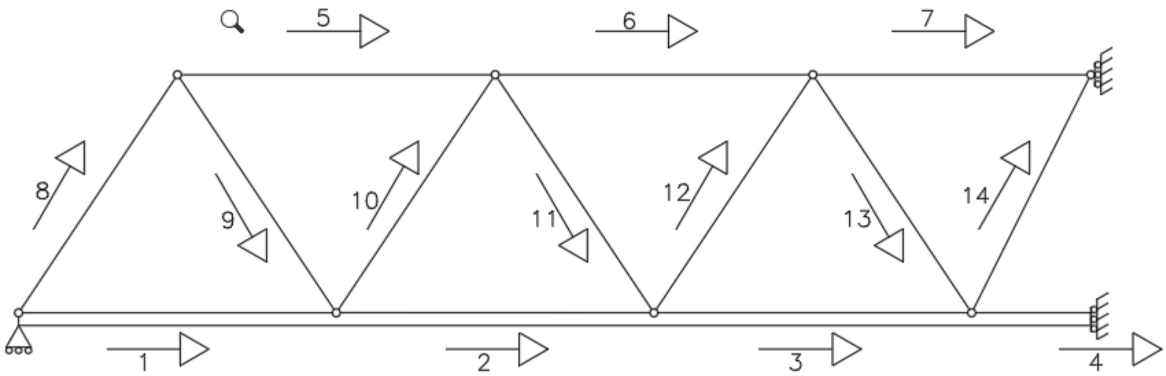
Angivna data för brokonstruktionen:

	$\boldsymbol{Balk}$	$\boldsymbol{St\ddot{a}nger}$
$E - modul\ (Gpa)$	210	210
$Area\ (m^2)$	$5.425 \cdot 10^{-6}$	$1.200 \cdot 10^{-3}$
$Yttr\ddot{o}ghetsmoment\ (m^4)$	$24.92 \cdot 10^{-6}$	-
$utbredd\ last\ (kN/m)$	30	-

3.2 Beräkningsmodell

Vid snitt på mitten av brokonstruktionen görs det vänstra upplaget om från ett fix- till rullager. Detta då systemet måste kunna röra sig i horisontal-led. Dessutom tillsätts rullager i vertikal-led. Då balken utsätts för en symmetrisk last innebär det att $a_2 = a_{13} = a_{15} =$ $= a_{22} = 0$ som är randvillkoren. Positiv riktning motsvarar åt höger i x-led och uppåt i y-led.





$$Topoligi\ Balk: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

$$Topoligi\ stänger: \begin{bmatrix} 5 & 16 & 17 & 18 & 19 \\ 6 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 7 & 20 & 21 & 22 & 23 \\ 8 & 1 & 2 & 16 & 17 \\ 9 & 16 & 17 & 4 & 5 \\ 10 & 4 & 5 & 18 & 19 \\ 11 & 18 & 19 & 7 & 8 \\ 12 & 7 & 8 & 20 & 21 \\ 13 & 20 & 21 & 10 & 11 \\ 14 & 10 & 11 & 22 & 23 \end{bmatrix}$$

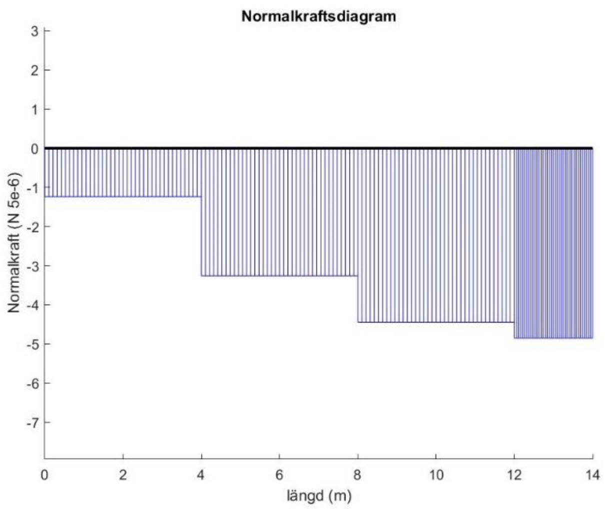
4. Deluppgift 3 – Beräkning av förskjutningar och krafter

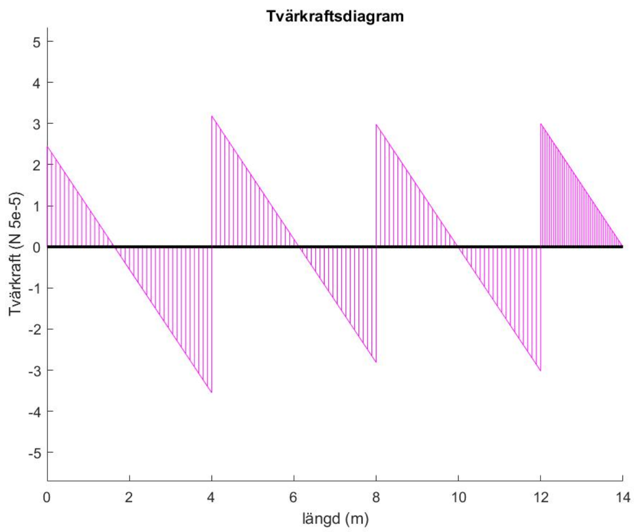
4.1 Resultat

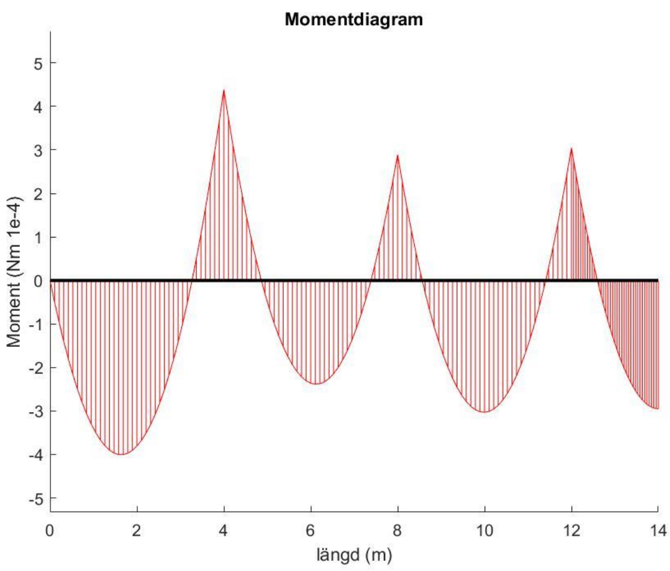
Från CALFEM tas förskjutningar och reaktionskrafter fram.

$Frihetsgrad$	$Förskjutningar\ (m)$	$Reaktionskrafter\ (kN)$
1	-0.0080	0
2	0	420
3	-0.0281^{*}	0
4	-0.0071	0
5	-0.0735	0
6	-0.0143^{*}	0
7	-0.0048	0
8	-0.1289	0
9	-0.0115^{*}	0
10	-0.0017	0
11	-0.1588	0
12	-0.0036^{*}	0
13	0	970
14	-0.1662	0
15	0^{*}	29.5
16	0.0361	0
17	-0.0371	0
18	0.0283	0
19	-0.1020	0
20	0.0154	0
21	-0.1449	0
22	0	-970
23	-0.1599	0

Normal-, tvär- och momentdiagram redovisas i respektive ordning nedan:







5. Deluppgift 4 – Kontroll av modell

5.1 Förutsättningar

Modellen ska nu kontrolleras för att se om den stämmer med lämpligt analytiskt uttryck för en balk. Detta görs genom att stängernas styvhet försummas och sedan bestäms utböjningen.

5.2 beräkningsmodell

Modellen för bron som används är samma som i deluppgift 2. För att försumma stängerna i CALFEM sätts stängernas area till försumbart liten, $1 \cdot 1^{-20} m^2$.

5.3 Beräkningar

För beräkningar med försummandet av stängerna se bilaga.

Det analytiska uttrycket som används tas fram ur balktabellen för en fritt upplagd balk med utbredlast:

$$v_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$\frac{5 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 28^4}{384 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 24.92 \cdot 10^{-6}} = 45.88m$$

5.4 Resultat och analys

Resultatet från de båda utböjningsberäkningarna (v_{max}) kan ses i tabellen nedan

Analytisk	45.88m
CALFEM	45.88m

Från resultatet kan man se att utböjningen får de bägge fallen är mycket stor, detta på grund av att konstruktionen kan ses som linjär elastisk och egentligen redan passerat gränsen för brott.

6. Deluppgift 5, maximala krafter och spänningar.

6.1 Förutsättningar

Uppgiften består av tre delar:

a) Ange maximalnormalkraft och motsvarande normalspänning för stängerna samt i vilken stång den inträffar.

b) Bestäm i vilken balk det maximala böjmomentet uppstår, hur stort det är och var i balken det uppkommer ($\bar{x}$-koordinat).

c) Ta fram spänningsfördelningen i balken från b) som funktion av höjden i tvärsnittet ($\bar{y}$-koordinat) med balkens normalkraft enligt Naviers ekvation.

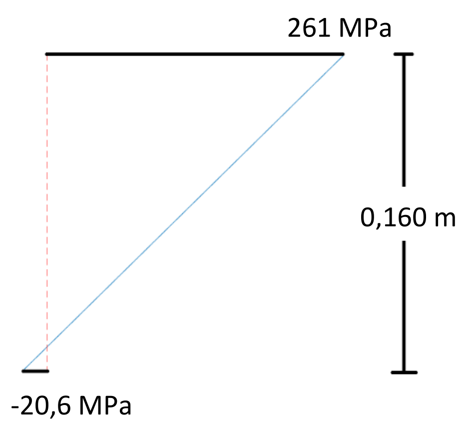
6.2 Beräkningsmodell

Uppgiften beräknas i CALFEM men i uppgift c används Naviers ekvation för att bestämma spänningsfördelningen för tvärsnittet i balken.

Naviers ekvation: $\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_z} \cdot \bar{y}$

6.3 Resultat

a)	Normalkraft	970kN	
	Normalspänning	808MPa	
b)	Max böjmoment	– 43.8kNm	
	$\bar{x}$-koordinat	Balk 2 – 0m	
c)	Spänningsfördelning	Överkant	261MPa
		Underkant	20.6MPa



7. Deluppgift 6, analytisk bestämning av balkdeformation

7.1 Förutsättningar

Bestämning av deformationen för tredje balkelementet som funktion av $\bar{x}$. Beräkningen ska genomföras analytiskt utifrån nodförskjutningar $\bar{a}^3$.

7.2 Beräkningsmodell

För beräkning av nedböjningen används den allmänna lösningen för differentialekvationen:

$$v(\bar{x}) = v_h(\bar{x}) + v_p(\bar{x})$$

Den homogena lösningen kan skrivas som:

$$v_h(\bar{x}) = N\bar{a}^e = N_1(\bar{x})\bar{u}_1 + N_2(\bar{x})\bar{u}_2 + N_3(\bar{x})\bar{u}_3 + N_4(\bar{x})\bar{u}_4$$

Där,

$$N_1(\bar{x}) = 1 - 3\frac{\bar{x}^2}{L^2} + 2\frac{\bar{x}^3}{L^3}$$

$$N_2(\bar{x}) = \bar{x} - 2\frac{\bar{x}^2}{L} + 2\frac{\bar{x}^3}{L^2}$$

$$N_3(\bar{x}) = 3\frac{\bar{x}^2}{L^2} - 2\frac{\bar{x}^3}{L^3}$$

$$N_4(\bar{x}) = -\frac{\bar{x}^2}{L} - \frac{\bar{x}^3}{L^2}$$

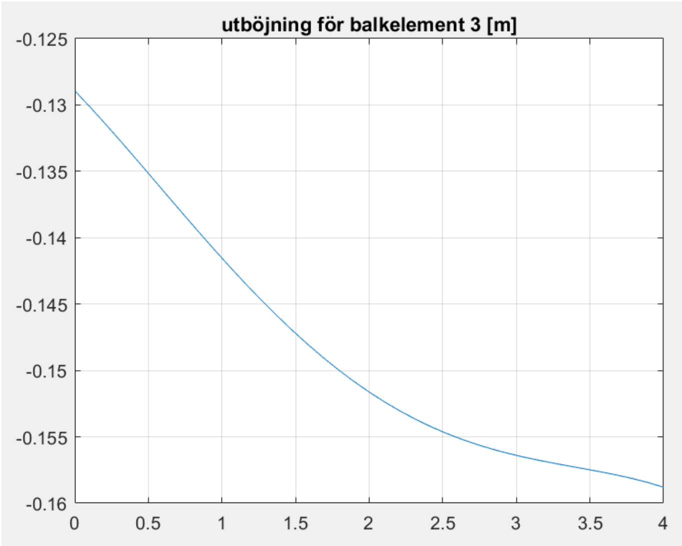
Och den partikulära lösningen skrivs:

$$v_p(\bar{x}) = \frac{q_{\bar{y}}}{D_{EI}} \cdot (\frac{\bar{x}^4}{24} - \frac{L\bar{x}^3}{12} + \frac{L^2\bar{x}^2}{24})$$

7.3 Resultat

Beräkningarna utförs i CALFEM, se bilaga för uppgift 6, för hela tredje elementet $0 \leq \bar{x} \leq 4m$.

Resultatet kan ses i diagrammet nedan som beskriver balkens utböjning.



8. Deluppgift 7, kontroll av yttre och inre jämvikt.

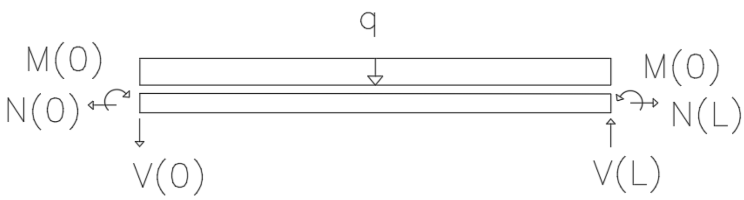
8.1 Förutsättningar

a) Visa att resultatet från CALFEM uppnår kraft- och momentjämvikt för det tredje balkelementet. Frilägg det och bestämma krafter och moment som på verkar den.

b) Vissa att jämvikt för hela strukturen

8.2 Beräkningsmodell

a)



N(0)	890.9 kN
V(0)	-59.6 kN
M(0)	-28.9 kNm
N(L)	890.9 kN
V(L)	60.4 kN
M(L)	-30.5 kNm

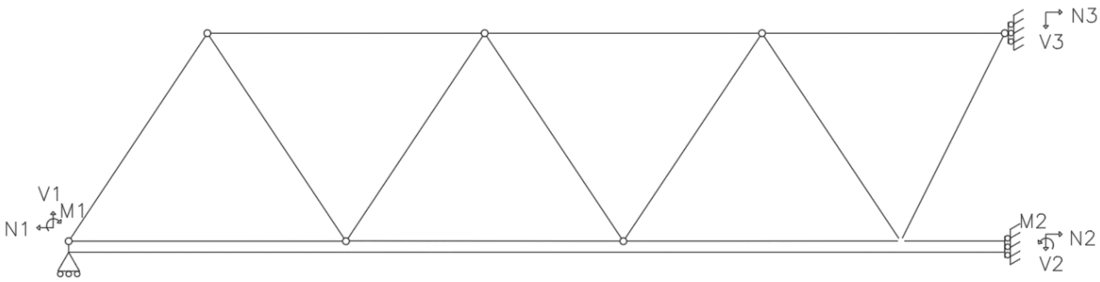
Jämviktsberäkning:

Normalkraft →: $-N(0) + N(L)$ = $-890.9 + 890.9$ = 0

Tvärkraft ↑: $-V(0) + V(L) + (q \cdot L) = -(-)59.6 + 60.4 + (-30 \cdot 4) = 0$

Moment ↻: $\mathrm{M}(0) + \left(\frac{q*L^2}{2}\right) + \; (\mathrm{V}(\mathrm{L}) * \mathrm{L}) - \mathrm{M}(\mathrm{L}) = -28.9 + \frac{30 \cdot 4^2}{2} + (-60.4 \cdot 4) - (-)30.5 = 0$

b)



N1	0
V1	420 kN
M1	0
N2	970 kN
V2	0
M2	-29.5 kNm
N3	-970 kN
V3	0

Jämviktsberäkning

Normalkraft: $N1 + N2 + N3 = 0 + 970 - 970 = 0$

Tvärkraft: $V1 - q * L_x * \frac{L_x}{2} = 420 - 30 * 14 = 0$

Moment: $M2 + \left(\frac{q*L_x^2}{2}\right) + N3 * L_y = -29.5 + \frac{30*14^2}{2} - 970 * 3 = 0$

9. Deluppgift 8, Geometrisk ickelinjäritet

9.1 Förutsättningar

Deformationen av balkarna ska beräknas med geometrisk ickelinjäritet då en förskjutning på 75mm mellan båda stöden kommer ge upphov till en axiell tryckkraft i balkarna. För att förhindra rörelse i y-led ändras högra stödet till ett fixlager.

9.2 Beräkningsmodell

Beräkningarna kommer ske på samma sätt som uppgift 2 men nu ändras höger stöd till ett fixlager vilket kommer ge ett nytt randvillkor.

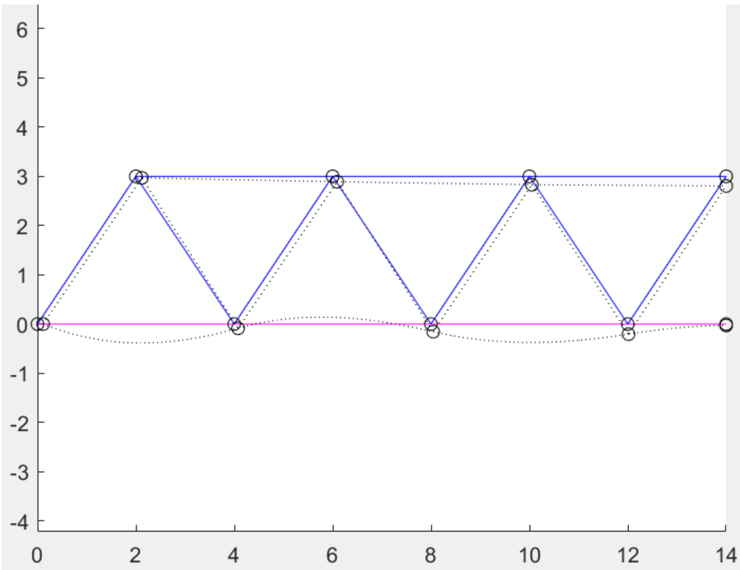
Randvillkor: $\begin{bmatrix} 1 & \frac{0.075}{2} \\ 2 & 0 \\ 13 & 0 \\ 15 & 0 \\ 22 & 0 \end{bmatrix}$

Eftersom den axiellkraften inte är känd måste denna antas för att sedan genom uttryck på nodförskjutningar som räknas fram på det antagna värdet ta fram en axiellkraft. Denna kraften ska sedan itereras tills en önskad förändring uppnås.

9.3 Resultat

It.nr	$a_5(m)$	$a_8(m)$	$a_{11}(m)$	$N_1(kN)$	$N_2(kN)$	$N_3(kN)$	$N_4(kn)$
1	-0.0218	-0.0426	-0.0551	-345.5	-304.9	-281.1	-273.1
2	-0.0276	-0.0501	0.0658	-347.42	-305.07	-280.47	-270.18
3	-0.0277	-0.0500	0.0659	-347.33	-305.08	-280.57	-270.13
4	-0.0277	-0.0500	0.0659	-347.34	-305.08	-280.56	-270.13

Största böjmomentet ges som -38.88 kNm



9.4 Analys

Jämförelse av böjmoment gentemot emot 5b)

5b)	– 43.8kNm
8	–166 kNm

10. Deluppgift 9, Fjädrande upplag.

10.1 Förutsättningar

Bron kommer nu istället vara fast inspänd i kvadratiska fundament med sidorna 1m. Uppgiften kommer gå ut på två olika beräkningar. Första fallet kommer beräknas med eftergivlig mark och andra fallet med oeftergivlig mark. För eftergivlig mark är $k_{\acute{x}} = k_{\acute{y}} = 10MN/m$.

10.2 Beräkningsmodell

Topologimatrisen förblir den samma för balk och stänger, nytt för de olika fallen blir enligt nedan.

- För eftergivlig mark

Topologimatris fjädersystem: $[15 \quad 1 \quad 2 \quad 3]$

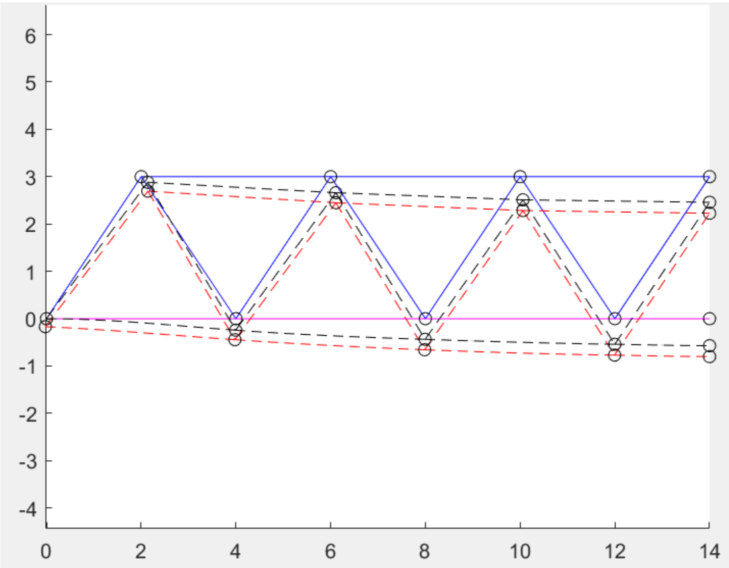
Randvillkor: $\begin{bmatrix} 13 & 0 \\ 15 & 0 \\ 22 & 0 \end{bmatrix}$

- För Oeftergivlig mark

Randvillkor: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 13 & 0 \\ 15 & 0 \\ 22 & 0 \end{bmatrix}$

10.3 Resultat

- Resultat eftergivlig mark, v = –142mm
- Resultat oeftergivlig mark, v = –199mm



10.4 Analys

Det fjädrande upplaget gör konstruktionen mer flexibelt och är en bättre bild av hur det ser ut i verkligheten.

Bilagor

```
4.13
%Givna värden
E=210e9;
A1=10e-3;  A2=1e-3;
I=2e-4;
L=4;
q=12e3;

%Matriser
K=zeros(16);
f=zeros(16,1);

%Koordinater
Coord=[0 0; L 0; 2*L 0; 3*L 0; L L; 2*L L];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 15 16];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep2=[E A2];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12];

Edof2=[4 4 5 13 14;
    5 7 8 15 16;
    6 1 2 13 14;
    7 4 5 15 16
    8 15 16 10 11
    9 13 14 15 16];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

eldraw2(Ex1,Ey1,[1 3 1]);
eldraw2(Ex2,Ey2,[1 2 1]);

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

for i=1:3
    [Ke,fe]=beam2e(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,eq);
    [K,f]=assem(Edof1(i,:),K,Ke,f,fe);
end

for i=1:6
    Ke=bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep2);
    K=assem(Edof2(i,:),K,Ke);
end

%lös ekvationssystemet
bc=[1 0; 2 0; 11 0];
% bc=[3 0; 10 0; 11 0];
[a,r]=solveq(K,f,bc);
```

```
Ed1=extract(Edof1,a);
Ed2=extract(Edof2,a);

[sfac]=scalfact2(Ex1,Ey1,Ed1);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed1,[2 1 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed2,[2 1 1],sfac);
title('nedböjninng')

%Balk
es1 = beam2s(Ex1(1,:),Ey1(1,:),ep1,Ed1(1,:),eq,21);
es2 = beam2s(Ex1(2,:),Ey1(2,:),ep1,Ed1(2,:),eq,21);
es3 = beam2s(Ex1(3,:),Ey1(3,:),ep1,Ed1(3,:),eq,21);

%Stänger
es4 = bar2s(Ex2(1,:),Ey2(1,:),ep2,Ed2(1,:));
es5 = bar2s(Ex2(2,:),Ey2(2,:),ep2,Ed2(2,:));
es6 = bar2s(Ex2(3,:),Ey2(3,:),ep2,Ed2(3,:));
es7 = bar2s(Ex2(4,:),Ey2(4,:),ep2,Ed2(4,:));
es8 = bar2s(Ex2(5,:),Ey2(5,:),ep2,Ed2(5,:));
es9 = bar2s(Ex2(6,:),Ey2(6,:),ep2,Ed2(6,:));

esbar=[es4; es5; es6; es7; es8; es9];
[maxN,bar]=max(abs(esbar)) %a)
maxNormalspanning=maxN/A2

%b)
esbeam=[es1(:,3); es2(:,3); es3(:,3)];
maxM=max(abs(esbeam))

% sfac=1e-3;
[sfac]=scalfact2(Ex1,Ey1,es3(:,3),0.2);
% Momentdiagram
figure(2)
plotpar=[4 1];
eldia2(Ex1(1,:),Ey1(1,:),es1(:,3),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(2,:),Ey1(2,:),es2(:,3),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(3,:),Ey1(3,:),es3(:,3),plotpar,sfac);
title('Moment kNm')
axis([0 12 -2 2]);



Uppgift 2-9
%Givna värden
Lh=3;   Lb=4;
E=210e9;
I=24.92e-6;  %Balk
A1=5.425e-3; %Balk
A2=1.2e-3;   %Stång
q=30e3;
h=0.160;

%Matris
K=zeros(23);
f=zeros(23,1);

%koordinater
```

```
Coord=[0 0; Lb 0; 2*Lb 0; 3*Lb 0; 3.5*Lb 0;
    0.5*Lb Lh; 1.5*Lb Lh; 2.5*Lb Lh; 3.5*Lb Lh];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 16 17; 18 19; 20 21; 22 23];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep2=[E A2];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12;
    4 10 11 12 13 14 15];

Edof2=[5 16 17 18 19;
    6 18 19 20 21;
    7 20 21 22 23;
    8 1 2 16 17;
    9 16 17 4 5;
    10 4 5 18 19;
    11 18 19 7 8;
    12 7 8 20 21;
    13 20 21 10 11;
    14 10 11 22 23];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

eldraw2(Ex1,Ey1,[1 3 1]);
eldraw2(Ex2,Ey2,[1 2 1]);

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

for i=1:4
    [Ke,fe]=beam2e(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,eq);
    [K,f]=assem(Edof1(i,:),K,Ke,f,fe);
end

for i=1:10
    Ke=bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep2);
    K=assem(Edof2(i,:),K,Ke);
end

%3a
%lösa ekvationssystemet
bc=[2 0; 13 0; 15 0; 22 0];

[a,r]=solveq(K,f,bc);

Ed1=extract(Edof1,a);
Ed2=extract(Edof2,a);

[sfac]=scalfact2(Ex1,Ey1,Ed1);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed1,[2 1 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed2,[2 1 1],sfac);
```

```
%3b
%Balk
es1 = beam2s(Ex1(1,:),Ey1(1,:),ep1,Ed1(1,:),eq,39);
es2 = beam2s(Ex1(2,:),Ey1(2,:),ep1,Ed1(2,:),eq,39);
es3 = beam2s(Ex1(3,:),Ey1(3,:),ep1,Ed1(3,:),eq,39);
es4 = beam2s(Ex1(4,:),Ey1(4,:),ep1,Ed1(4,:),eq,39);

%Stång
es5 = bar2s(Ex2(1,:),Ey2(1,:),ep2,Ed2(1,:));
es6 = bar2s(Ex2(2,:),Ey2(2,:),ep2,Ed2(2,:));
es7 = bar2s(Ex2(3,:),Ey2(3,:),ep2,Ed2(3,:));
es8 = bar2s(Ex2(4,:),Ey2(4,:),ep2,Ed2(4,:));
es9 = bar2s(Ex2(5,:),Ey2(5,:),ep2,Ed2(5,:));
es10 = bar2s(Ex2(6,:),Ey2(6,:),ep2,Ed2(6,:));
es11 = bar2s(Ex2(7,:),Ey2(7,:),ep2,Ed2(7,:));
es12 = bar2s(Ex2(8,:),Ey2(8,:),ep2,Ed2(8,:));
es13 = bar2s(Ex2(9,:),Ey2(9,:),ep2,Ed2(9,:));
es14 = bar2s(Ex2(10,:),Ey2(10,:),ep2,Ed2(10,:));

%Rita moment
sfac=1e-5;
figure(2)
plotpar=[4 1];
eldia2(Ex1(1,:),Ey1(1,:),es1(:,3),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(2,:),Ey1(2,:),es2(:,3),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(3,:),Ey1(3,:),es3(:,3),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(4,:),Ey1(4,:),es4(:,3),plotpar,sfac);
title('Momentdiagram')

%Tvärkraft
figure(3)
plotpar=[3 1];
eldia2(Ex1(1,:),Ey1(1,:),es1(:,2),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(2,:),Ey1(2,:),es2(:,2),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(3,:),Ey1(3,:),es3(:,2),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(4,:),Ey1(4,:),es4(:,2),plotpar,sfac);
title('Tvärkraftsdiagram')

%Normalkraftsfigur ritas
figure(4)
plotpar=[2 1];
eldia2(Ex1(1,:),Ey1(1,:),es1(:,1),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(2,:),Ey1(2,:),es2(:,1),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(3,:),Ey1(3,:),es3(:,1),plotpar,sfac);
eldia2(Ex1(4,:),Ey1(4,:),es4(:,1),plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(1,:),Ey2(1,:),es5,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(2,:),Ey2(2,:),es6,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(3,:),Ey2(3,:),es7,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(4,:),Ey2(4,:),es8,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(5,:),Ey2(5,:),es9,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(6,:),Ey2(6,:),es10,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(7,:),Ey2(7,:),es11,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(8,:),Ey2(8,:),es12,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(9,:),Ey2(9,:),es13,plotpar,sfac);
% eldia2(Ex2(10,:),Ey2(10,:),es14,plotpar,sfac);
title('Normalkraftsdiagram')
```

```
%4
%Givna värden
A4=1e-20;   %uppg4 försumbararea

%Matris
K=zeros(23);
f=zeros(23,1);

%koordinater
Coord=[0 0; Lb 0; 2*Lb 0; 3*Lb 0; 3.5*Lb 0;
    0.5*Lb Lh; 1.5*Lb Lh; 2.5*Lb Lh; 3.5*Lb Lh];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 16 17; 18 19; 20 21; 22 23];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep4=[E A4];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12;
    4 10 11 12 13 14 15];

Edof2=[5 16 17 18 19;
    6 18 19 20 21;
    7 20 21 22 23;
    8 1 2 16 17;
    9 16 17 4 5;
    10 4 5 18 19;
    11 18 19 7 8;
    12 7 8 20 21;
    13 20 21 10 11;
    14 10 11 22 23];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

figure(5)
eldraw2(Ex1,Ey1,[1 3 1]);
eldraw2(Ex2,Ey2,[1 2 1]);

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

for i=1:4
    [Ke,fe]=beam2e(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,eq);
    [K,f]=assem(Edof1(i,:),K,Ke,f,fe);
end

for i=1:10
    Ke=bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep4);
    K=assem(Edof2(i,:),K,Ke);
end

bc=[2 0; 13 0; 15 0; 22 0];
```

```
[a4,r4]=solveq(K,f,bc);

Ed41=extract(Edof1,a4);
Ed42=extract(Edof2,a4);

[sfac]=scalfact2(Ex1,Ey1,Ed41);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed41,[2 1 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed42,[2 1 1],sfac);

%största utböjningen
vmax=max(abs(Ed41))

%5
%Max krafter och jämvikt
esbar=[es5; es6; es7; es8 ; es9; es10; es11; es12; es13; es14];
esbeam=[es1; es2; es3; es4];

%5a
A2=1.2e-3;
[maxNormalkraft_5a, Stang_5a] = max(abs(esbar(:)))
%max normalkraft i stängerna
%stang är vilken stång (där element motsvaras av stång+4)
maxNormalspanning_5a=maxNormalkraft_5a/A2

%5b
[maxM, Mx] = max(abs(esbeam(:,3))); %maxM=största moment, Mx=plats
maxM inträffar
maxMoment_5b=esbeam(Mx,3)
maxMx_5b=Mx*(Lb/Mx) %x-koordinat för Max moment

%5c
maxN = esbeam(Mx,1);
y=linspace(-h/2,h/2,10);
Spanningsfordelning=(maxN/A1)+((maxM/I)*y);
figure(6)
plot(Spanningsfordelning,y)
xline(0,'--r');
title('spänningsfördelning 5c')


%6, Deformation av tredje balkelement
x=linspace(0,Lb,39);
vp=(-q/(E*I)*(((x.^4)/24)-((Lb*x.^3)/12)+(((Lb.^2)*x.^2)/24)));
N=[1-(3*((x.^2)/(Lb.^2)))+(2*((x.^3)/(Lb.^3)))
    x-(2*((x.^2)/Lb))+((x.^3)/(Lb.^2))
    3*((x.^2)/(Lb.^2))-2*((x.^3)/(Lb.^3))
    -((x.^2)/Lb)+((x.^3)/(Lb.^2))];
a3=[a(8);a(9);a(11);a(12)];
v=N'*a3+vp';
figure(7)
plot(x,v)
grid on
title('utböjning för balkelement 3 [m]')


%8, Icke-linjäritet
L=Lb;
%Matris
```

```
K=zeros(15);
f=zeros(15,1);

%koordinater
Coord=[0 0; L 0; 2*L 0; 3*L 0; 3.5*L 0;
    0.5*L Lh; 1.5*L Lh; 2.5*L Lh; 3.5*L Lh];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 16 17; 18 19; 20 21; 22 23];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep2=[E A2];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12;
    4 10 11 12 13 14 15];

Edof2=[5 16 17 18 19;
    6 18 19 20 21;
    7 20 21 22 23;
    8 1 2 16 17;
    9 16 17 4 5;
    10 4 5 18 19;
    11 18 19 7 8;
    12 7 8 20 21;
    13 20 21 10 11;
    14 10 11 22 23];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

figure(8)
eldraw2(Ex1,Ey1,[1 3 1]);
eldraw2(Ex2,Ey2,[1 2 1]);

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

eps = 0.0001;
N = [0.01 0 0 0];
N0 = [ 1 1 1 1];
n=0;

while (abs((N(1)-N0(1))/N0(1)) > eps)
    n = n+1;

K = zeros(23);
f1 = zeros(23,1);

for i = 1:4
[Ke1, fe1] = beam2g(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,N(i),-q);
[K,f1] = assem(Edof1(i,:),K,Ke1,f1,fe1);
end

for i = 1:10
    Ke2= bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep2);
```

```
    K = assem(Edof2(i,:),K,Ke2);
end

% Randvillkor:

bc = [1 (0.075/2);
    2 0;
    13 0;
    15 0;
    22 0];

% Lös ekvationen:

[a,r] = solveq(K,f1,bc);
Ed1 = extract(Edof1,a);
Ed2 = extract(Edof2,a);

Es1 = beam2gs(Ex1(1,:),Ey1(1,:),ep1,Ed1(1,:),N(1),-q);
Es2 = beam2gs(Ex1(2,:),Ey1(2,:),ep1,Ed1(2,:),N(2),-q);
Es3 = beam2gs(Ex1(3,:),Ey1(3,:),ep1,Ed1(3,:),N(3),-q);
Es4 = beam2gs(Ex1(4,:),Ey1(4,:),ep1,Ed1(4,:),N(4),-q);

N0 = N;
N = [Es1(1,1) Es2(1,1) Es3(1,1) Es4(1,1)];
if (n>20)
        disp('the solution doesn`t converge')
        return
end

disp("Iterations number")
disp(n)
end

[sfac] = scalfact2(Ex1,Ey1,Ed1, 0.1);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed1,[3 1 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed2,[3 1 1],sfac)

esbeamI=[Es1; Es2; Es3; Es4];
[maxM, Mx] = max(abs(esbeamI(:,3))); %maxM=största moment, Mx=plats
maxM inträffar
maxMoment_8=maxM


%9, Fjädrande upplag [Eftergivlig]
%Givna värden
Lh=3;   Lb=4;
E=210e9;
I=24.92e-6;  %Balk
A1=5.425e-3; %Balk
A2=1.2e-3;   %Stång
q=30e3;
%Givna värden för fundament
kx=10e6;    %axiell fundamentstyvhet
ky=10e6;    %transversel fundamentstyvhet
A3=1;       %fundamentets area
hf=1;       %fundamentets höjd
If=A3/12;   %Tröghetsmoment för fundament
```

```
%Matris
K=zeros(23);
f=zeros(23,1);

%koordinater
Coord=[0 0; Lb 0; 2*Lb 0; 3*Lb 0; 3.5*Lb 0;
    0.5*Lb Lh; 1.5*Lb Lh; 2.5*Lb Lh; 3.5*Lb Lh];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 16 17; 18 19; 20 21; 22 23];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep2=[E A2];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12;
    4 10 11 12 13 14 15];

Edof2=[5 16 17 18 19;
    6 18 19 20 21;
    7 20 21 22 23;
    8 1 2 16 17;
    9 16 17 4 5;
    10 4 5 18 19;
    11 18 19 7 8;
    12 7 8 20 21;
    13 20 21 10 11;
    14 10 11 22 23];

Edof3=[15 1 2 3];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

figure(10)
eldraw2(Ex1,Ey1,[1 3 1]);
eldraw2(Ex2,Ey2,[1 2 1]);
axis([0 Lb -1 Lh])

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

for i=1:4
    [Ke,fe]=beam2e(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,eq);
    [K,f]=assem(Edof1(i,:),K,Ke,f,fe);
end

%assemblera in fundamentet
Ke3=[kx*A3 0 kx*A3*hf;
    0 ky*A3 0;
    kx*A3*hf 0 ky*If+kx*A3*h.^2];
K=assem(Edof3(1,:),K,Ke3);

for i=1:10
    Ke=bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep2);
    K=assem(Edof2(i,:),K,Ke);
```

```
end

%lösa ekvationssystemet
bc=[13 0; 15 0; 22 0];

[a,r]=solveq(K,f,bc);

Ed1=extract(Edof1,a);
Ed2=extract(Edof2,a);

[sfac]=scalfact2(Ex1-1,Ey1,Ed1);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed1,[2 4 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed2,[2 4 1],sfac);

%9, Fjädrande upplag [Oeftergivlig]
%Matris
K=zeros(23);
f=zeros(23,1);

%koordinater
Coord=[0 0; Lb 0; 2*Lb 0; 3*Lb 0; 3.5*Lb 0;
    0.5*Lb Lh; 1.5*Lb Lh; 2.5*Lb Lh; 3.5*Lb Lh];
Dof1=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15];
Dof2=[1 2; 4 5; 7 8; 10 11; 13 14; 16 17; 18 19; 20 21; 22 23];

%Element
nel=2;
ep1=[E A1 I];
ep2=[E A2];

Edof1=[1 1 2 3 4 5 6;
    2 4 5 6 7 8 9;
    3 7 8 9 10 11 12;
    4 10 11 12 13 14 15];

Edof2=[5 16 17 18 19;
    6 18 19 20 21;
    7 20 21 22 23;
    8 1 2 16 17;
    9 16 17 4 5;
    10 4 5 18 19;
    11 18 19 7 8;
    12 7 8 20 21;
    13 20 21 10 11;
    14 10 11 22 23];

[Ex1,Ey1] = coordxtr(Edof1,Coord,Dof1,nel);
[Ex2,Ey2] = coordxtr(Edof2,Coord,Dof2,nel);

%assemblera elementmatrisen
eq=[0 -q];

for i=1:4
    [Ke,fe]=beam2e(Ex1(i,:),Ey1(i,:),ep1,eq);
    [K,f]=assem(Edof1(i,:),K,Ke,f,fe);
end

for i=1:10
```

```
    Ke=bar2e(Ex2(i,:),Ey2(i,:),ep2);
    K=assem(Edof2(i,:),K,Ke);
end

%lösa ekvationssystemet
bc=[1 0; 2 0; 3 0; 13 0; 15 0; 22 0];

[a,r]=solveq(K,f,bc);

Ed3=extract(Edof1,a);
Ed4=extract(Edof2,a);

[sfac]=scalfact2(Ex1,Ey1,Ed1);
eldisp2(Ex1,Ey1,Ed3,[2 1 1],sfac);
eldisp2(Ex2,Ey2,Ed4,[2 1 1],sfac);
```